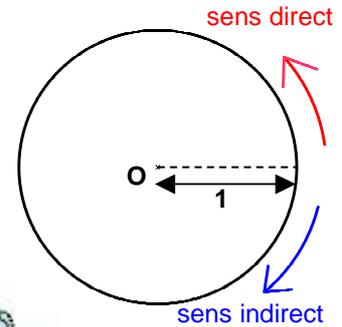


Trigonométrie

I) Cercle trigonométrique :

définition : Un cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 sur lequel on distingue deux sens de parcours : le sens **direct** (sens inverse des aiguilles d'une montre) et le sens **indirect** (sens des aiguilles d'une montre).



Le rayon étant de 1 (une unité), la longueur du cercle est 2π , celle du demi-cercle est π , celle du quart de cercle est $\frac{\pi}{2}$!



II) Enroulement d'une droite numérique sur le cercle trigonométrique :

a) droite numérique :

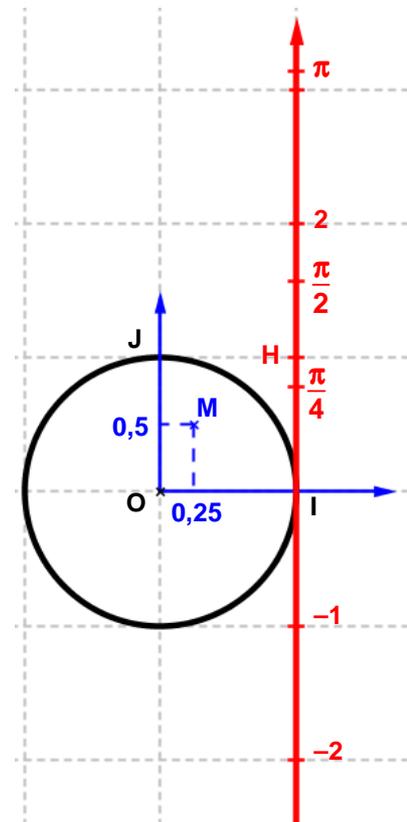
Soit \mathcal{C} , un cercle trigonométrique de centre O.
 (O;I;J) est un repère orthonormé.

Dans ce repère,

M a pour coordonnées : (0,25 ; 0,5)

H a pour coordonnées : (1 ; 1)

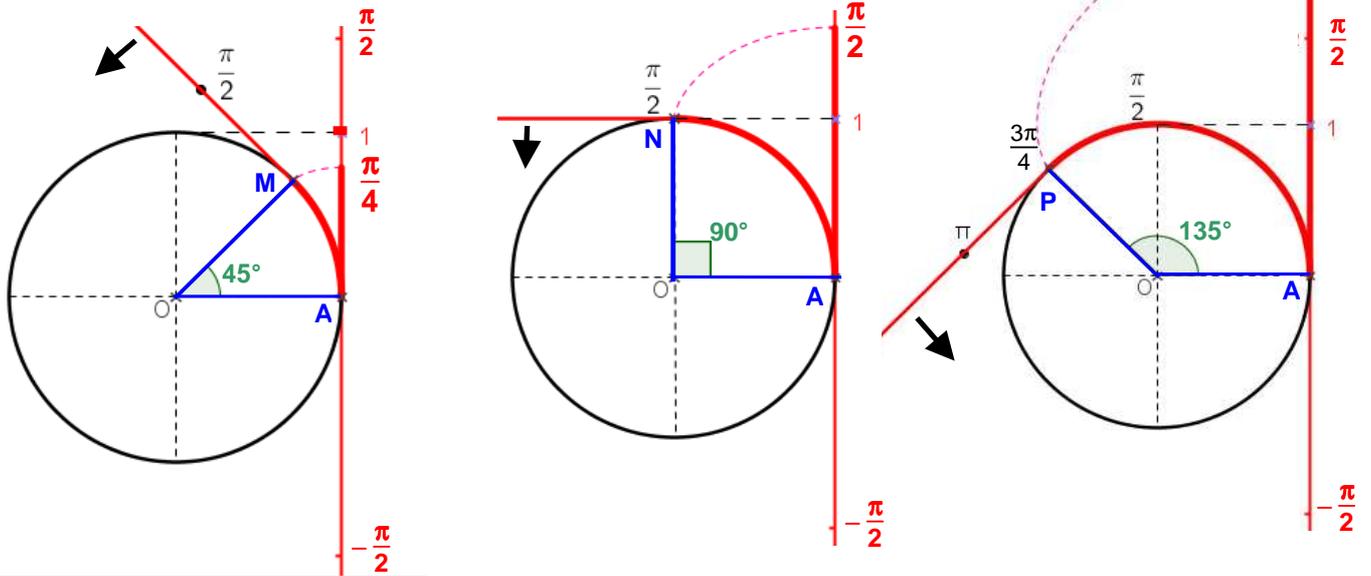
On munit (IH) du repère (I;H). On a donc une droite graduée recouvrant tous les réels.
 Nous appellerons cette droite, **droite numérique**.



b) enroulement de la droite numérique :

Imaginons que nous enroulions la droite autour du cercle. On associe à chaque abscisse d'un point de la droite, un point du cercle.

► enroulement dans le sens direct



Le réel $\frac{\pi}{4}$ vient "s'appliquer" sur le point M.

L'arc \widehat{AM} a pour longueur $\frac{\pi}{4}$

M est associé au réel positif $\frac{\pi}{4}$.

L'angle \widehat{AOM} a pour mesure 45°

Le réel $\frac{\pi}{2}$ vient "s'appliquer" sur le point N.

L'arc \widehat{AN} a pour longueur $\frac{\pi}{2}$

N est associé au réel positif $\frac{\pi}{2}$

L'angle \widehat{AON} a pour mesure 90°

Le réel $\frac{3\pi}{4}$ vient "s'appliquer" sur le point P

L'arc \widehat{AP} a pour longueur $\frac{3\pi}{4}$

P est associé au réel positif $\frac{3\pi}{4}$

L'angle \widehat{AOP} a pour mesure 135°

Pour exprimer la mesure d'un angle on peut donc utiliser la longueur de l'arc de cercle !

Pour un angle de 45° la longueur de l'arc de cercle est de $\frac{\pi}{4}$ soit environ 0,78.

Cette unité s'appelle **le radian** ! Par exemple, un angle de 90° a une mesure de $\frac{\pi}{2}$ **radians**.

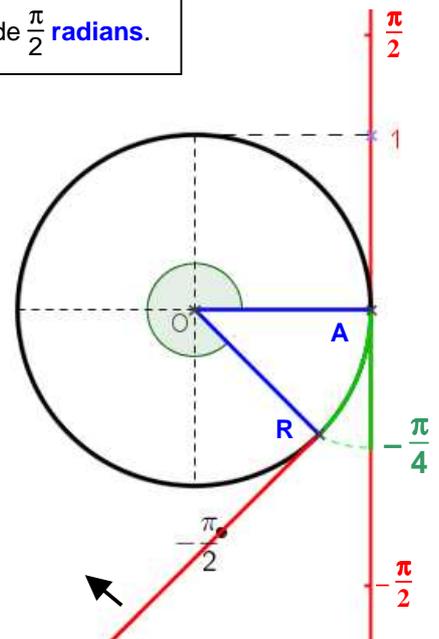


► enroulement dans le sens indirect

Le réel $-\frac{\pi}{4}$ vient s'appliquer sur le point R.

L'arc \widehat{AR} a pour longueur $\frac{\pi}{4}$

R est associé au réel **négatif** $-\frac{\pi}{4}$



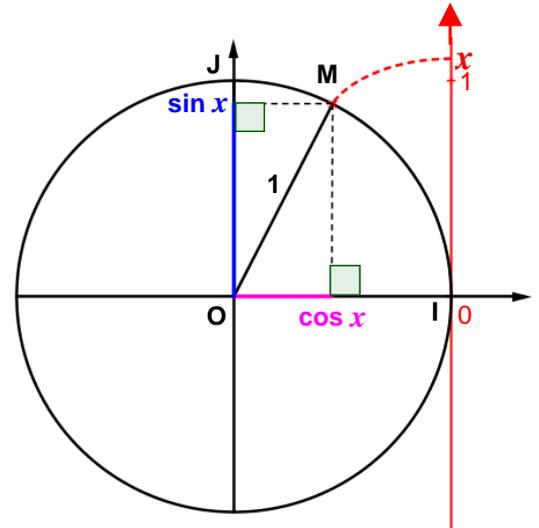
III) Cosinus et sinus d'un nombre :

définition : Soit $(O ; I ; J)$ un repère orthonormé direct du plan et \mathcal{C} un cercle trigonométrique de centre O .

Soit M un point de \mathcal{C} associé à un réel x

On appelle **cosinus de x** notée **$\cos x$** l'**abscisse** de M

On appelle **sinus de x** notée **$\sin x$** l'**ordonnée** de M



remarque : Soit x un nombre réel compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

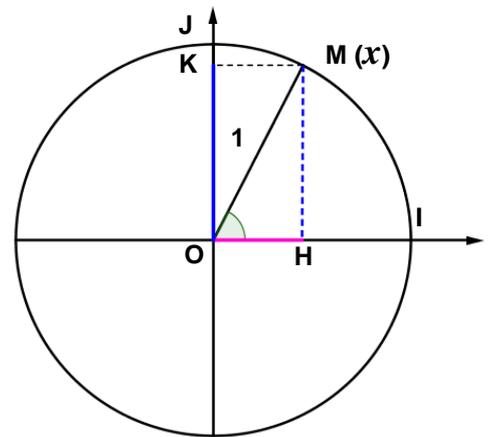
Soit M son point associé sur le cercle trigonométrique.

M se trouve sur l'arc de cercle \widehat{OI} et \widehat{OIM} est aigu.

on a alors

$$\cos \widehat{IOM} = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{1} = \cos x$$

$$\sin \widehat{IOM} = \frac{MH}{OM} = \frac{MH}{1} = \sin x$$



Voilà le lien avec le cosinus et le sinus d'un angle que nous avons vu en troisième !!



propriétés : Pour tout nombre réel x ,

$$\blacktriangleright -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$\blacktriangleright -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\blacktriangleright \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

► démonstration

Les deux premières propriétés sont des conséquences des définitions du sinus et du cosinus.

Dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$, M a pour coordonnées $(\cos x ; \sin x)$

Le triangle OHM est rectangle en H .

donc $OM^2 = OH^2 + HM^2$ (d'après le théorème de Pythagore)

or, $OM^2 = 1$, $OH^2 = \cos x$, $HM^2 = \sin x$

donc $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$