

CAP MATHÉMATIQUES

Cahier d'activités

2ème Année

Nom :

Prénoms :

Classe :

Année scolaire : 20...../20.....

ACTIVITES NUMERIQUES

Chapitre 1 : NOMBRES REELS

1- Ensemble des nombres réels

1-1 Nombre admettant un développement décimal périodique

$\frac{3}{4} = 0,750000...$ La période est 0 : on écrit alors $0,75\underline{0}...$

$\frac{2}{3} = 0,666666....$ La période est 6 : on écrit alors $0,\underline{6}...$

$\frac{45}{37} = 1,216216....$ La période est 216 : on écrit alors $0,\underline{216}....$

} nombres
rationnels

Conclusion :

Tout nombre rationnel admet un développement décimal **périodique**.

1-2 Nombre admettant un développement décimal non périodique

$\pi = 3,141592635.....$ } nombres irrationnels
 $\sqrt{2} = 1,4142135.....$ }

Tout nombre irrationnel admet un développement décimal **non périodique**.

1-3 Définition

L'ensemble des nombres rationnels et des nombres irrationnels forment l'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.

Remarque : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

2- Puissance dans $\mathbb{R}$

2-1 Définition

$\forall a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 2$),

On appelle puissance d'exposant n de a le produit de n facteurs égaux à a .

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

Remarque : Par convention : $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

L'inverse de a^n est noté a^{-n} . On note $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$)

Exemples : $2^{-1} = \frac{1}{2}$; $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

2-2 Propriétés

$\forall a \in \mathbb{R} ; n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$
- $(a.b)^n = a^n . b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Exemples : $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$;

$$2^3 \times 2^{-4} = 2^{3-4} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$$

$$(2^{-1})^2 = 2^{(-1) \times 2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$(2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$\frac{7^3}{7^5} = 7^{3-5} = 7^{-2}$$

3- Encadrement, ordre et approximations décimales

3-1 Ordre

$\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, \forall c \in \mathbb{R}, \forall d \in \mathbb{R}:$

$$\bullet \text{ Si } \begin{cases} a < b \\ \text{et} \\ c < d \end{cases} \text{ alors } \begin{cases} a + c \dots\dots b + c \\ a + c \dots\dots b + d \end{cases}$$

Exemple :

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 3 = 5 \\ 2 < 5 \\ 5 + 3 = 8 \end{array} \right\} 5 < 8 \text{ donc } 2 + 3 \dots 5 + 3$$

$$2 < 5 \text{ et } 3 < 4 \Rightarrow 2 + 3 \dots 5 + 4$$

$$\bullet \text{ Soit } a < b \begin{cases} \text{si } m > 0 \text{ alors } a \cdot m \dots b \cdot m \\ \text{si } m < 0 \text{ alors } a \cdot m \dots b \cdot m \end{cases}$$

Exemple : $2 < 5$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times (-3) = -6 \\ 5 \times (-3) = -15 \end{array} \right\} -6 \dots -15 \text{ donc } 2 \times (-3) \dots 5 \times (-3)$$

$$\bullet \text{ Si } a < b \text{ alors } \frac{1}{b} \dots \frac{1}{a}$$

Exemple : $2 < 5$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} = 0,5 \\ \frac{1}{5} = 0,2 \end{array} \right\} 0,2 \dots 0,5 \text{ donc } \frac{1}{5} \dots \frac{1}{2}$$

3-2 Encadrement

Tout nombre réel peut être encadré par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre.

Exemple : Encadrons par deux décimaux d'ordre 1, d'ordre 2 et d'ordre 3 :

Ordre	Encadrement de $y = \frac{1}{7} = 0,142857\dots$	Encadrement de $x = \pi = 3,141592\dots$	Encadrement de la somme $x + y$
1	$\dots\dots < y < \dots\dots$	$\dots\dots < x < \dots\dots$	$\dots\dots < x + y < \dots\dots$
2	$\dots\dots < y < \dots\dots$	$\dots\dots < x < \dots\dots$	$\dots\dots < x + y < \dots\dots$
3	$\dots\dots < y < \dots\dots$	$\dots\dots < x < \dots\dots$	$\dots\dots < x + y < \dots\dots$

Ordre	Encadrement de la différence $x - y$	Encadrement du produit $x \cdot y$	Encadrement du quotient $\frac{x}{y}$
1	$\dots\dots < x - y < \dots\dots$	$\dots\dots < x \cdot y < \dots\dots$	$\dots\dots < \frac{x}{y} < \dots\dots$
2	$\dots\dots < x - y < \dots\dots$	$\dots\dots < x \cdot y < \dots\dots$	$\dots\dots < \frac{x}{y} < \dots\dots$
3	$\dots\dots < x - y < \dots\dots$	$\dots\dots < x \cdot y < \dots\dots$	$\dots\dots < \frac{x}{y} < \dots\dots$

3-3 Valeurs décimales approchées

L'encadrement d'un réel donne sa valeur décimale approchée par défaut ou par excès.

Exemple : $\pi = 3,1415926535\ 8979323846\ 2643383279\ 5\dots$

$$3 < \pi < 4$$

$$3,1 < \pi < 3,2$$

$$3,14 < \pi < 3,15$$

$$3,1415926 < \pi < 3,1415927$$

Le nombre 3 est la valeur approchée à 1 près par défaut du nombre π .

Le nombre 4 est la valeur approchée à 1 près par excès du nombre π .

Le nombre 3,1 est la valeur approchée à 10^{-1} près par défaut du

nombre π .

Le nombre 3,2 est la valeur approchée à 10^{-1} près par excès du nombre π .

Le nombre 3,14 est la valeur approchée à 10^{-2} près par défaut du nombre π .

Le nombre 3,15 est la valeur approchée à 10^{-2} près par excès du nombre π .

Le nombre 3,1415926 est la valeur approchée à 10^{-7} près par défaut du nombre π .

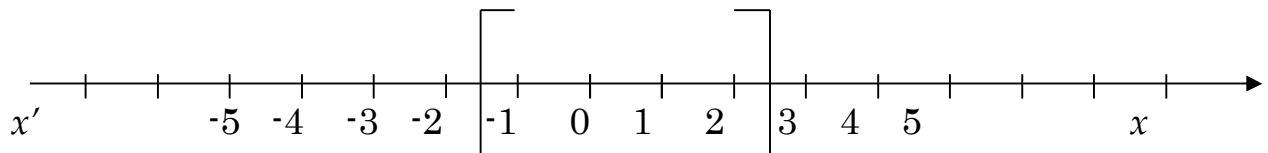
Le nombre 3,1415927 est la valeur approchée à 10^{-7} près par excès du nombre π .

4- Intervalles

4-1 Intervalle fermé

On appelle intervalle fermé de bornes a et b, et on note $[a ; b]$, l'ensemble des réels x qui vérifient $a \leq x \leq b$.

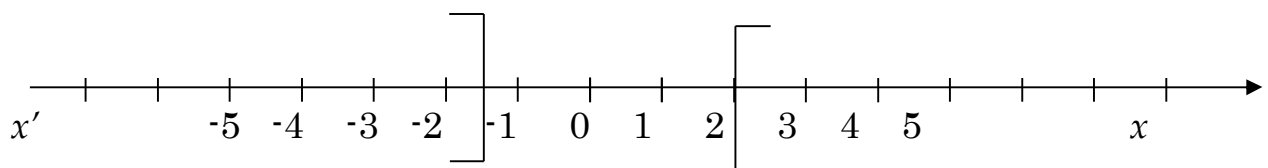
Exemple : $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$



4-2 Intervalle ouvert

On appelle intervalle ouvert de bornes a et b, et on note $]a ; b[$, l'ensemble des réels x qui vérifient $a < x < b$.

Exemple : $-\frac{3}{2} < x < 2$

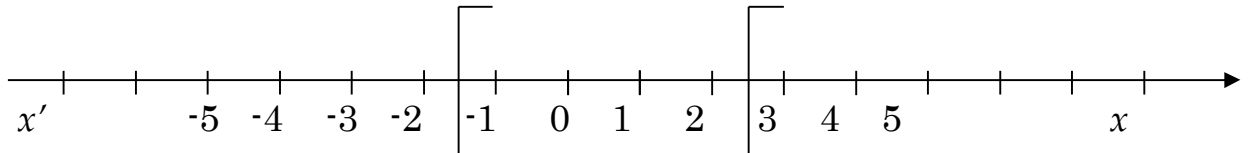


4-3 Intervalle mixte

On appelle intervalle mixte de bornes a et b, et on note :

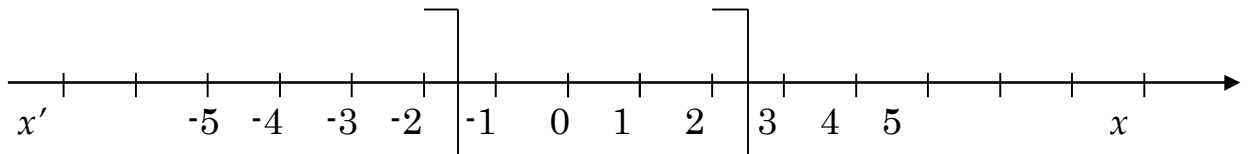
$[a ; b[$ l'ensemble des réels x qui vérifient $a \leq x < b$,

Exemple : $-\frac{3}{2} \leq x < \frac{5}{2}$



et $]a ; b]$ l'ensemble des réels x qui vérifient $a < x \leq b$.

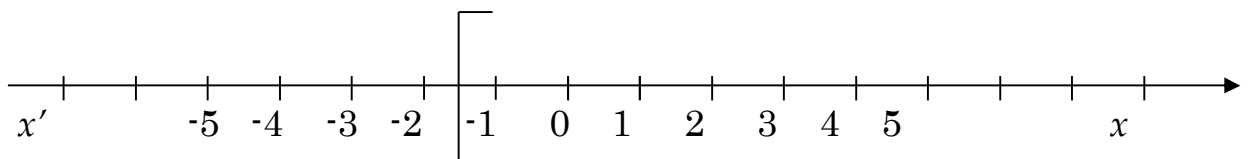
Exemple : $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$



4-4 Intervalles particuliers

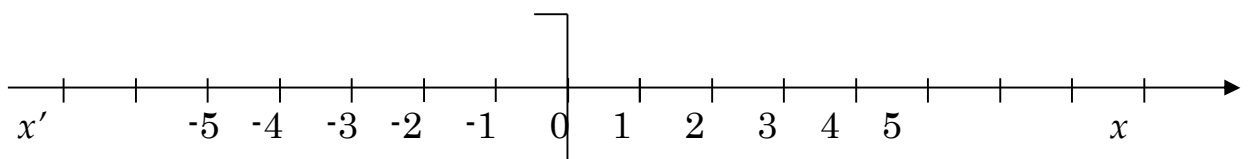
- On note $[a ; +\infty[$ l'ensemble des réels x qui vérifient $x \geq a$:

Exemple : $x \geq -\frac{3}{2}$



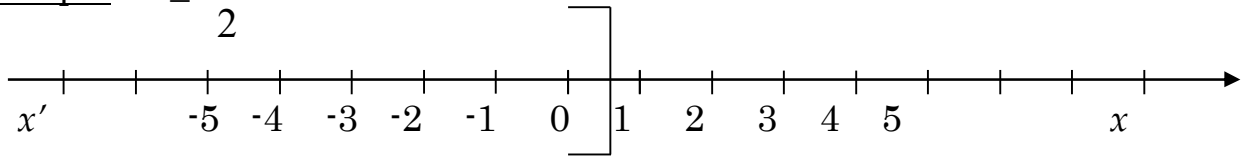
- On note $]a ; +\infty[$ l'ensemble des réels x qui vérifient $x > a$:

Exemple : $x > 0$



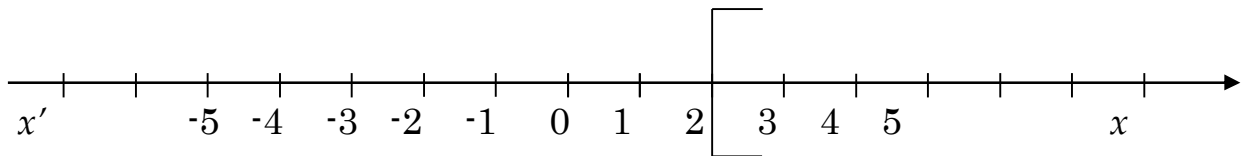
- On note $] -\infty ; b]$ l'ensemble des réels x qui vérifient $x \leq b$:

Exemple : $x \leq \frac{1}{2}$



- On note $] -\infty ; b [$ l'ensemble des réels x qui vérifient $x < b$:

Exemple : $x < 2$



5- Racine carrée

5-1 Définition

Pour tout réel positif a , il existe un réel positif x et un seul tel que

$$x^2 = a$$

Ce réel positif s'appelle la racine carrée de a dans $\mathbb{R}^+$ et se note $\sqrt{a}$:

$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x \geq 0 \text{ et } x^2 = a$

Exemples :

a	100	0,04	144	$\frac{36}{25}$	1	2
$x = \sqrt{a}$						

5-2 Propriétés

- $\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}^+$:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Exemples : $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$

$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$$

Remarque : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Exemple : $\left. \begin{array}{l} \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 \\ \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \end{array} \right\} 7 \neq 5$

- $\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}^+ (b \neq 0)$:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exemple : $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{7}} = \sqrt{2}$

5-3 Table des racines carrées des nombres entiers de 1 à 99

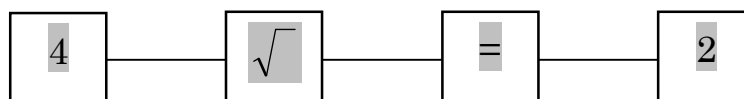
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	1,414	1,732	2	2,236	2,449	2,646	2,828	3
1	3,162	3,317	3,464	3,606	3,742	3,873	4	4,123	4,243	4,359
2	4,472	4,583	4,69	4,796	4,899	5	5,099	5,196	5,292	5,385
3	5,477	5,568	5,657	5,745	5,831	5,916	6	6,083	6,164	6,245
4	6,325	6,403	6,481	6,557	6,633	6,708	6,782	6,856	6,928	7
5	7,071	7,141	7,211	7,28	7,348	7,416	7,483	7,55	7,616	7,681
6	7,746	7,81	7,874	7,937	8	8,062	8,124	8,185	8,246	8,307
7	8,367	8,426	8,485	8,544	8,602	8,66	8,718	8,775	8,832	8,888
8	8,944	9	9,055	9,11	9,165	9,22	9,274	9,327	9,381	9,434
9	9,487	9,539	9,592	9,644	9,695	9,747	9,798	9,849	9,899	9,95

5-4 Calcul de la racine carrée au moyen de la calculatrice

Exemple : $\sqrt{4}$



ou



5-5 Cas particulier : écrire le nombre $\frac{a}{\sqrt{b}}$ sans radical au dénominateur

Méthode : On peut écrire le nombre $\frac{a}{\sqrt{b}}$ sans radical au dénominateur en multipliant le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{b}$:

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} 1) \frac{15}{\sqrt{6}} &= \frac{15}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{15\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{2}} &= \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2 \times 2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

Chapitre 2 : RAPPORTS ET PROPORTIONS

1- Rapport

1-1 Définition

On appelle **rapport** de deux nombres réels a et b ($b \neq 0$) le quotient exact q de a par b et il s'écrit :

$$\frac{a}{b} = q \Leftrightarrow a = b \times q$$

Le numérateur a et le dénominateur b sont appelés les **termes** du rapport.

Exemples : Si $a = 30$ et $b = -10 \Rightarrow q = \frac{30}{-10}$

$$\text{Si } a = 9 \text{ et } b = 6 \Rightarrow q = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

1-2 Opération sur les rapports

Les opérations se font de la même manière qu'avec les fractions.

Soit $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$ et $d \in \mathbb{R}$

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
- $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

1-3 Propriétés

✓ Soit $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, $m \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{R}^*$

- $\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m}$
- $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$ (simplification de $\frac{a}{b}$ par n)

Exemple : Simplifions $\frac{125}{75} = \frac{125:25}{75:25} = \frac{5}{3}$

✓ Rapport nul
 $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}^*$

$$\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

1-4 Applications : Echelle et pourcentage

1-4-1 Echelle

$$E = \frac{\text{dimension de la carte (d)}}{\text{Dimension réelle (D)}} \quad E = \frac{d}{D}$$

Remarque :

- $d < D \Rightarrow \frac{d}{D} < 1 \Rightarrow E < 1$: c'est une **réduction**
- $d = D \Rightarrow \frac{d}{D} = 1 \Rightarrow E = 1$: c'est une **reproduction**
- $d > D \Rightarrow \frac{d}{D} > 1 \Rightarrow E > 1$: c'est un **agrandissement**

Exemple : la dimension d'un objet représenté à l'échelle $\frac{2}{5}$ est de 20 mm sur le dessin. Quelle est sa dimension réelle ?

$$E = \frac{d}{D} \Rightarrow D = \frac{d}{E}$$

Application numérique : $D = \frac{20}{\frac{2}{5}} = 20 \times \frac{5}{2} = 50 \text{ mm}$

1-4-2 Pourcentage

Le **pourcentage** noté **t%** d'une quantité y est le produit du rapport $\frac{t}{100}$ multiplié par y .

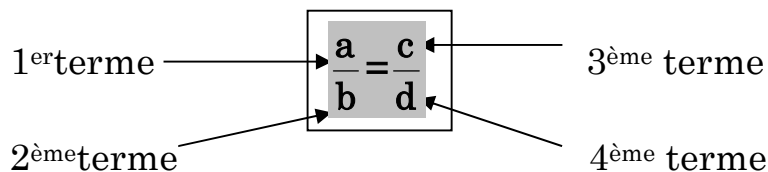
Exemple : Calculons 4% de 2400 F :

$$4\% \text{ de } 2400\text{F} = \frac{4}{100} \times 2400 \text{ F} = 96 \text{ F}$$

2- Proportions

2-1 Définition

Quatre (4) nombres réels pris dans cet ordre a, b avec $b \neq 0$, c et d avec $d \neq 0$ forment une proportion si et seulement si :



a et d sont appelés les **extrêmes** ;
 b et c sont appelés les **moyens**.

2-2 Propriétés

2-2-1 Propriété fondamentale

Dans toutes proportions le produit des moyens est au produit des extrêmes :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

2-2-2 Autres propriétés

- Soit $a \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^*, d \in \mathbb{R}^*$,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

- Soit $k \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{R}$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \frac{ma + nc + ke + pg}{mb + nd + kf + ph}$$

2-3 Quatrième proportionnelle

Soit $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$ et $x \in \mathbb{R}^*$, si $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ alors x est appelé 4^{ième} proportionnelle à a , b et c avec $x = \frac{b \times c}{a}$

Exemples :

a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \times 8}{4} = 10$

b) $\frac{-1}{\frac{2}{5}} = \frac{0,4}{x} \Rightarrow x = \frac{-2}{5} \times 0,4 = -0,16$

2-4 Moyenne proportionnelle

Soit $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, $x \in \mathbb{R}^*$, si $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ alors :

x est la moyenne proportionnelle de a et b .

Exemple : $\frac{50}{x} = \frac{x}{18} \Rightarrow x^2 = 50 \times 18 \Rightarrow x^2 = 900 \Rightarrow x = \sqrt{900} = 30$

3- Nombres proportionnels

3-1 Nombres directement proportionnels

3-1-1 Activités

Donne le rapport $\frac{X}{Y}$ sous forme de fraction irréductible :

	X	4	3	5	2	6	
	Y	16	12	20	8	24	
	$\frac{X}{Y}$						

Remarque : $\frac{4}{16} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = \frac{2}{8} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Conclusion : (4 ; 3 ; 5 ; 2 ; 6) sont directement proportionnels à (16 ;

12 ; 20 ; 8 ; 24) $\frac{1}{4}$ est appelé le *coefficient de proportionnalité*.

3-1-2 Définition

La suite de nombres $y_1 ; y_2 ; y_3 ; y_4 ; \dots y_n$ tous non nuls est directement proportionnelle à la suite des nombres $x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4 \dots x_n$ tous non nuls si et seulement si :

$$\frac{Y_1}{X_1} = \frac{Y_2}{X_2} = \frac{Y_3}{X_3} = \frac{Y_4}{X_4} = \frac{Y_n}{X_n} = k$$

k est le *coefficient de proportionnalité*.

3-2 Partage directement proportionnel à une suite de nombres

Exemple 1 :

Soit la somme de 1500 F à partager directement proportionnelle aux âges de 4 ans, 7 ans, 9 ans.

Soient x, y, z les parts respectives des enfants.

Il s'agit de déterminer x, y et z tels que :

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} \text{ sachant que } x + y + z = 1500$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} \\ x + y + z = 1500 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z}{9} = \frac{x+y+z}{4+7+9} = \frac{1500}{20}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} = 75 \Rightarrow x = 4 \times 75 = 300 \\ \frac{y}{7} = 75 \Rightarrow y = 7 \times 75 = 525 \\ \frac{z}{9} = 75 \Rightarrow z = 9 \times 75 = 675 \end{cases}$$

Vérification : $300 + 525 + 675 = 1500$ F

Exemple 2 :

Partager une somme de 470 F en parties inversement proportionnelles aux âges des bénéficiaires 18 ans, 24 ans et 30 ans.

Soient x, y, z les parts respectives :

$$\begin{cases} \frac{x}{18} = \frac{y}{24} = \frac{z}{30} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \end{cases}$$

$$x + y + z = 470$$

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{5}} = \frac{x+y+z}{\frac{20+15+12}{60}} = \frac{470}{\frac{47}{60}} = \frac{470 \times 60}{47} = 600$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{\frac{1}{3}} = 600 \Leftrightarrow x = 600 \times \frac{1}{3} = 200 \text{ F} \\ \frac{y}{\frac{1}{4}} = 600 \Leftrightarrow y = 600 \times \frac{1}{4} = 150 \text{ F} \\ \frac{z}{\frac{1}{5}} = 600 \Leftrightarrow z = 600 \times \frac{1}{5} = 120 \text{ F} \end{array} \right.$$

Vérification : $200 + 150 + 120 = 470 \text{ F}$

ACTIVITES

GEOMETRIQUES

Chapitre 1 : VECTEURS DU PLAN

1- Notion de vecteurs

1-1 Notation

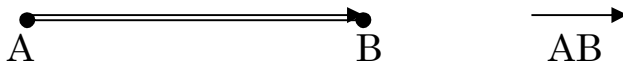
Un **vecteur** est déterminé par un couple de points distincts (A, B), appelé bipoint, ayant A pour origine et B pour extrémité.

Ce vecteur est noté $\overrightarrow{AB}$:



1-2 Représentation

Un vecteur (A, B) est représenté graphiquement par un segment orienté de l'origine A vers l'extrémité B :



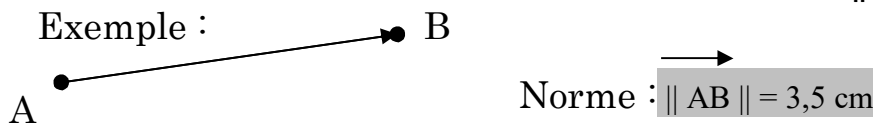
1-3 Caractéristique



Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

- sa direction
- son sens
- sa norme (longueur du segment [AB]) notée $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

Exemple :



1-4 Vecteur nul

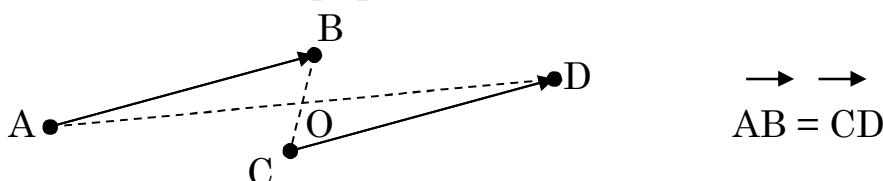


On appelle *vecteur nul* noté 0 un vecteur dont l'origine et l'extrémité sont confondues.



Exemples : AA ; BB ; CC

1-5 Vecteurs équipollents





Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont équipollents et on note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si ils ont :

- la même direction
- la même norme
- le même sens

Dans le plan il y a une infinité de vecteurs équipollents à un vecteur donné.

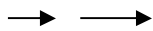
Remarque : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$: ABCD est un parallélogramme.

2- Opération sur les vecteurs

2-1 Multiplication d'un vecteur par un réel

2-2-1 Définition

On appelle **produit** d'un vecteur non nul $\overrightarrow{V}$, par un nombre réel non nul k , le vecteur $\overrightarrow{V'}$ tel que :



a- $\overrightarrow{V}$ et $\overrightarrow{V'}$ ont la même direction



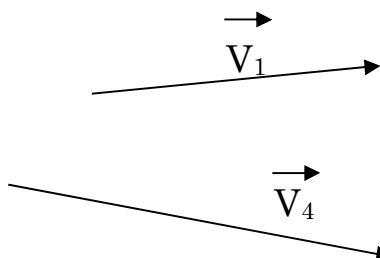
b- $\overrightarrow{V}$ et $\overrightarrow{V'}$ sont de même sens si $k > 0$



c- $\overrightarrow{V}$ et $\overrightarrow{V'}$ sont de sens contraires si $k < 0$

d- $\|\overrightarrow{V'}\| = \|k\| \times \|\overrightarrow{V}\|$

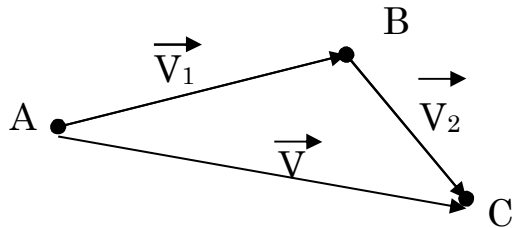
2-2-2 Application



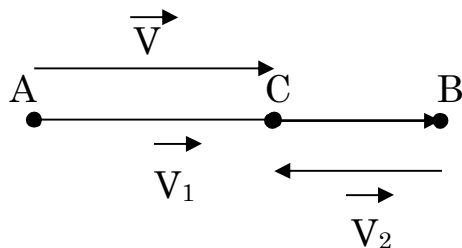
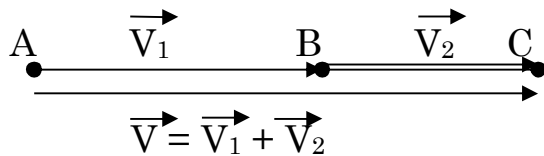
Représenter $\overrightarrow{V_2} = 2 \overrightarrow{V_1}$; $\overrightarrow{V_3} = -3 \overrightarrow{V_1}$

2-2 Addition des vecteurs

$\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ étant deux vecteurs du plan, on appelle somme de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ le vecteur $\vec{AC}$, on note $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$: c'est la **relation de CHASLES**.



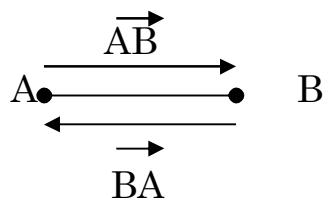
$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$



$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

$$\|\vec{V}_1 + \vec{V}_2\| \leq \|\vec{V}_1\| + \|\vec{V}_2\|$$

Remarque :



$$\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0} \quad \text{ou} \quad \vec{AB} = -\vec{BA}$$

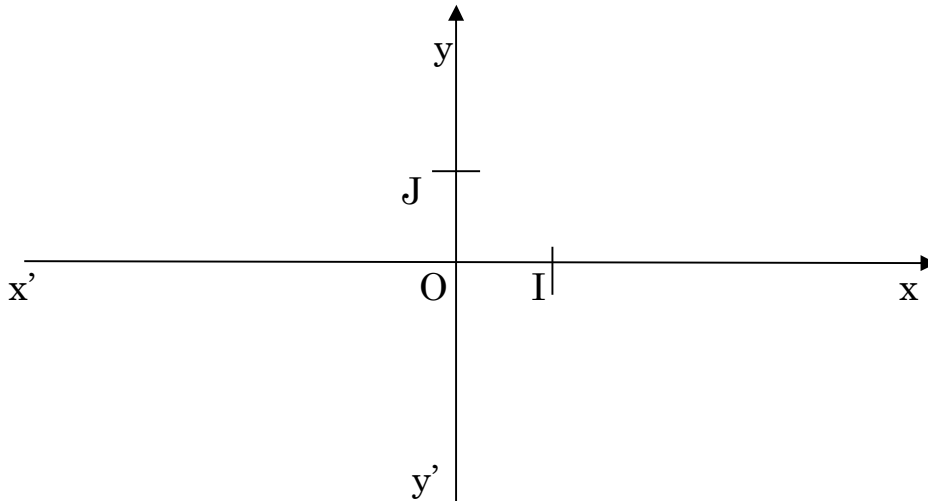
$\vec{BA}$ est l'opposé de $\vec{AB}$

Deux vecteurs opposés ont leur somme égale au vecteur nul.

3- Coordonnées d'un vecteur

3-1 Repérage dans le plan

Pour repérer un point dans le plan, il faut un repère du plan composé d'un point-origine O , de deux unités de longueur OI et OJ avec I sur l'axe $x'x$ et J sur l'axe $y'y$. Ce repère est appelé **le repère (O, I, J)** :

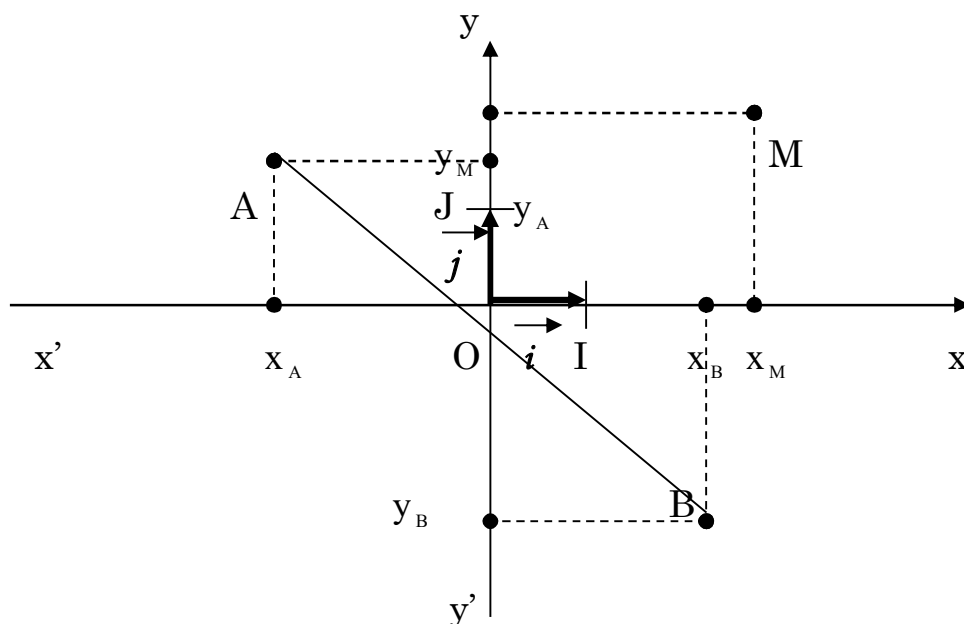


Le repère (O, I, J) est dit **orthogonal** lorsque $(OI) \perp (OJ)$.

Le repère (O, I, J) est dit **orthonormé** lorsque $(OI) \perp (OJ)$ et $OI = OJ$

3-2 Coordonnées d'un point, d'un vecteur et du milieu de bipoint

Soit les points A , B et M dans le repère orthonormé (O, I, J) ,



- **Coordonnées d'un point**

La position du point M est repérée par son **abscisse** x_M et par son **ordonnée** y_M : ce sont les **coordonnées** du point M dans le repère (O, I, J), on note $M(x_M; y_M)$ ou $M \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \end{pmatrix}$.

Exemples : les coordonnées du point A sont $(x_A; y_A)$; les coordonnées du point O sont (0 ; 0) ; les coordonnées du point I sont (1 ; 0) ; les coordonnées du point J sont (0 ; 1)

- **Coordonnées du milieu d'un bipoint ou d'un segment**

Soit le point C milieu du segment [AB], les coordonnées du point C sont :

$$x_C = \frac{1}{2}(x_A + x_B); \quad y_C = \frac{1}{2}(y_A + y_B)$$

- **Coordonnées d'un vecteur**

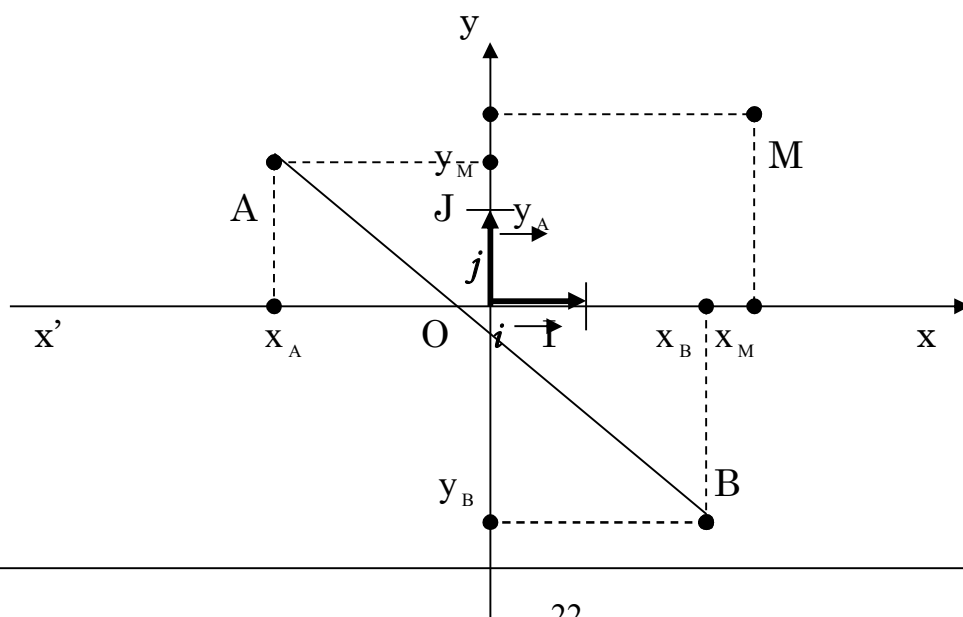
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \overrightarrow{OI} + (y_B - y_A) \overrightarrow{OJ} \quad \text{ou}$$

Sa norme $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$: c'est la longueur du segment [AB].

Soit les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère orthonormé (O, I, J).



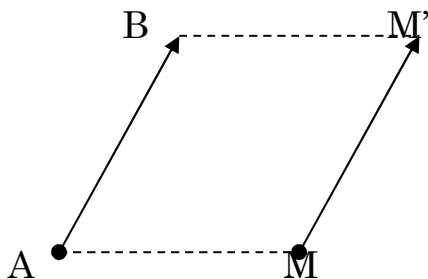
Chapitre 2 : TRANSFORMATIONS DU PLAN

1- Translation

1-1 Définition

A et B sont deux points du plan. La **translation** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ notée $t_{\overrightarrow{AB}}$ est l'application du plan dans le plan, qui, au point M, associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$$

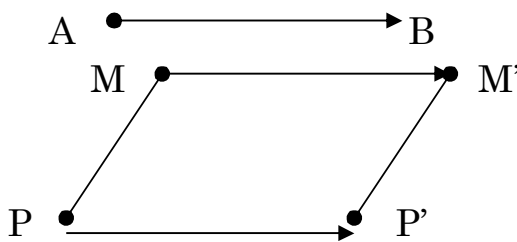


On note $t_{\overrightarrow{AB}}(M) = M'$

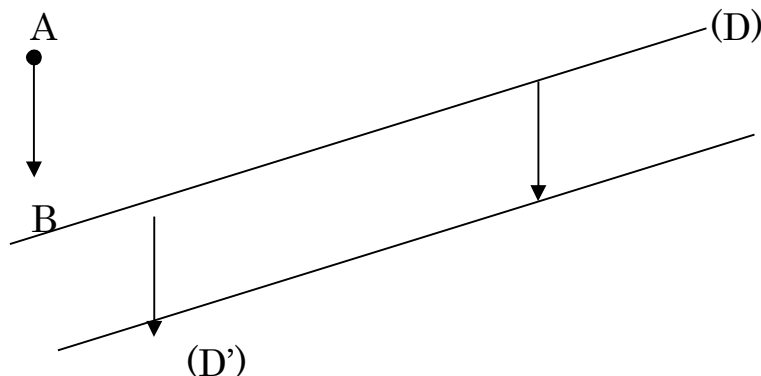
1-2 Propriétés

Par une translation :

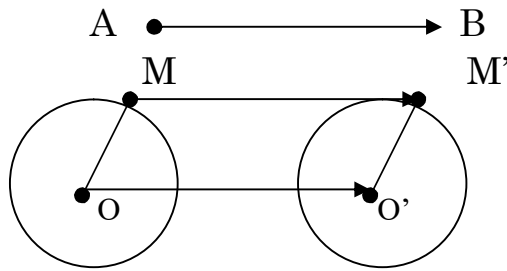
- Un segment a pour image un segment de même longueur



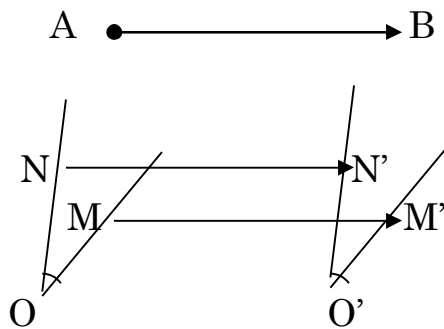
- Une droite a pour image une droite de même direction



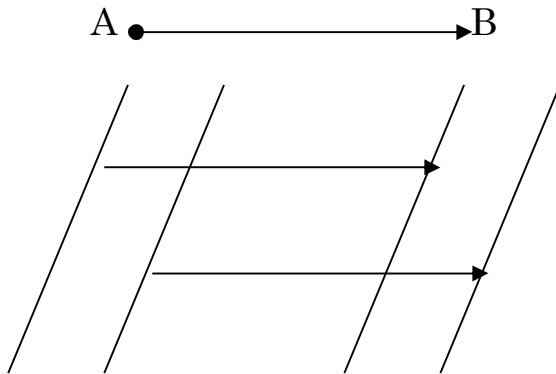
- Un cercle a pour image un cercle de même rayon



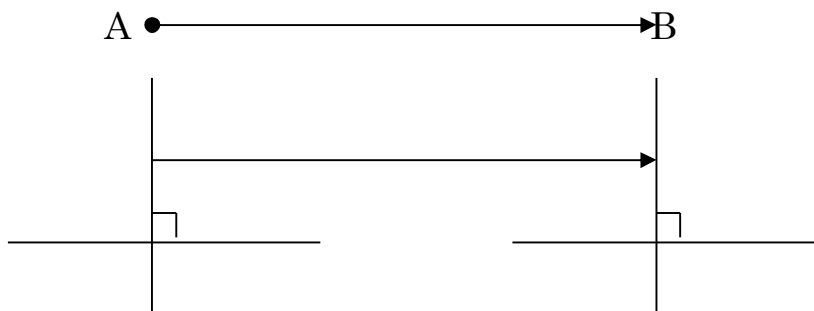
- Un angle a pour image un angle de même mesure



- Deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.



- Deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires.

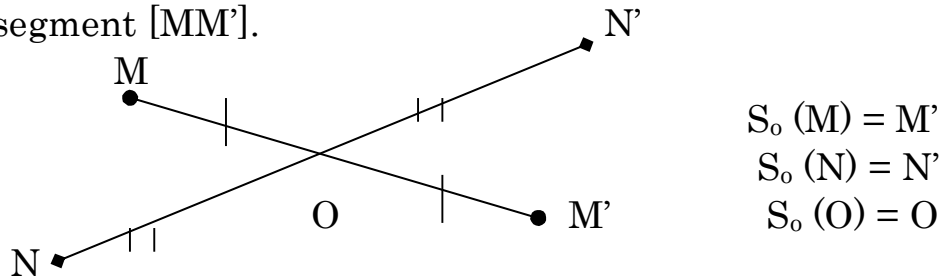


2- Symétries

2-1 Symétrie centrale

Soit O un point du plan.

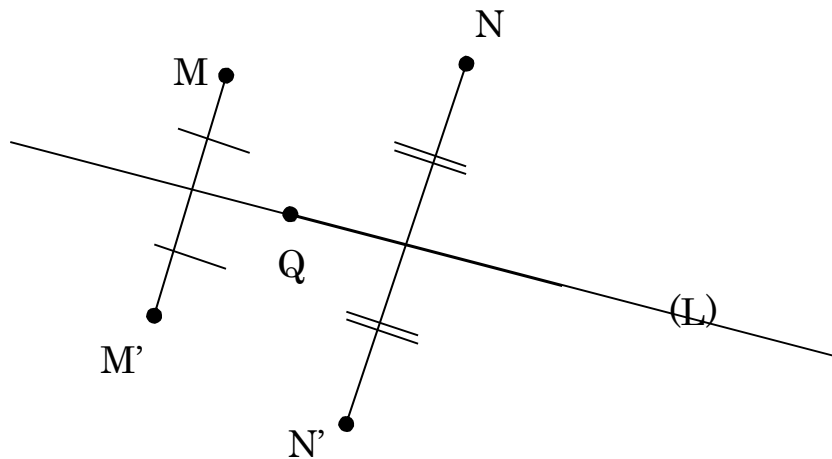
La **symétrie** de centre O notée S_O est une application du plan dans le plan qui, à tout point M , associe un point M' tel que O soit le milieu du segment $[MM']$.



2-2 Symétrie axiale ou orthogonale

Soit (L) une droite du plan.

La **symétrie orthogonale** d'axe (L) noté $S_{(L)}$ est une application du plan dans le plan qui, à tout point M , associe un point M' tel que (L) soit la médiatrice du segment $[MM']$.



$$S_{(L)}(M) = M'$$

$$S_{(L)}(N) = N'$$

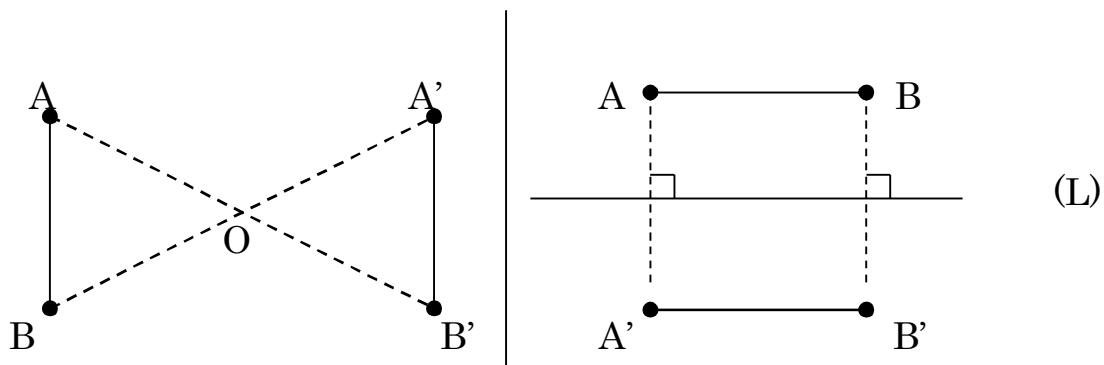
$$S_{(L)}(Q) = Q$$

$S_{(L)}$	
M	M'
N	N'
Q	Q

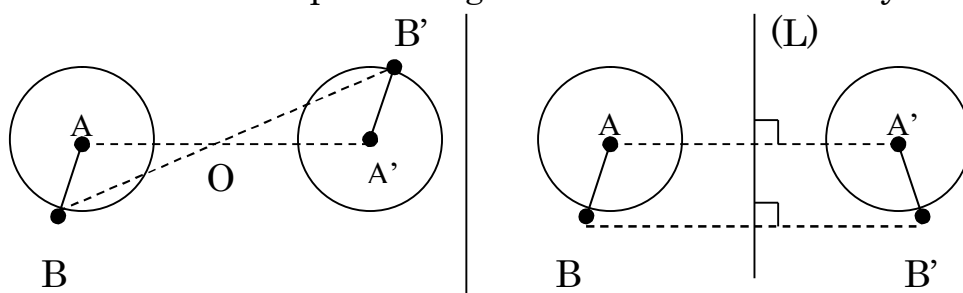
2-3 Propriétés des symétries

Par une symétrie centrale	Par une symétrie orthogonale
---------------------------	------------------------------

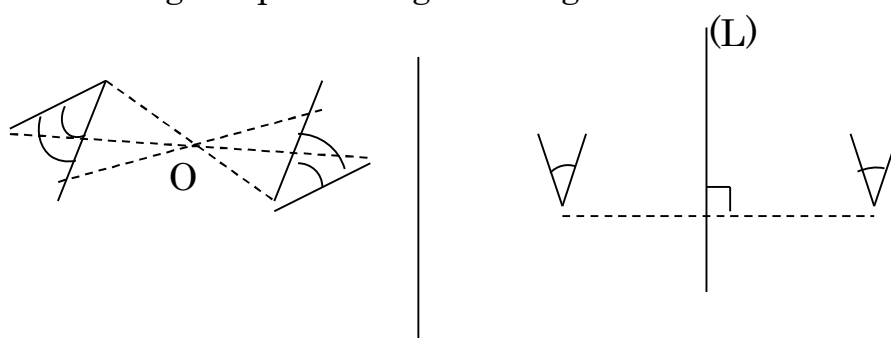
- Un segment a pour image un segment de même longueur



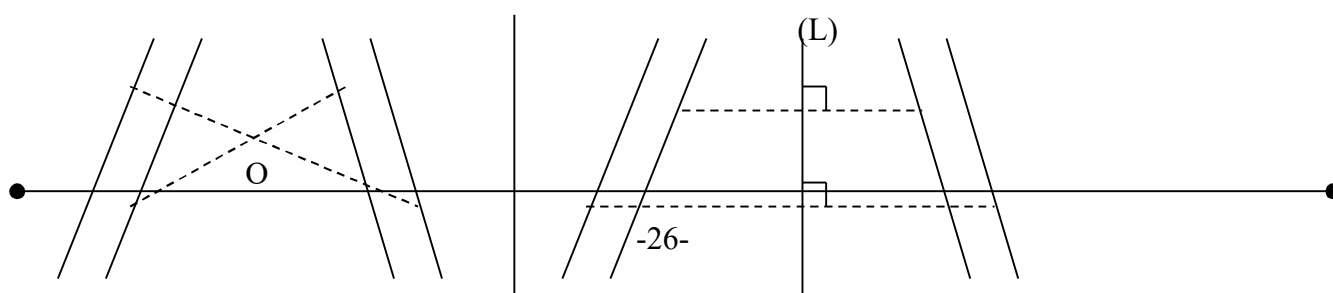
- Un cercle a pour image un cercle de même rayon



- Un angle a pour image un angle de même mesure



- Deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles



3- Homothétie

3-1 Activité

Marquons les points O, A, B et C non alignés.

Construisons les points A', B' et C' tel que :

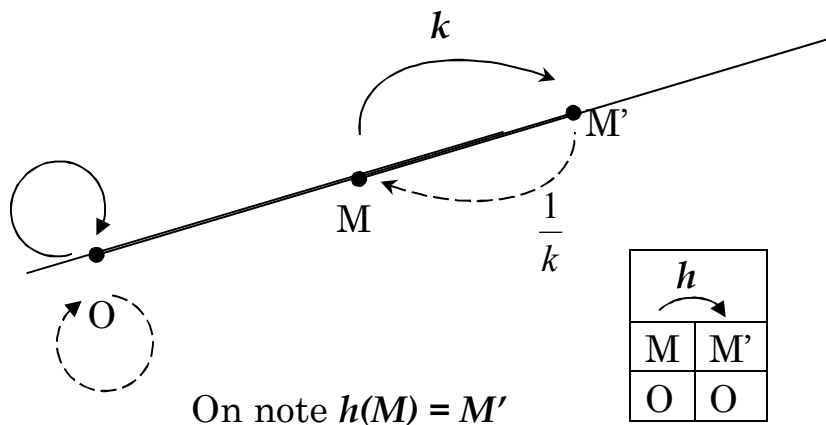
$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA'} &= 3 \overrightarrow{OA} \\ \overrightarrow{OB'} &= 3 \overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OC'} &= 3 \overrightarrow{OC}\end{aligned}$$

- Les points A', B' et C' sont-elles uniques ?
- Quel est le point associé à O
- Comment sont les droites (AB) et (A'B') ? (AC) et (A'C') ? (BC) et (B'C') ?

3-2 Définition

Etant donné un point O et un réel k , on appelle **homothétie** de **centre** O et de **rapport** k , l'application du plan dans le plan, qui, au point M, associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{OM'} = k \overrightarrow{OM}$$



NB : La réciproque

La réciproque de l'homothétie de centre O et de rapport k est l'homothétie de même centre O et de rapport $\frac{1}{k}$.

3-3 Homothétie particulière

- L'homothétie de centre O et de rapport 1 est une application **identique** du plan.
- L'homothétie de centre O et de rapport -1 est une symétrie centrale de centre O .

3-4 Propriétés

h étant l'homothétie de centre O et de rapport k , quels que soient les points M et N :

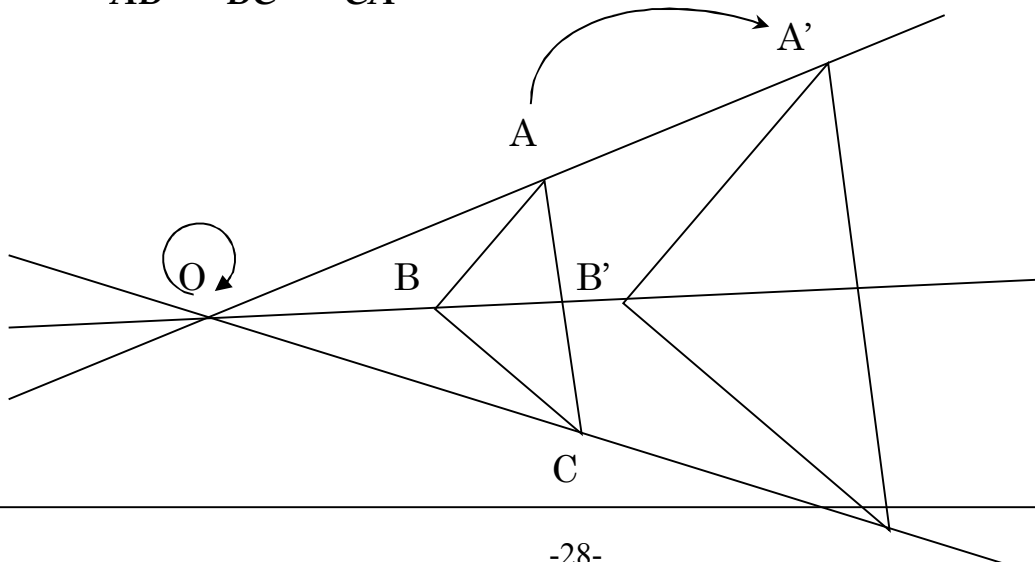
$$\left(\text{Si} \right) \begin{cases} h(M) = M' \\ \text{et} \\ h(N) = N' \end{cases} \quad \text{alors} \quad \overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN} \quad \text{donc} \quad (M'N') \parallel (MN)$$

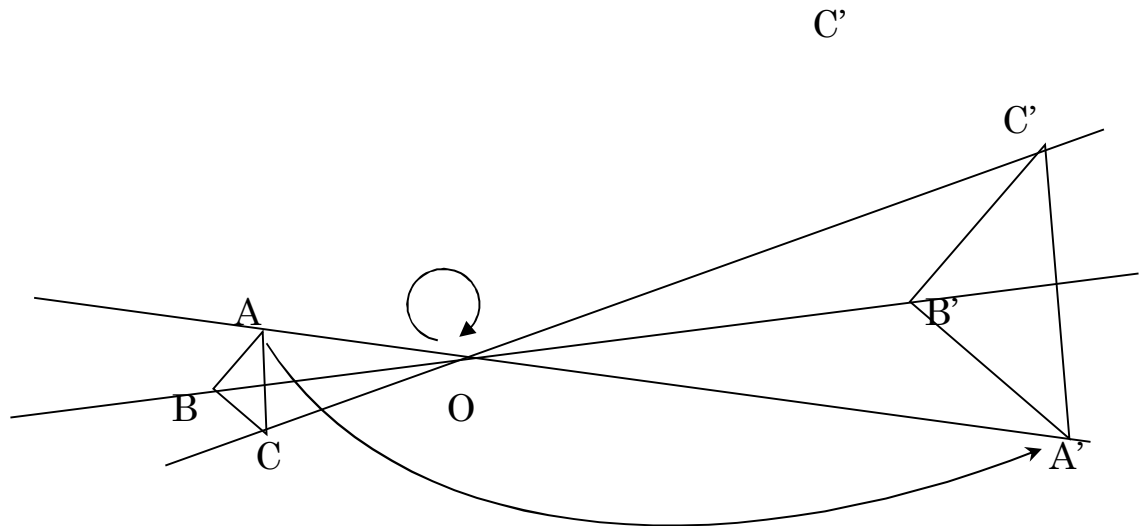
3-5 Images des figures simples

Par une homothétie :

- L'image d'un segment $[AB]$ est le segment $[A'B']$
- L'image d'une droite (D) est une droite (D') parallèle à (D)
- L'image d'un triangle ABC est un triangle $A'B'C'$ et on a :
 $(AB) \parallel (A'B') ; (AC) \parallel (A'C') \text{ et } (BC) \parallel (B'C')$

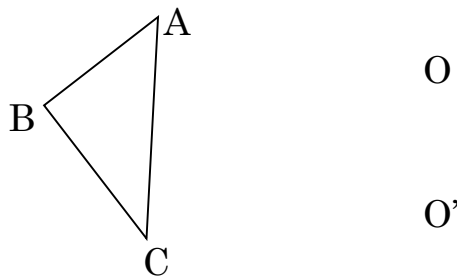
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = |k|$$





Exercices d'application :

On donne deux points O, O' et un triangle ABC.



Construire l'image de ce triangle :

- par l'homothétie h_1 de centre O et de rapport $\frac{7}{4}$. Soit $A_1B_1C_1$ cette image.
 - par l'homothétie h_2 de centre O et de rapport $-\frac{7}{4}$. Soit $A_2B_2C_2$ cette image.
 - par l'homothétie h_3 de centre O' et de rapport $\frac{7}{4}$. Soit $A'_1B'_1C'_1$ cette image.
- a- Trouver les couples de droites parallèles
 b- Les suites AB, BC, CA et A_1B_1 , B_1C_1 , A_1C_1 sont-elles proportionnelles Quel est le coefficient de proportionnalité.

- c- Comparer les triangles $A_1B_1C_1$ et $A'_1B'_1C'_1$. Trouver une transformation g_1 tel que $g_1(A_1) = A'_1$, $g_1(B_1) = B'_1$, $g_1(C_1) = C'_1$

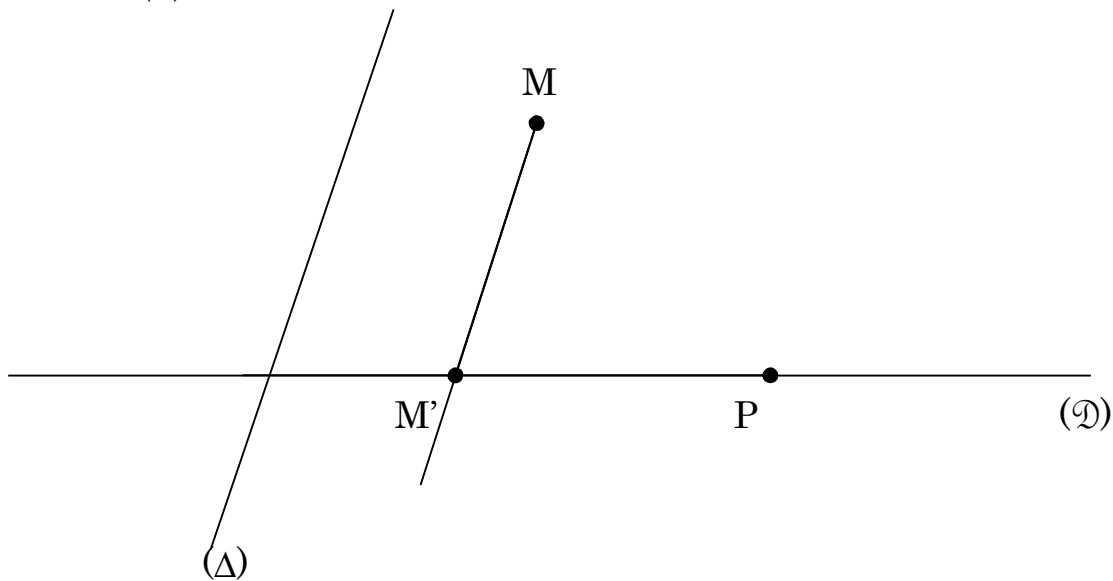
Chapitre 3 : PROPRIETE DE THALES

1- Projection sur une droite parallèlement à une autre

Soit deux droites $(\mathcal{D})$ et (Δ) non parallèles.

Par tout point M du plan, il passe une droite parallèle à (Δ) et une seule qui coupe $(\mathcal{D})$ en M' .

Le point M' est le projeté du point M sur la droite $(\mathcal{D})$ parallèlement à la droite (Δ) .



NB: Tout point P de la droite $(\mathcal{D})$ est invariant dans cette transformation.

2- Propriétés de THALÈS

1-1 Activités

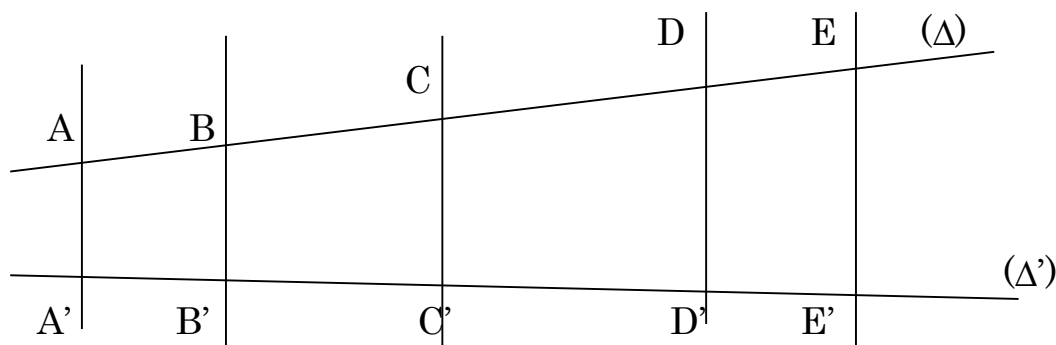


Figure ①

$(AA') // (BB') // (CC') // (DD') // (EE')$

- A, B, C, D et $E \in (\Delta)$
- A', B', C', D' et $E' \in (\Delta')$

A l'aide d'une règle graduée détermine les distances :

AB	BC	CD	DE	A'B'	B'C'	C'D'	D'E'

Calcule les quotients suivants et compare-les :

$\frac{AB}{BC}$	$\frac{A'B'}{B'C'}$	$\frac{BC}{CD}$	$\frac{B'C'}{C'D'}$	$\frac{CD}{DE}$	$\frac{C'D'}{D'E'}$	$\frac{AD}{CD}$	$\frac{A'D'}{C'D'}$		

1-2 Enoncé du théorème

Trois points quelconques A, B, C d'une droite (Δ) se projettent parallèlement à une droite (Δ') respectivement en trois points A', B', C' tels que $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

1-3 Conséquence

Considérons la figure ① :

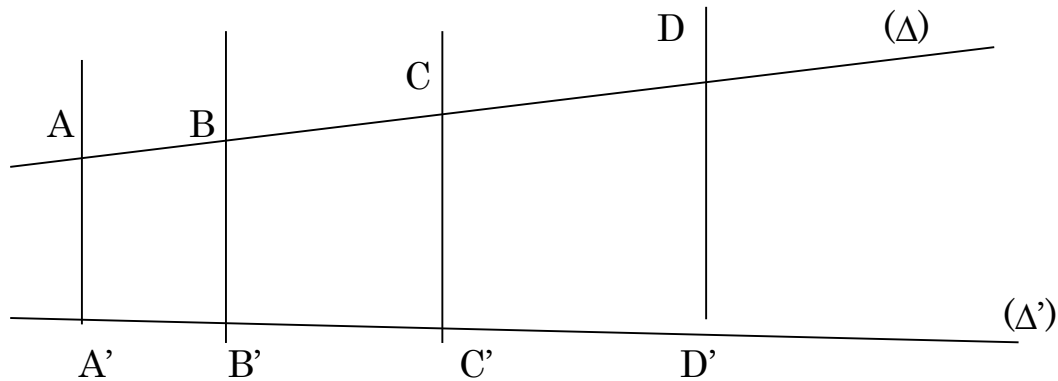
Si $(AA') // (BB') // (CC') // (DD') // (EE')$ calcule les quotients suivants et compare-les :

$\frac{AB}{A'B'}$	$\frac{BC}{B'C'}$	$\frac{CD}{C'D'}$	$\frac{DE}{D'E'}$

Conclusion : Des droites parallèles définissent sur des droites sécantes des segments proportionnels :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = k \text{ (coefficient)}$$

1-4 La réciproque de THALÈS



On donne les mesures suivantes :

AB	BC	CD	A'B'	B'C'	C'D'

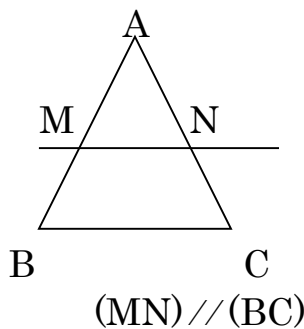
Vérifiez que : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$

$\frac{AB}{A'B'}$	$\frac{BC}{B'C'}$	$\frac{CD}{C'D'}$

Conclusion : Les droites (AA'), (BB'), (CC') et (DD') sont parallèles.

3- Application du théorème de THALÈS au triangle

2-1 Activités



Mesure les longueurs suivantes :

AM	AB	AN	AC	MN	BC

Calcule les rapports suivants et compare-les :

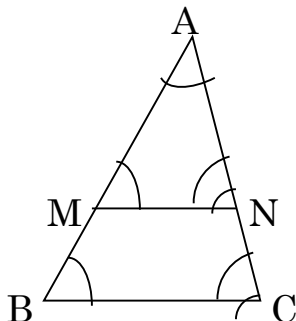
$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$

2-2 Conséquence

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \text{constante}$$

4- Triangles semblables

3-1 Activités



AM, AN et MN sont les côtés du triangle AMN.

AB, AC et BC sont les côtés du triangle ABC.

Appliquons le théorème de THALÈS au triangle

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Donc les côtés respectifs sont proportionnels.

Mesurons les angles de deux triangles et comparons-les :

$\hat{A}$	$\hat{M}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{N}$
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

--	--	--	--	--

$$\underbrace{\widehat{B} = \widehat{M} \quad \widehat{C} = \widehat{N}}$$

Les secteurs homologues sont isométriques

3-2 Conclusion

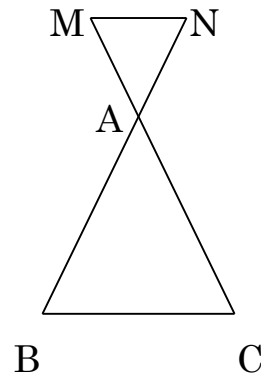
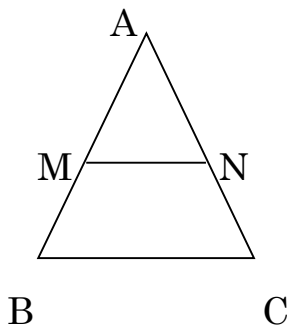
Les triangles ABC et AMN sont dits *semblables*.

3-3 Propriétés

Deux triangles sont semblables ont :

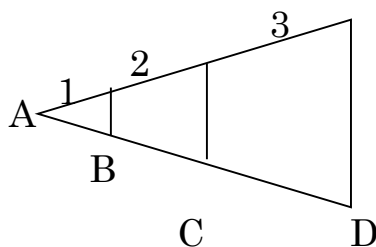
- leurs secteurs angulaires isométriques deux à deux
- leurs côtés opposés aux secteurs angulaires isométriques qui sont proportionnels

3-4 Cas de similitude



5- Exercice d'application

Partager un segment de longueur donnée en des parties proportionnelles à des nombres.



$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{BC} = \frac{3}{CD} = \frac{1+2+3}{AB+BC+CD}$$

STATISTIQUE

1- Vocabulaire statistique

La statistique descriptive a pour objet d'organiser des données mesurables relatives à une population.

- La grandeur mesurée est le caractère statistique noté x_i
 - Si la grandeur mesurée n'est pas un nombre, le caractère est dit **qualitatif**

Exemples : couleur ; artiste préféré, ...

- Si la grandeur mesurée est exprimée est un nombre, le caractère est dit **quantitatif**

Ce caractère **quantitatif** est **discret** si les nombres sont isolés.

Exemples : des notes d'un devoir (10, 12, ...)

Ce caractère **quantitatif** est **continu** si ce sont des intervalles de nombres ou classes de valeurs.

Exemples :]1,50 ; 1,60]

- Le nombre d'éléments de la population statistique est **son effectif total** noté **N**
- Le nombre d'éléments correspondant à la valeur x_i du caractère statistique est **l'effectif partiel** n_i .

La somme des effectifs partiels est égale à l'effectif total N

$$n_1 + n_2 + \dots + n_p = \sum_{i=1}^{i=p} n_i = N \quad \text{avec } 1 \leq i \leq p$$

- On appelle **fréquence** notée f_i de la valeur x_i du caractère statistique le rapport de l'effectif partiel n_i correspondant à l'effectif total N :

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Elle peut être exprimée en pourcentage (%).

$$f_1 + f_2 + \dots + f_p = \sum_{i=1}^{i=p} f_i = 1 \text{ ou } 100\% \quad \text{avec } 1 \leq i \leq p$$

- On appelle **effectif cumulé croissant** (ECC), notée $n_i \nearrow$ de la valeur x_i du caractère statistique, la somme des effectifs partiels de la valeur x_i et des valeurs inférieures :

$$n_i \nearrow = n_1 + n_2 + \dots + n_i$$

- On appelle **effectif cumulé décroissant** (ECD), notée $n_i \searrow$ de la valeur x_i du caractère statistique, la somme des effectifs partiels de la valeur x_i et des valeurs supérieures :

$$n_i \searrow = n_i + n_{i+1} + \dots + n_p$$

- On appelle **fréquence cumulé croissant** notée $f_i \nearrow$ le rapport $\frac{n_i}{N}$
- On appelle **fréquence cumulé décroissant** notée $f_i \searrow$ le rapport $\frac{n_i}{N}$

2- Organisation des données

2-1-1 Collecte d'informations

• Enquête

Un professeur de mathématiques se livre à une enquête auprès de 30 élèves de sa classe de module 2 Mécanique Automobile afin de recueillir des informations qui lui permettront d'établir des tableaux de données statistiques. Voici un extrait du questionnaire s'adressant à chacun de ces élèves:

- Question 1 : Quelle note as-tu obtenue au cours du dernier devoir de mathématiques ?
- Question 2 : Quel type d'employeur choisiras-tu après l'obtention du CAP parmi ceux-ci:
 - A = Fonction publique,
 - B = Secteur privé,
 - C = Etre libéral.
- Question 3 : Dans quelque classe d'âge te situes-tu : [12 ; 14[- [14 ; 16[- [16 ; 18[ou [18 ; 20[?

• Le dépouillement statistique

Question 1 : Quelle note as-tu obtenue au cours du dernier devoir de mathématiques ?

Réponse : 2 – 10 – 4 – 10 – 5 – 4 – 10 – 5 – 5 – 10 – 15 – 16 – 10 – 11 – 10 – 15 – 10 – 16 – 2 – 4 – 10 – 2 – 4 – 10 – 11 – 10 – 11 – 10 – 4 – 10

Note	2	4	5	10	11	15	16
Dépouillement							
Totaux	3	5	3	12	3	2	2

Question 2 : Quel type d'employeur choisiras-tu après l'obtention du CAP ?

Réponse : A – B – C – A – A – B – A – C – A – B – A – A – C – A – C – A – A – A – C – A – C – A – C – A – B – A – C – A – B – C – A – C

Employeur	A	B	C
Dépouillement			
Totaux	15	5	10

Question 3 : Dans quelque classe d'âge te situes-tu ?

12 – 17 – 16 – 14 – 19 – 13 – 16 – 17 – 12 – 15 – 14 – 16 – 15 – 17 – 18
 19 – 18 – 15 – 16 – 19 – 17 – 18 – 17 – 12 – 16 – 13 – 14 – 17 – 15 – 14

Classe d'âge	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Dépouillement				
Totaux	5	8	11	6

• Tableau statistique des effectifs et des fréquences

Exemple : Question 1 :

N =

$$f_i = \frac{\text{Effectif } n_i}{N}$$

Tableau des fréquences – question 1 :

x_i	2	4	5	10	11	15	16
Effectif n_i							
Fréquence f_i							

Tableau des fréquences – question 2 :

x_i				
Effectif n_i				
Fréquence f_i				

Tableau des fréquences – question 3 :

Classe d'âge	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[
Centre de classe x_i			
Effectif n_i			
Fréquence f_i			

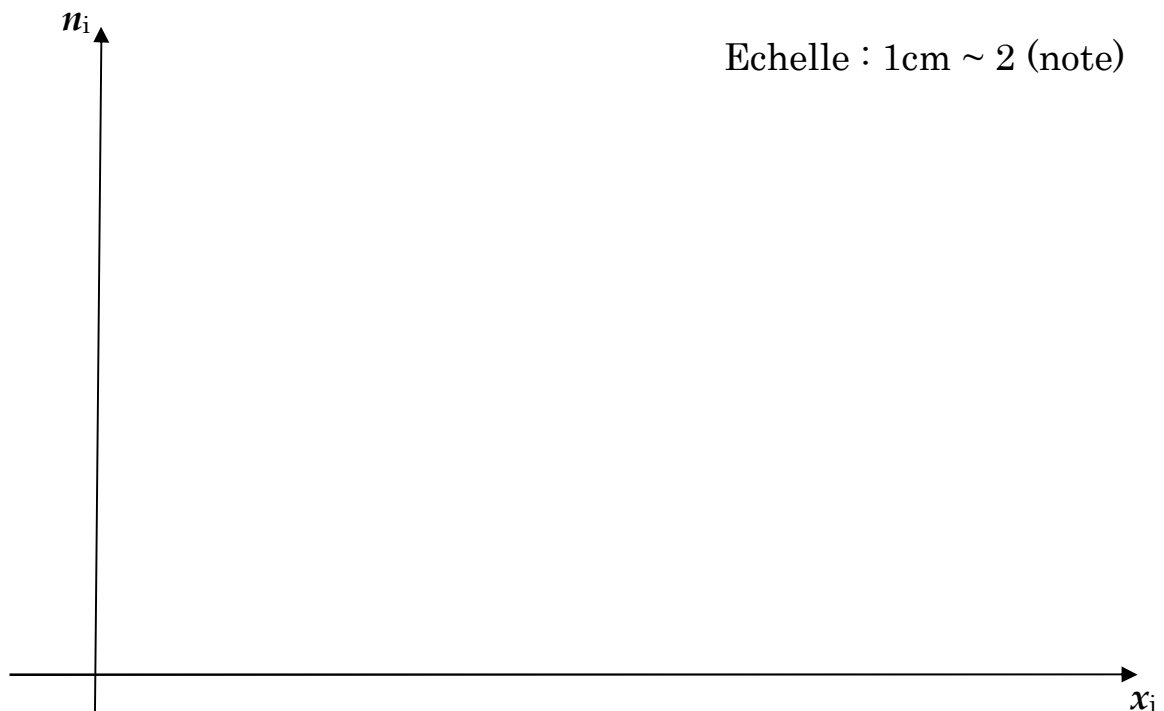
NB : Centre de la classe $[12 ; 14[= \frac{12 + 14}{2} = 13$

3- Représentations graphiques

3-1-1 Diagramme à bâtons

Tableau question 1 :

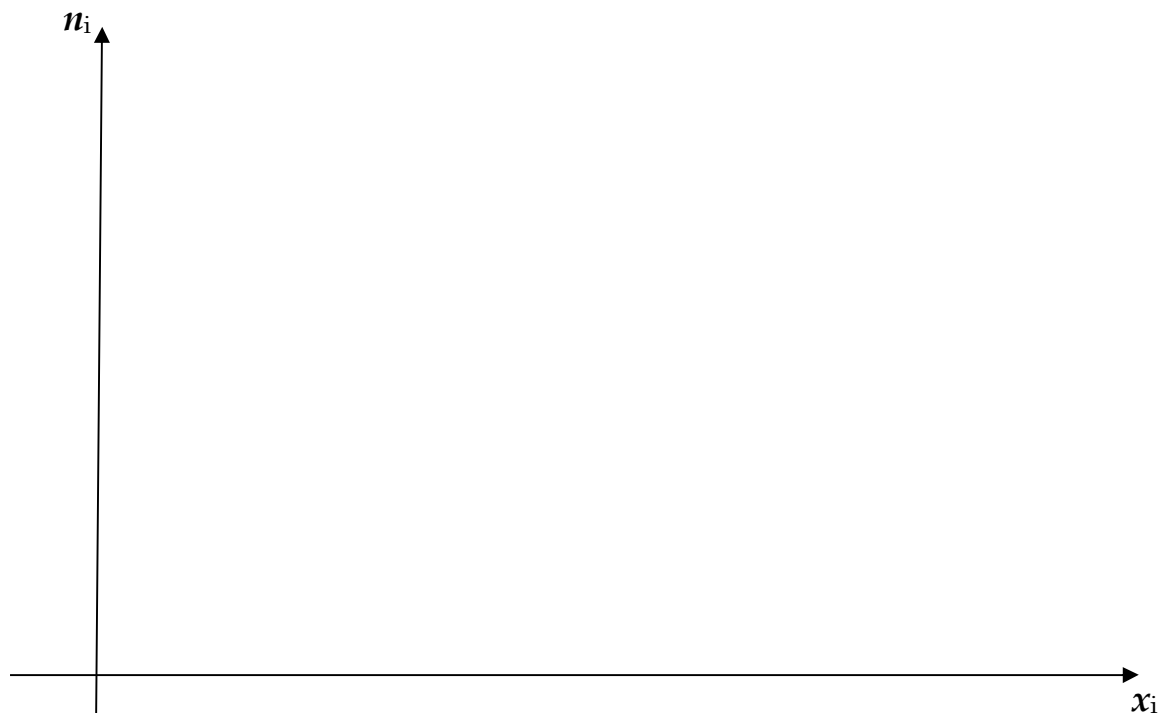
x_i	2	4	5	10	11	15	16
Effectif n_i	3	5	3	12	3	2	2



3-1-2 Diagramme à bandes ou histogrammes

Tableau question 2 :

Classe d'âge	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Effectif n_i	5	8	11	6



3-1-3 Diagramme circulaire ou semi-circulaire

Pour les fréquences, on utilise la formule suivante $\alpha^\circ = f_i \times 360$ ou pour un semi-circulaire $\alpha^\circ = f_i \times 180$

Tableau question 3 :

x_i	A	B	C
Effectif n_i	15	5	10
Fréquence f_i	0,5	0,17	0,33
$\alpha^\circ = f_i \times 360$	180°	$61,2^\circ$	$118,8^\circ$

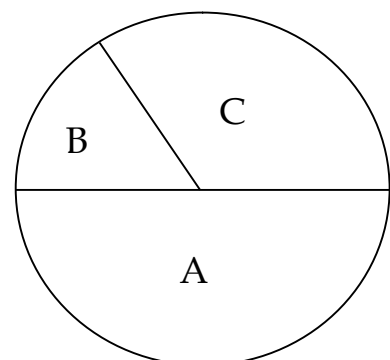


Diagramme circulaire

EXERCICES

NOMBRES REELS

- 01- Calcule en utilisant les propriétés des puissances :

$$A = 2^3 \times 5^3 \quad B = (2^2)^3 \quad C = (-3)^2 \times (-3) \quad D = (-1)^0 \times 3^3 \quad E = (-5)^2 \times 5^{-1}$$

- 02- Simplifie l'écriture des nombres suivants :

$$A = \frac{(-3)^8}{(-3)^7} \quad B = \frac{(-4)^5}{(-4)^{-4}} \quad C = \frac{5^4 \times 3^3 \times 9^2 \times 2^0}{25^3 \times 27} \quad D = \frac{(2^3)^6 \times 8^2 \times 2^1}{(16)^3 \times 4^{-2}}$$

- 03- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Ecriture du type $x \in [a ; b]$ ou $]a ; b[$...	Ecriture du type $a \leq x \leq b$ ou $a < x < b$...
$x \in [1 ; 3]$	
	$-4 \leq x \leq 3$
$x \in [3 ; 5[$	
	$2 \leq x < 7$
$x \in]1 ; 6[$	
	$-2 < x < 1$
$x \in]4 ; 5]$	
	$x < 4$
$x \in]-\infty ; 6[$	
	$x \geq 1$
$x \in]2 ; +\infty[$	

- 04- Les nombres a, b et c sont définis par des encadrements :
 $-3,5 < a < -3$; $-0,5 < b < 0$; $2,5 < c < 3$

Donner un encadrement des nombres suivants : ab ; bc et ca.

- 05- Les nombres x, y et z sont définis par des encadrements :
 $1,2 < x < 1,4$; $5,5 < y < 5,6$; $10 < z < 10,4$

Donner un encadrement des nombres suivants : x + y ; y + z ; z + x

- 06- Reproduire et compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice :

	à 10^{-2} près par défaut	à 10^{-3} près par excès	à 10^{-5} près par défaut	à 10^{-6} près par défaut	Arrondi à 10^{-2} près
$\sqrt{2}$					
$\sqrt{3}$					
$\sqrt{5}$					
$\sqrt{2} + \sqrt{5}$					
$2\sqrt{5}$					

- 07- Ecris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers et a le plus grand possible :

$$\sqrt{24} \ ; \ \sqrt{12} \ ; \ \sqrt{27} \ ; \ \sqrt{147} \ ; \ 2\sqrt{45} \ ; \ 2\sqrt{98} \ ; \ -8\sqrt{256} \ .$$

- 08- Simplifie l'écriture des nombres suivants :

$$A = \sqrt{16 \times 9} \ ; \ B = \sqrt{121 \times 9} \ ; \ C = \sqrt{169 \times 25} \ ; \ D = \sqrt{81 \times 36} \ ;$$

$$E = \sqrt{3} \times \sqrt{300} \ ; \ F = \sqrt{8} \times \sqrt{125} \ ; \ G = \sqrt{8} \times \sqrt{\frac{49}{8}} \ ; \ H = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{98}$$

$$I = \sqrt{10^8} \ ; \ J = \sqrt{2^5 \times 3^4 \times 5^2} \ ; \ K = \sqrt{81 \times 9^2 \times 3^{-6}} \ ; \ L = \sqrt{0,0081}$$

- 09- Calcule :

$$A = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} \ ; \ B = \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \ ; \ C = 3\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$$

$$D = \sqrt{8} + \sqrt{2} - \sqrt{98} + \sqrt{32} \ ; \ E = \sqrt{63} + \sqrt{28} - \sqrt{35} + 2\sqrt{7}$$

$$F = \sqrt{2} (5 + 2\sqrt{3}) \ ; \ G = (5 + 2\sqrt{3}) (4 - 2\sqrt{3})$$

- 10- Ecris sans radical au dénominateur :

$$A = \frac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \ ; \ B = \frac{3\sqrt{2}}{5-\sqrt{3}} \ ; \ C = \frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

- 11- Compare les nombres suivants :

$$3\sqrt{5} \text{ et } 5\sqrt{2} ; -7\sqrt{5} \text{ et } -5\sqrt{6} ; 4 \text{ et } 2\sqrt{7}$$

- 12- Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

a- Encadre $a = 5 - 3\sqrt{2}$ et $b = -1 + \sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 3

b- En déduire une comparaison de a et b .

- 13- Sachant que $3,141 < \pi < 3,142$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

Donne l'encadrement de $\pi + 2\sqrt{3}$ puis de $\pi - 2\sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

- 14- on donne $a = 2\sqrt{3} + 8$ et $b = 8 - \sqrt{12}$

Montrer que $a + b$; $a \times b$ et $a^2 + b^2$ sont des nombres entiers.

- 15- Ecris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier et b le plus petit possible.

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{75} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} ; B = 4\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{32} ;$$

$$C = \sqrt{11} - \sqrt{44} + \sqrt{121} - 11 ; D = 2\sqrt{125} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$$

- 16- Ecris plus simplement :

$$E = 61\sqrt{5} - 12\sqrt{7} - 49\sqrt{5} - 12 ; F = 2\sqrt{11} - 3\sqrt{7} - (6\sqrt{11} - 9\sqrt{7})$$

$$G = 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$$

- 17- Soit deux nombres réels m et n tel que :

$$m = \frac{5}{5 + 2\sqrt{5}} \text{ et } n = 2\sqrt{5} - 5$$

a- écris m sans radical au dénominateur

b- Montre que m et n sont opposés

c- Donne le signe du nombre n et compare m et n

RAPPORTS ET PROPORTIONS

- 01-Voici un tableau de proportionnalité

7		9	16	
	4,5	13,5		27

- a- Calcule le coefficient de proportionnalité de la 1^{ère} à la 2^{ème} ligne
- b- Complète le tableau

- 02- Complète le tableau ci-dessous

Longueur du côté d'un carré	1	2		4	
Périmètre du carré			12		
Aire du carré					25

Y a-t-il proportionnalité entre :

- a- la longueur du côté et le périmètre
- b- la longueur du côté et l'aire
- c- le périmètre et l'aire

Justifie chaque réponse

- 03- En fin d'année, un magasin solde des articles avec un rabais de 40% sur l'ancien prix
 - a- calcule le rabais puis le nouveau prix pour chacun des anciens prix suivants 2000F et 4200F
 - b- Après la solde, un article coûte 53 100F. Quel était l'ancien prix ?

- 04- Un commerçant a acheté un meuble à 6200F. Il le revend avec un bénéfice de 30% sur son prix d'achat.

Calcule le prix de vente du meuble.

- 05- Calculer le nombre manquant dans chacune des proportions suivantes :

$$\frac{x}{6} = \frac{8}{12} ; \quad \frac{3}{5} = \frac{y}{10} ; \quad \frac{4}{9} = \frac{t}{6} ; \quad \frac{u}{7} = \frac{9}{10}$$

- 06- Dans le tableau suivant, les nombres de la 1^{ère} ligne sont directement proportionnels à ceux de la seconde ligne. Complète le tableau :

x		1	25	7	9		14	
	15,4			36,4		88,4		.

- 07- Dans le tableau suivant, les nombres de la 1^{ère} ligne sont directement proportionnels à ceux de la seconde ligne. Complète le tableau :

x		10		8		1	24	
	4,25	8,5	47,6		54,4			.

- 08- Dans le tableau suivant, les nombres de la 1^{ère} ligne sont inversement proportionnels à ceux de la seconde ligne. Complète le tableau :

14	$\frac{7}{3}$			7	168	
		84	0,125	6		21

- 09- Deux frères de 8 et 11 ans se partagent 95 billes proportionnellement à leurs âges.
Combien de billes chacun aura-t-il ?
- 10 - Un chef d'entreprise décide de partager 500 000F de prime entre ses 4 employés proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise : 1 an , 3 ans, 4 ans et 8 ans.
Quelle somme auront-ils chacun ? Fais un tableau de proportionnalité.
- 11 - Dans un rectangle ABCD, on a $AB = 6$ cm et $BC = 5$ cm. Ce rectangle est le plan d'un champ à l'échelle $\frac{1}{5000}$.
Quelles sont les dimensions réelles du champ (en m) ?

- 12- Dans une maquette à l'échelle $\frac{1}{5}$, une boîte parallélépipédique a pour dimension : 2 cm, 3 cm, 5 cm. Quelles sont les dimensions réelles de la boîte ?

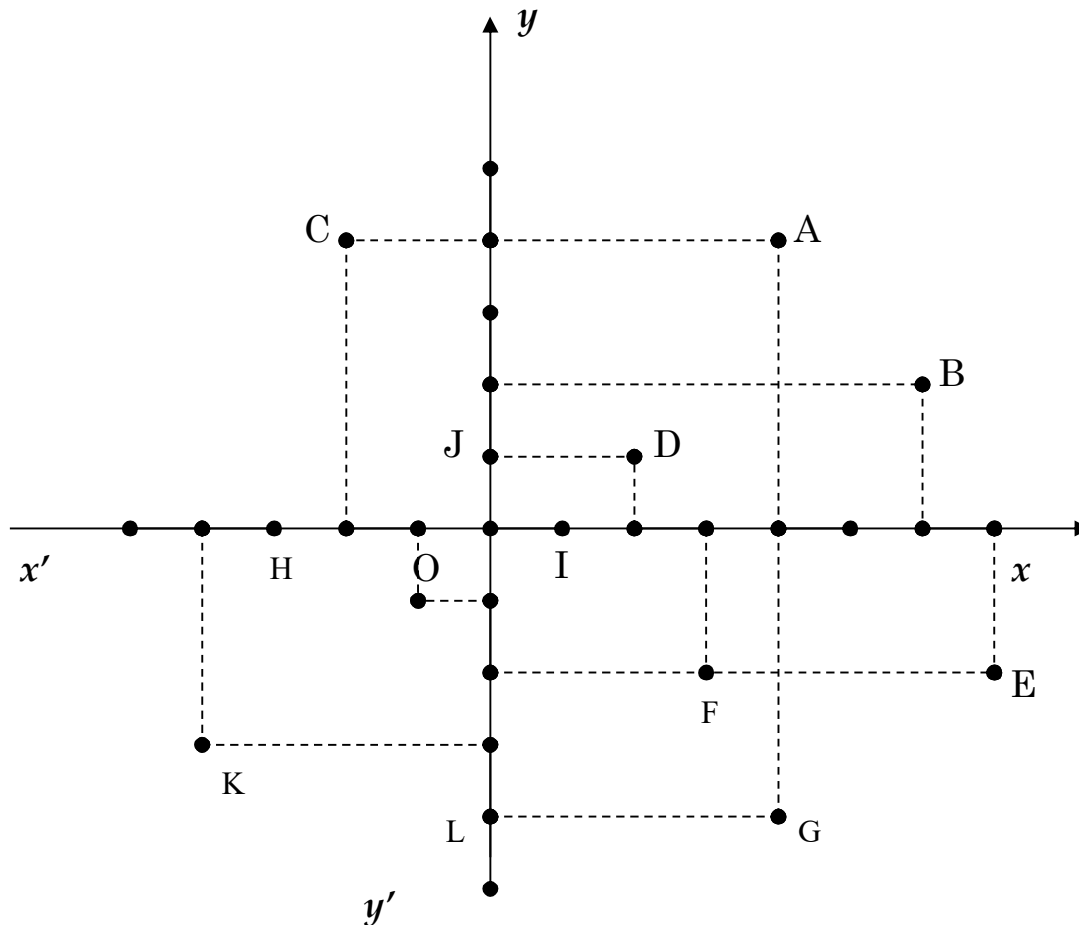
- 13- Complète le tableau ci-dessous

Distance réelle	Distance sur la carte	Echelle
5,4 km	74 mm	
165 m	mm	1/5000
.....km	2 cm	1/1200000
120 cm	48 mm	
100 km		1/250000

- 14- Un baladeur coûte 600F. le commerçant accorde une remise de 5%. Calculer le montant de la remise et le prix payé.
- 15- Dans une classe de 24 élèves, il y a 15 garçons et 9 filles. Quel le pourcentage des garçons et des filles ?
- 17- Un commerçant a fait un bénéfice de 72 450 F sur une marchandise qui lui revenait à 345 000 F. Calcule le pourcentage du bénéfice sur le prix.
- 18- Un commerçant accorde successivement deux remises, la 1ère de 5% et la 2ème de 3% sur un prix brut de 1250F.
 - a- Quel est le montant de la 1ère remise ?
 - b- Quel est le montant de la 2ème remise ?
 - c- Quel est le prix net payé ?
- 19- Une marchande achète 360 assiettes à raison de 1300F la douzaine. Elle en casse huit et désire gagner 20% sur le prix d'achat. Combien doit-elle revendre chaque assiette ?
- 20- le rendement du blé en farine est 80%. Le rendement de la farine en pain est 128%.
 Calculer la quantité de pain produite à partir de :
 - a- 100 kg de blé
 - b- 250 kg de blé
 - c- 1000 kg de blé

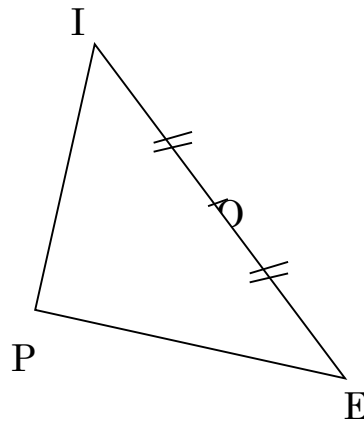
VECTEURS

- 01- Soit le repère orthonormé suivant :



Donne les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, K et L.

- 02- Dessiner un repère orthonormé où l'unité graphique est 2 cm.
Placer les points suivants :
 $A(2,25 ; 0)$; $B(-3 ; 0)$; $C(-2,5 ; 2,5)$; $D(0 ; -3)$; $E(1 ; 1)$; $F(-3 ; -3)$
- 03- Dans un repère orthonormé où l'unité graphique est le cm,
Placer les points : $A(1 ; 2)$; $B(4 ; 0)$; $C(-1 ; -1)$
Calculer les coordonnées de A' milieu de [BC], de B' milieu de [CA]
et des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
- 04- Place trois points non alignés M, N et K. Construis les points
E, U et O tels que : $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{MK}$; $\overrightarrow{MU} = \overrightarrow{KN}$ et $\overrightarrow{KO} = \overrightarrow{NM}$
- 05- On donne le triangle PIE et O le milieu du côté [IE].



- a- Construis les points F et R tel que $\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{PO}$ et $\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{PO}$
- b- Montre que $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{FR}$
- c- Quelle est la nature du quadrilatère FIER ?

- 06- Dans un plan muni d'un repère, on donne les points A(-3 ; 1) ; B(1 ; 2) ; C(-4 ; 3).

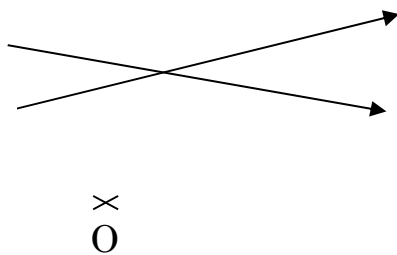
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

- 07- En utilisant l'égalité de Chasles, complète :

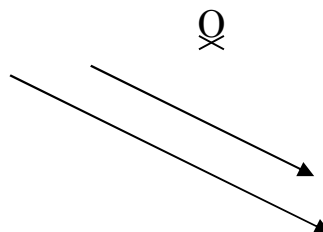
$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} ; \overrightarrow{\dots\dots\dots F} + \overrightarrow{\dots\dots\dots C} = \overrightarrow{E\dots\dots\dots} ; \overrightarrow{PT} + \overrightarrow{\dots\dots\dots} + \overrightarrow{S\dots\dots\dots} = \overrightarrow{PV} ;$$

$$\overrightarrow{RQ} + \overrightarrow{QS} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} ; \overrightarrow{QF} + \overrightarrow{\dots\dots\dots C} = \overrightarrow{\dots\dots\dots} ; \overrightarrow{\dots\dots\dots} + \overrightarrow{M\dots\dots\dots} + \overrightarrow{L\dots\dots\dots} = \overrightarrow{CV}$$

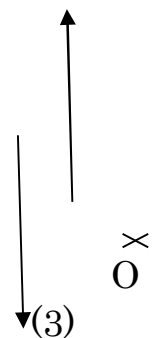
- 08- Pour chaque cas de figure, construis la somme des vecteurs ci-dessous à partir du point O.



(1)



(2)



(3)

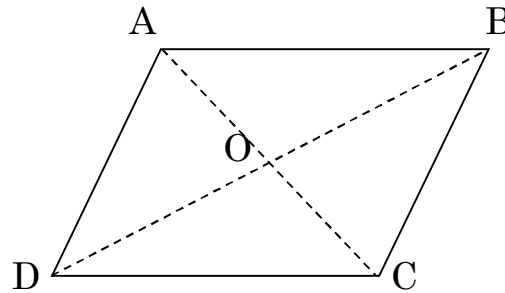
- 09- ABCD est un parallélogramme de centre O. Complète :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$$

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} =$$

$$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} =$$

$$\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DC} =$$



- 10- RST est un triangle. Construis le point K tel que $\overrightarrow{RK} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{TR}$
 Montre que le quadrilatère RTSK est un parallélogramme

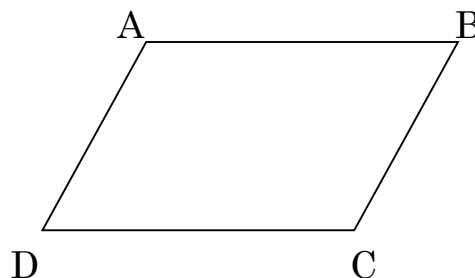
- 11- Dans un plan muni d'un repère, on donne le point E(-3 ; 1).

Calculer les coordonnées du point F sachant que $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

- 12- Place les points M, N et P définis par :

$$\begin{array}{lll} \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} & \begin{array}{c} O \\ \times \end{array} & \begin{array}{c} A \\ \times \end{array} \\ \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} & & \\ \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} & \begin{array}{c} \times \\ C \end{array} & \begin{array}{c} \times \\ B \end{array} \end{array}$$

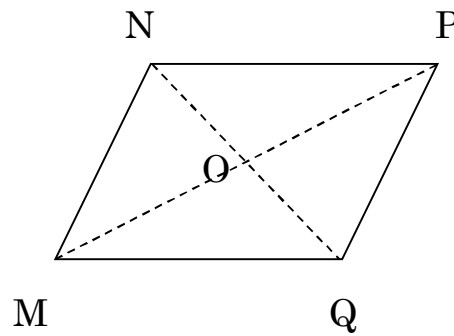
- 13- Soit ABCD un parallélogramme. Complète les égalités suivantes :



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \dots\dots\dots; \quad \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} =$$

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \dots\dots\dots; \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} =$$

- 14- MNPQ est un parallélogramme de centre O



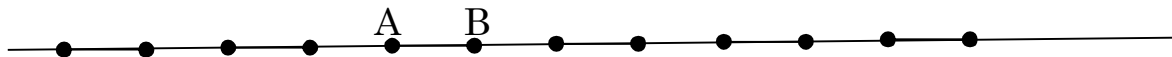
- a. Complète par un nombre réel

$$\overrightarrow{OM} = \dots\dots \overrightarrow{MP} \quad ; \quad \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NM} = \dots\dots \overrightarrow{PQ}$$

- b. Complète par un vecteur

$$\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NP} = \dots\dots\dots \quad ; \quad \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \dots\dots\dots$$

- 15-



Sur la figure ci-dessus, place les points M et P tels que :

$$\overrightarrow{AM} = 3 \overrightarrow{NB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AP} = -4 \overrightarrow{AB}$$

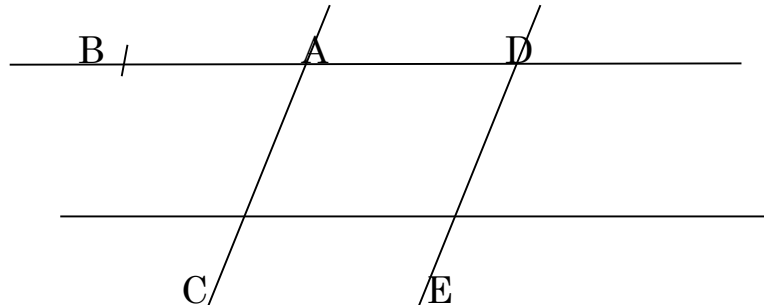
- Exprime le vecteur $\overrightarrow{PM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- Exprime le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AM}$

- 16-

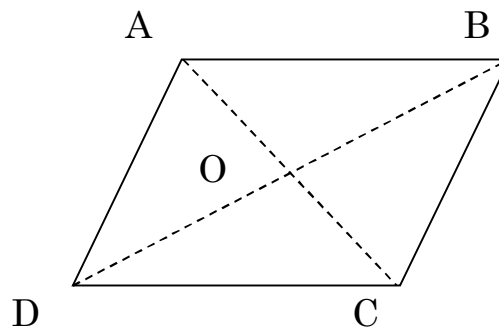
- Construis un triangle ABC tel que $AB = 3 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$;
 $BC = 5 \text{ cm}$
- Construis les points E et F tels que : $\overrightarrow{CE} = -2 \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$

TRANSLATION

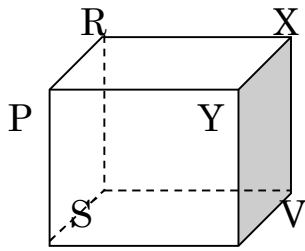
- 01- Sur la figure, le quadrilatère ADEC est un parallélogramme.



- Indique les droites de même direction
 - Cite les couples de points ayant le même sens que le couple (B, D)
 - Sur la droite (AC), marque F tel que les couples (B, E) et (B, F) aient le même sens.
 - Cite les couples de points ayant un même sens contraire au couple (E, D)
- 02- t est la translation qui applique B sur O.



- Quelle est l'image du point B par la translation t .
 - Construis les points E, F, G images respectives par t des points A, C et D
 - Trace en couleur rouge l'image du parallélogramme ABCD par la translation t .
- 03- On considère la figure codée ci-dessous où les droites (RX), (PY), (SV) et (TZ) sont parallèles entre elles.
 La translation t applique le point R sur X.



T Z

a- Complète le tableau suivant :

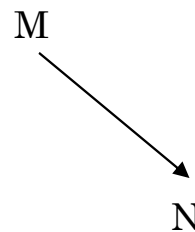
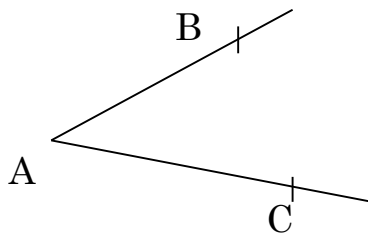
R		T	
X	V		Y

b- Trouve les vecteurs de même direction que $\overrightarrow{PY}$

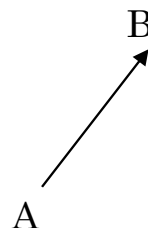
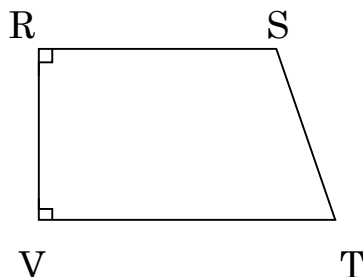
c- Trouve les vecteurs de même sens que $\overrightarrow{XV}$

d- Trouve les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{ST}$

- 04- A, B et C sont trois points non alignés
 - a- Construis les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$
 - b- Montre que C est le milieu de [DE]
- 05- Construis l'image de l'angle $\widehat{BAC}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$

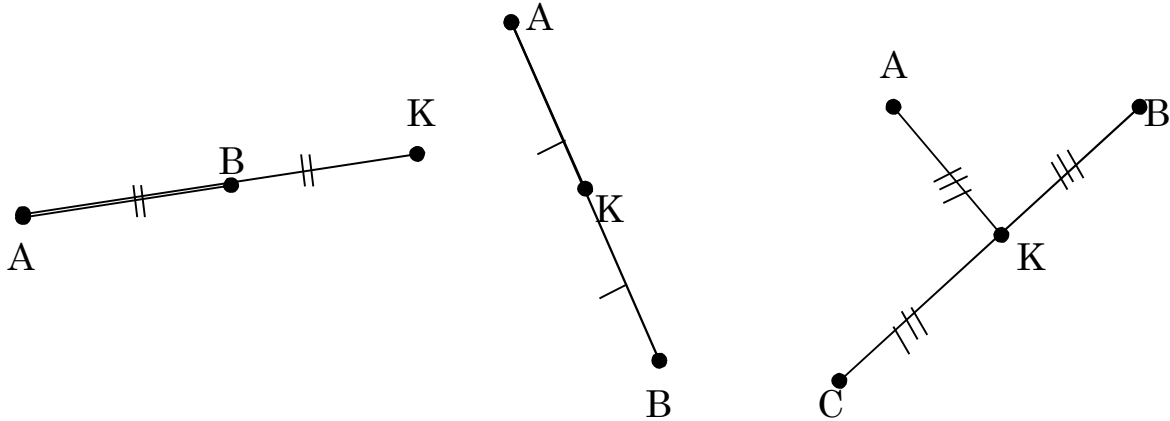


- 06- Construis l'image du trapèze rectangle RSTV par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

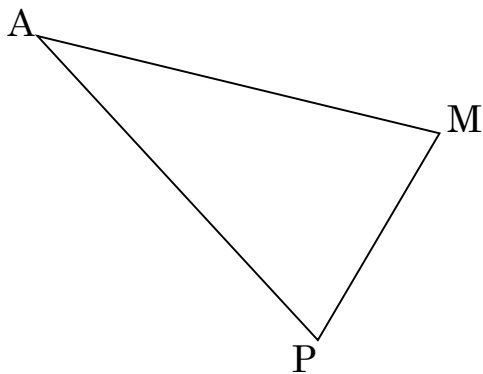


Symétries

- 01- Pour chaque cas de figure, donne deux points symétriques par rapport à un point. Justifie tes réponses



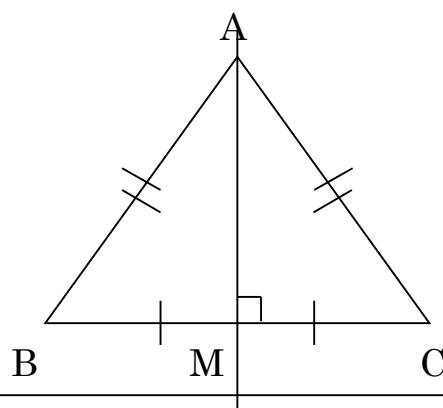
- 02- MNP est un triangle et O est le milieu de [NP]



- Construis le point Q image de M par la symétrie centrale de centre O
- Complète le tableau

S_O	M		P	Q		(NP)	(MN)	(MQ)	(PQ)
		N			O				

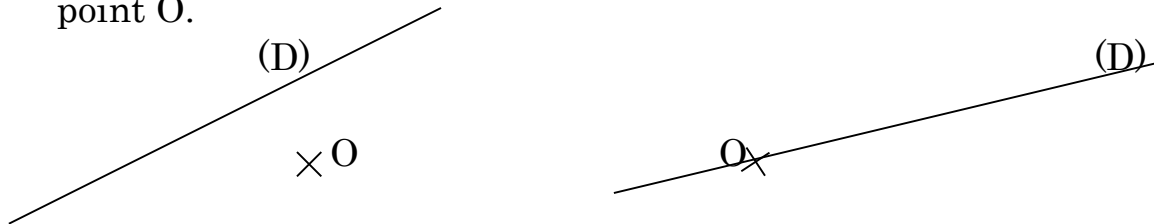
- 03- On donne la figure ci-dessous



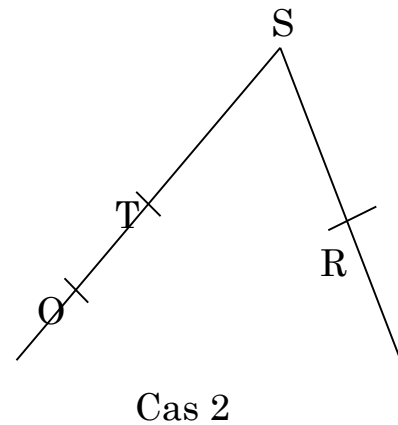
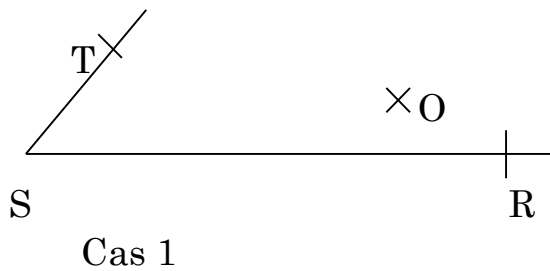
- a- Justifie que la droite (L) est la médiatrice du segment [BC]
 b- Complète le tableau

	A	B	C	M	(L)
$S_{(L)}$					

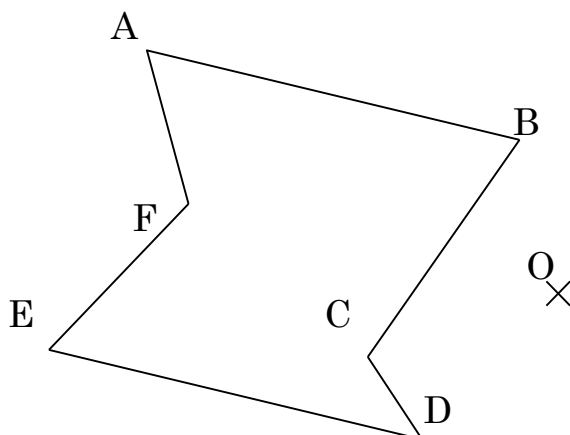
- 04- Construis le symétrique (D') de la droite (D) par rapport au point O.



- 05- Construis le symétrique de l'angle $R\hat{S}T$ par rapport au point O dans chaque cas :



- 06- Construis les symétriques des points A, B, C, D, E et F par rapport au point O et trace en couleur le symétrique de la figure ABCDEF par rapport au point O.



- 07- Trace un triangle ABC et construis le milieu I de [AB]. Construis les points M et P symétriques de A et B par rapport au point C. Place le point Q, milieu du segment [MP] et justifie que les points I, C et Q sont alignés.
- 08- Place deux points A et O distants de 4 cm puis construis le cercle (C) de centre A et de rayon 2,5 cm.
Construis le cercle (C') symétrique de (C) par rapport au point O
- 09- Parmi les lettres suivantes indique celles qui admettent un axe de symétrie et trace cet axe :

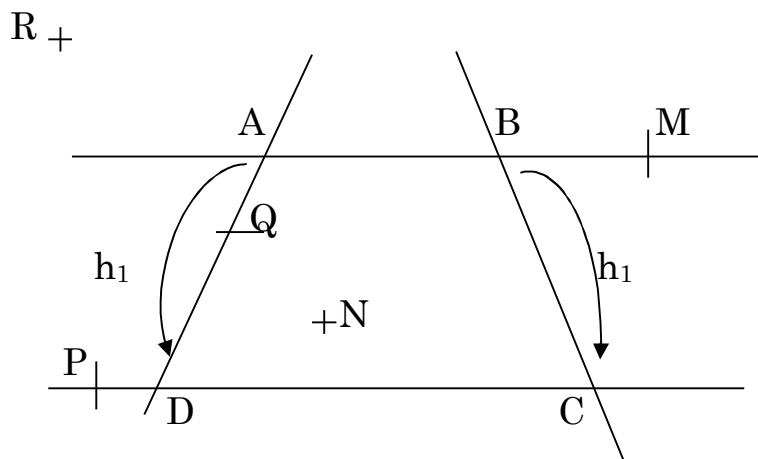
A B C D E F G H I J K L M N
O P Q R S T U V W X Y Z

Homothétie

- 01- Soit un triangle ABC. Construis l'image de ce triangle par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$.

Construis l'image de ce triangle par l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{1}{2}$

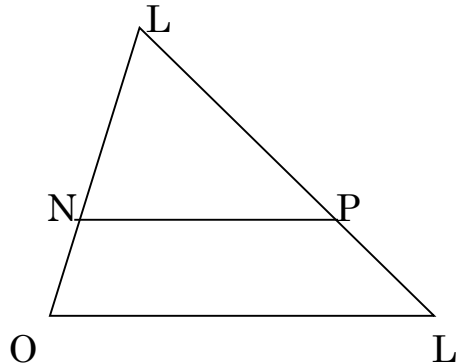
- 02- Soit un parallélogramme ABCD et G le centre de gravité du triangle ACD. Quelle est l'image du parallélogramme ABCD par l'homothétie de centre G et de rapport $-\frac{1}{2}$
- 03- Soit un trapèze ABCD tel que $(AB) \parallel (CD)$. On désigne par S le point d'intersection de (AD) et (BC), et par T le point d'intersection de (AC) et (BD).
 - a- Quel est le centre de l'homothétie h_1 telle que $h_1(A) = D$ et $h_1(B) = C$? Construis les images des points M, N, P, Q, R représenté sur figure ci-dessous.



- b- Quel est le centre de l'homothétie h_2 telle que $h_2(A) = C$ et $h_2(B) = D$? Construis les images des points M, N, P, Q, R représenté sur figure ci-dessus.

THALÈS

- 01- Observe le triangle COL. $(OC) \parallel (NP)$, $N \in (OL)$, $P \in (LC)$.
 Ecrire un rapport égal à chacun des rapports ci-dessous



$$\frac{LN}{LO} =$$

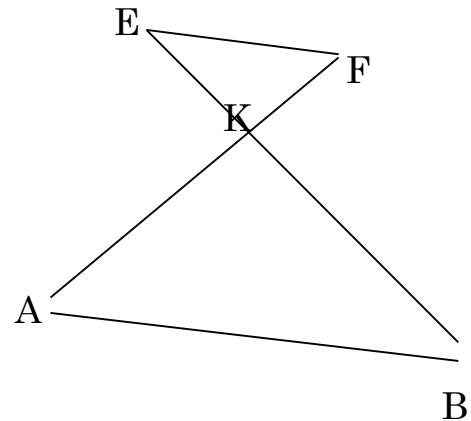
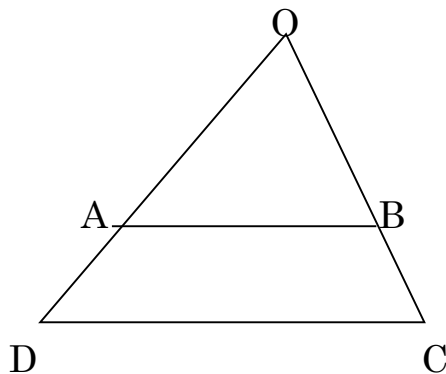
$$\frac{LP}{LC} =$$

$$\frac{OL}{LN} =$$

$$\frac{NL}{NO} =$$

$$\frac{PL}{PC} =$$

- 02- On donne :
 $(AB) \parallel (DC)$



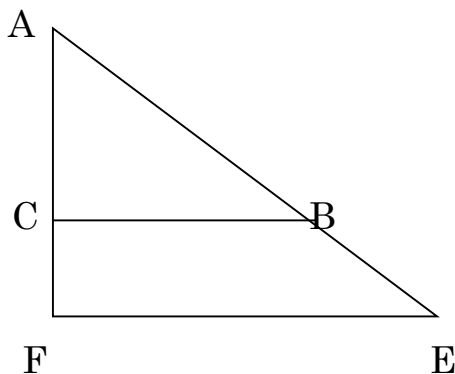
$$DC = 5 ; AB = 4 \text{ et } OB = 3$$

$$KF = 3 ; AK = 7 \text{ et } EF = 6$$

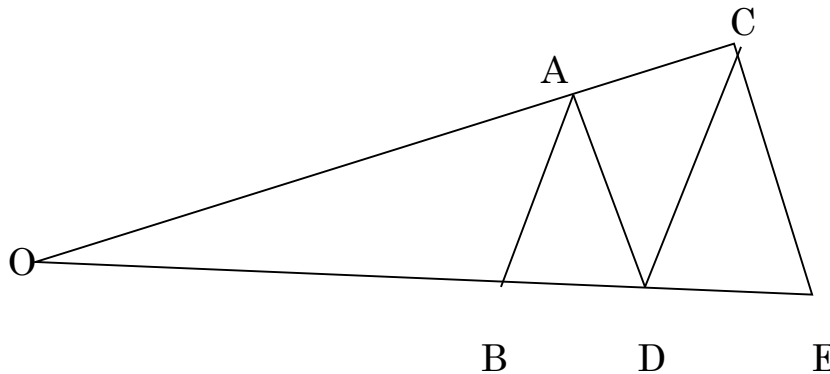
Calculer OC

Calculer AB

- 03- Observe la figure ci-dessous : $E \in [AB)$; $F \in [AC)$; $AB = 6$;
 $AC = 7$; $AE = 20$ et $AF = 17,5$. Justifie que $(BC) \parallel (EF)$.

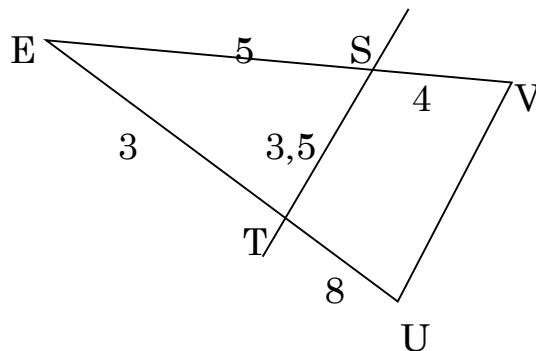


- 04-les droites (AB) et (CD) sont parallèles. On donne $OA = 5$; $AC = AB = 4$; $OD = 5,3$ et $ED = 5,04$.



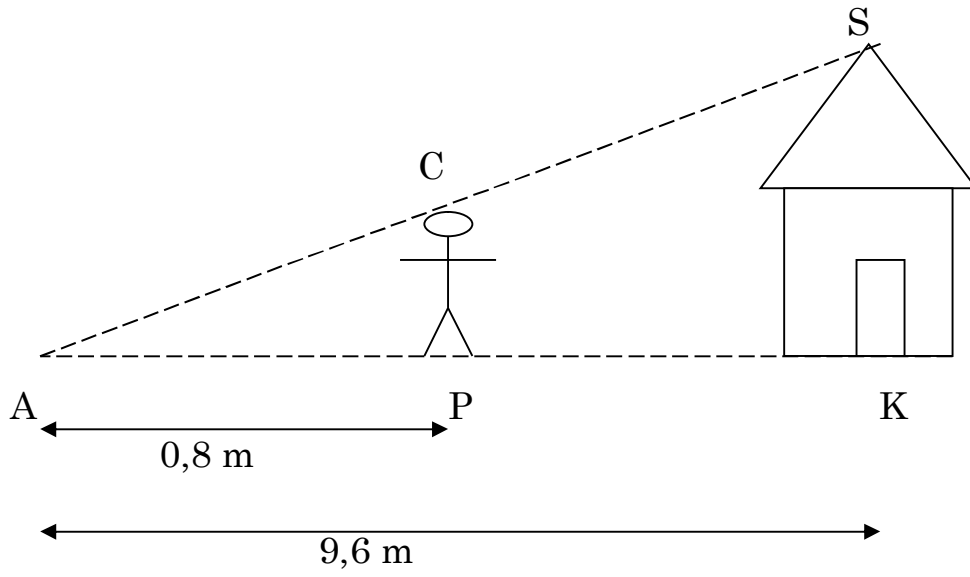
- a- Calculer OB et CD
- b- Montrer que $(AD) \parallel (CE)$

- 05-On considère la figure suivante avec $(ST) \parallel (UV)$



Calcule TU et UV.

- 06- Konan veut connaître la hauteur de la maison à l'ombre de laquelle il faisait la sieste. Pour cela, il se déplace sur cette ombre et s'arrête quand l'extrémité de son ombre et celle de la maison coïncident. Il mesure alors la distance qui sépare ses pieds de l'extrémité A de l'ombre de la maison. Il trouve 0,8 m, puis il mesure l'ombre de la maison et trouve 9,6 m. Konan a une taille de 1,75 m. Calcule la hauteur de la maison.



STATISTIQUES

- 01- A la demande d'une chaîne de télévision, un enquête a été faite auprès des téléspectateurs. Suivant la durée hebdomadaire d'écoute des émissions télévisées, la répartition des personnes interrogées est la suivante :

Durée d'écoute en heure (H)	Nombres de personnes
[2 ; 4[	10
[4 ; 6[	40
[6 ; 8[	70
[8 ; 10[	150
[10 ; 12[	250
[12 ; 14[	350

- a- Présenter dans un tableau des fréquences.
 - b- Combien de personnes écoutent les émissions télévisées
 - moins de 8 h par semaine
 - au moins 12 h par semaine
 - c- Construire l'histogramme des effectifs.
- 02 – Dans une classe, le relevé des notes attribuées après un devoir est :

04 – 14 – 06 – 08 – 08 – 18 – 10 – 05 – 05 – 11 – 10 – 10 – 12 – 02 – 17
 05 – 12 – 14 – 14 – 17 – 08 – 13 – 15 – 18 – 14 – 15 – 04 – 09 – 17 – 13
 05 – 11 – 04 – 16 – 02 – 12 – 13 – 10 – 17 – 05 – 15 – 08 – 11 – 14 – 08
 07 – 12 – 14 – 11 – 05 – 01 – 17 – 14 – 12 – 04 – 03 – 07 – 20 – 11 – 10

- a- Quel est l'effectif total
- b- Déterminer la population étudiée, l'individu, le caractère étudié et sa nature.
- c- Etablir un tableau des effectifs et fréquences.

- 03- Dans une classe, le relevé des notes attribuées après une évaluation est le suivant :

04	11	12	05	08	13	09	10	15	17	07	14
15	16	02	07	10	11	01	12	14	04	18	11
19	12	03	14	02	05	12	13	17	01	03	12
14	02	15	12	08	10	11	01	03	05	10	15

a- Déterminer :

- La population étudiée
- L'individu
- Le caractère étudié
- La nature du caractère
- L'effectif total

b- Reproduis et complète le tableau des effectifs et des fréquences (en pourcentage) :

Modalités	
Effectifs	
Fréquences	

c- Trace un diagramme en bâton des effectifs.

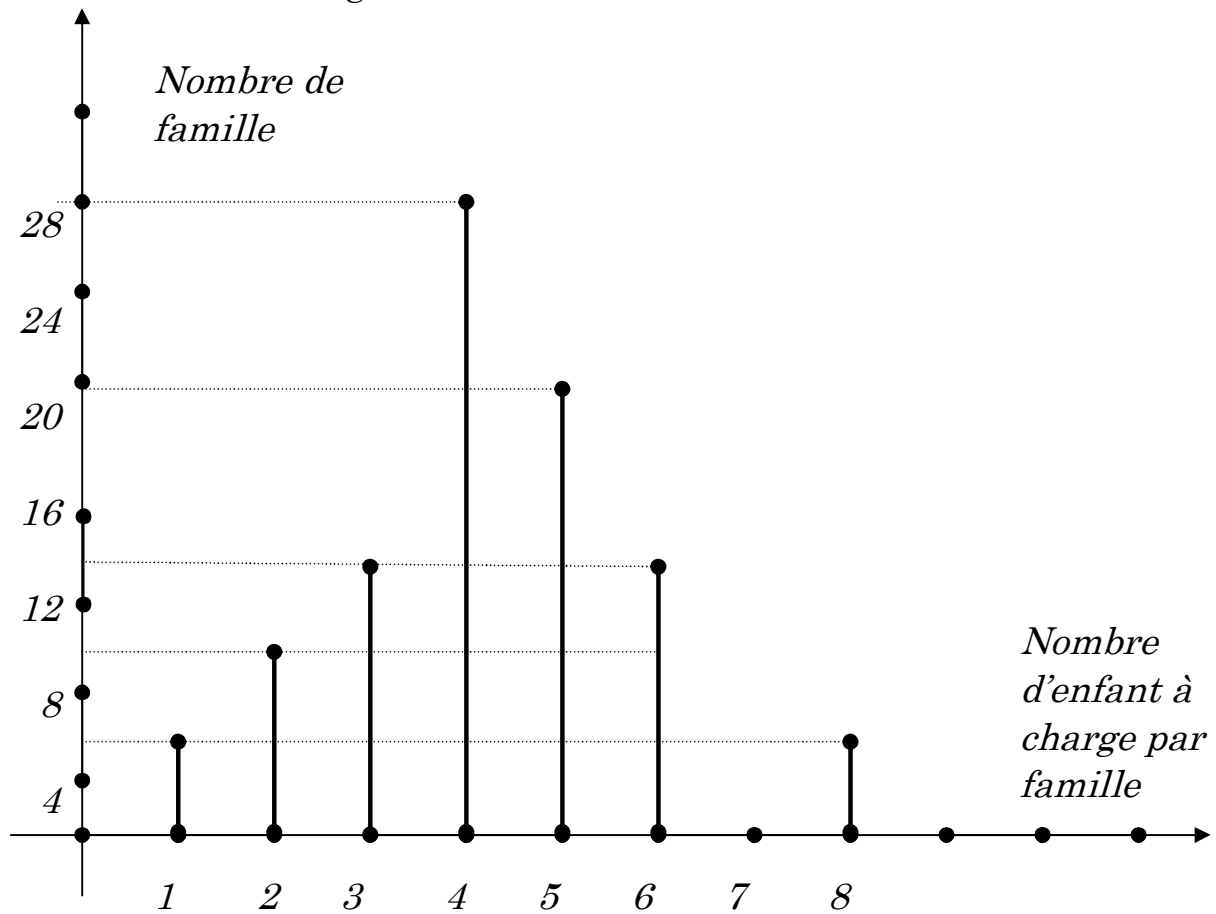
- 04- Le tableau ci-dessous donne le sexe des enfants nés en septembre dans la commune de Maféré :

N° d'ordre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
sexe	F	F	M	F	M	F	M	M	F	M	F	F	M	F	M	M	F

N° d'ordre	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
sexe	M	M	F	M	F	F	F	M	F	F	M	F	F	M	F	F	M

- a- Quelles sont les modalités de cette série statistique ?
- b- Quel est l'effectif total ?
- c- Quel est le caractère étudié.
- d- Quelle est la nature du caractère
- e- Calcule le pourcentage de chaque modalité ?
- f- Construis le tableau des effectifs et des fréquences
- g- Construis le diagramme semi-circulaire de cette série statistique.

- 05- Observe le diagramme ci-dessous :



- Quelle est la population étudiée
 - Quel est le caractère étudié ?
 - Quelle est la nature du caractère ?
 - Quel est le mode de cette série statistique ?
 - Dresse le tableau des effectifs et des fréquences en pourcentage
- 06- Le tableau ci-dessous donne la répartition des 36 membres d'un club de sport :

Modalités	Judo	natation	tennis	Totaux
Effectif			12	
Angle au centre	30°			180°

- Reproduis et complète
- Construis le diagramme semi-circulaire de cette série statistique