

calcul littéral

simplification d'écriture : Pour simplifier l'écriture d'une somme algébrique, on écrit les nombres positifs sans le signe "+" et sans les parenthèses. On écrit le premier terme sans parenthèses.

Ex : $(-23) - (+7) + (-25) - (-17) = -23 - 7 + (-25) - (-17) = -23 - 7 - 25 + 17$

Dans un calcul littéral, les lettres remplacent des nombres et la simplification d'écriture est du même type.

Ex :

$$\begin{aligned} & 5 - (x - 4) - (-y) + 6 \\ &= 5 - [x + (-4)] + (+y) + 6 \\ &= 5 + [(-x) + (+4)] + y + 6 \\ &= 5 - x + 4 + y + 6 \\ &= -x + y + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a - (b - c) + (d - e) \\ &= a + (-b + c) + (d - e) \\ &= a - b + c + d - e \end{aligned}$$

« l'opposé d'une somme est la somme des opposés ! »



I) Développement - factorisation : (rappel)

Définition : **développer** un produit, c'est le transformer en une somme algébrique.
 k, a, b, c, d désignent des nombres relatifs

$$k(a + b) = ka + kb$$

—————> développer

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

—————> développer



Ex :

Développons l'expressions suivante:

$$\begin{aligned} & (x + 3)(x - 2) + 5(x - 3) = (x + 3)(x + (-2)) + 5(x + (-3)) \\ &= x \times x - 2 \times x + 3 \times x + 3 \times (-2) + 5 \times x + 5 \times (-3) \\ &= x^2 - 2x + 3x - 6 + 5x - 15 \\ &= x^2 + 6x - 21 \end{aligned}$$

« je **réduis l'expression** en **regroupant** les termes de même nature et en **effectuant** les calculs ! »

Définition : **factoriser** une somme algébrique, c'est la transformer en produit.
 k, a, b, désignent des nombres relatifs

« k est le **facteur commun** qui me permet de factoriser ! »



$$ka + kb = k(a + b)$$

—————> factoriser

$$ka - kb = k(a - b)$$

—————> factoriser

« en effet,
 $k(a - b)$
 $= k(a + (-b))$
 $= ka + (-kb)$
 $= ka - kb$ »

Ex : Factorisons les expressions suivantes :

▶ $6b + 15b^2$

= $3b \times 2 + 3b \times 5b$

= $3b(2 + 5b)$

▶ $10a - 22a^2$

= $2a \times 5 - 2a \times 11a$

= $2a(5 - 11a)$

▶ $(x + 3)(2x - 2) - (5x + 1)(x + 3)$

= $(x + 3)[(2x - 2) - (5x + 1)]$

= $(x + 3)(2x - 2 - 5x - 1)$

= $(x + 3)(-3x - 3)$

«j'ai trouvé un **facteur commun** , il s'agit de $(x + 3)$!»

«attention à laisser les **parenthèses** autour de $(5x + 1)$!»

«l'**opposé d'une somme** est la **somme des opposés** !»



II) Identités remarquables :

a) carré d'une somme :

Propriété : a et b désignent des nombres relatifs

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

↑
 «ce terme est appelé **double produit**.
 C'est **deux fois** le produit **ab** !!»

Ex :

$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$

«j'ai reconnu une identité remarquable
 puis **développé** l'expression !»



$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x + 3)^2$

«j'ai reconnu une identité remarquable
 puis **factorisé** l'expression !»

b) carré d'une différence :

Propriété : a et b désignent des nombres relatifs

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

«carré de a !»
«carré de b !»

Ex :

$$(7x - 3)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2 = 49x^2 - 42x + 9$$

«j'ai reconnu une identité remarquable
 puis **développé** l'expression !»



$$16x^2 - 56x + 49 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + 7^2 = (4x - 7)^2$$

«j'ai reconnu une identité remarquable
 puis **factorisé** l'expression !»

b) différence de deux carrés :

Propriété : a et b désignent des nombres relatifs

$$(a + b) (a - b) = a^2 - b^2$$

Ex :

$$(3x + 5) (3x - 5) = (3x)^2 - 5^2 = 9x^2 - 25$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3) (2x + 3)$$

$\xrightarrow{\text{factoriser}}$