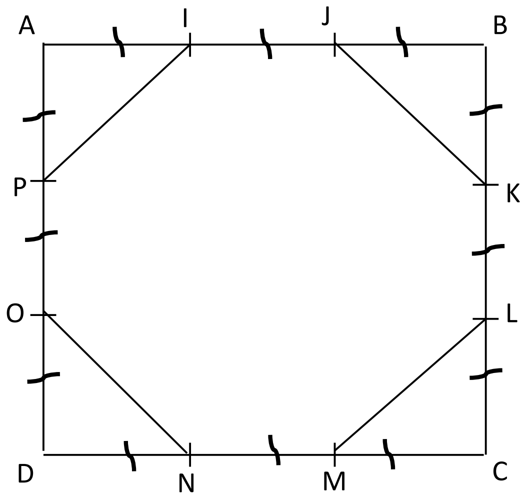
CALCUL LITTERAL

Thème : CALCUL LITTÉRAL
Leçon : CALCUL LITTERAL
Nombre de séance : 10 heures
Supports didactiques: livre CIAM $3^{ème}$,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Le Lycée Alain Gauze de DALOA veut organiser une kermesse sur un terrain de forme carrée. Les principaux sponsors de la fête ont choisi chacun de bâtir leur stand dans un coin du terrain. Le Proviseur du Lycée souhaite que le reste du terrain ait la forme d'un octogone et qu'il soit réservé aux jeux. L'entrepreneur chargé d'aménager le terrain propose la maquette ci-dessous.



ABCD est un carré de côté x

Intéressés par le projet, les élèves décident de calculer le périmètre et l'aire du terrain réservé aux jeux.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- un polynôme - une fraction rationnelle
Connaitre	- la propriété relative à l'égalité de deux quotients - les règles relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre - la propriété relative au produit nul - la propriété relative aux nombres de même carré
Calculer	- Avec les puissances d'exposant entier relatif - la somme, la différence, le produit, le quotient de polynômes - une valeur numérique d'une expression littérale
Développer	des expressions littérales
Réduire	des expressions littérales
Factoriser	des expressions littérales
Déterminer	les valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe
Simplifier	une fraction rationnelle
Traiter une situation	faisant appel au calcul littéral

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Operations sur les quotients

1 - Transformation d'égalité de deux quotients

Activité	Réponses attendues
a) Simplifie $\frac{10}{8}$ et compare 10×4 et 8×5 Trouve une fraction égale à : $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{3}=$......... Complète : $7\times.....=3\times......$ b) Sachant que $6\times5=10\times3$, écris des fractions égales. c) De façon générale, complète : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ équivaut à : …………=…………….	

Propriété :

a, b, c et d sont des nombres différents de 0.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ Équivaut à : $a\times d=b\times c$

Application	Réponses attendues
x désigne un nombre différent de 0. Calcule x dans chacune des cas suivants : a) $\frac{x}{6}=\frac{5}{3}$ b) $\frac{14}{8}=\frac{2}{x}$	

2- Opérations sur les quotients

Rappels

a, b, c et d sont des nombres différents de 0.

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d}$
- $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-b\times c}{b\times d}$
- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times b}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\left(\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\right)=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

Application	Réponses attendues
Calcule et simplifie : $A=\frac{2}{3}+\frac{11}{4}$; $B=\frac{2}{3}-\frac{5}{7}$; $C=\frac{2}{5}\times\frac{9}{4}$ et $D=\frac{2}{3}:\frac{5}{7}$	

II- Calcul Littéral

1- Puissance à exposant entier relatif

a) Définition (Rappel)

a est un nombre entier relatif et n est un nombre entier naturel non nul.

a^n désigne le produit de n facteurs égaux au nombre a : $a^n = \underline{a\times a\times a\times ....\times a}$

b) Convention

- a est un nombre entier relatif non nul :

  $a^0=1$; $a^1=a$ et $a^{-1}=\frac{1}{a}$

- si n est un nombre entier relatif alors $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ et $a^{-n}\times a^n=1$

c) Propriété

a et *b* sont des nombres non nuls ;

n et *m* sont des nombres entiers relatifs, on a :

$$a^n\times a^m=a^{n+m}$$

$$a^n\times b^n=(a\times b)^n$$

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\times m}$$

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

Application	Réponses attendues
1- *a* et *b* sont des nombres différents de 0. Ecris plus simplement les nombres : $A=a^{-3}\times a^5$; $B=a^6\times b^6$; $C=\left(a^4\right)^{-2}$; $D=\frac{a^3}{a^7}$ 2- Calcule les nombres suivants : $J=2^5\times 5^5$; $K=27\times 3^2$ et $L=\frac{2^3}{\left(2^2\right)^2}$	

2- Développement et Réduction des expressions littérales

a) Suppression des parenthèses

Rappels

a, b et c sont des nombres. On a :

$a+(b-c)=a+b-c$

$a-(b+c)=a-b-c$

$a-(b-c)=a-b+c$

Application	Réponses attendues
Développe et réduis $A=5x-(2y-3x)$ $B=2x-y+(3x+y)$	

b) Développement d'un produit et réduction

Propriété

a, b, c et d sont des nombres :

$a(b+c) = ab + ac$

$a(b-c) = ab - ac$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

$(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd$

Application		Réponses attendues
Développe et réduis	$A = 5x(2y-3)$ $B = 5x(x+3) - 4x(x-2)$ $C = (2x-3)(3-2x)$ $D = (3x-2)(4x+1) - 5x^2$ $E = (-a-6)(-3a+8) - 2a^2 + 48$	

c) Egalités remarquables

Rappels

a et b sont des nombres :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Application		Réponses attendues
Développe et réduis	$A = (x+3)^2$ $B = (2x-3)^2$ $C = (2x-3)(2x+3)$ $D = (x+6)(x-4) - (x-3)^2$	

3- Factorisation des expressions littérales

Méthodes :

- **Mettre en évidence un facteur commun à chaque terme ;**

Application 1		Réponses attendues
Factorise ses expressions	$A = x(x+2) + 3(x+2)$ $B = 5x(3x-4) - 2(3x-4)$ $C = 4x(2x+1) - 2x - 1$ $D = (2x-1)(x-2) - (1-3x)(2-x)$	

- **Reconnaitre et Utiliser une égalité remarquable ;**

Application 2		Réponses attendues
Factorise ses expressions	$E = 4x^2 + 12x + 9$ $F = 25a^2 - 30a + 9$ $G = 64 - 9y^2$	

- **Utilisation simultanée des deux méthodes.**

Application 3	Réponses attendues
Factorise ses expressions $H = x^3 - 16x$; $I = 4x^2 - 4x + 1 + x(2x-1)$; $J = 9a^2 - 16 + (a+2)(3a-4)$	

III- Polynômes et Fractions rationnelle

1- Polynôme

Présentation

- ✓ $-25x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 5$ est un polynôme en x de degré 4
- ✓ Chaque terme de ce polynôme est appelé monôme en x .
- ✓ $-25x^4$ est un monôme en x de coefficient -25 de degré 4
- ✓ 5 est un monôme en x de coefficient -5 et de degré 0.
- ✓ Tout nombre différent de 0 est un monôme.

2- Produit nul

Activité	Réponses attendues
Calcule : $P = 3 \times 5 \times 2017 \times 2 \times 0 \times 6$ Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro.	

Règle:
a et *b* sont des nombres:
ab = 0 equivaut à : *a = 0* ou *b = 0*
ab$\neq$ *0* équivaut à : *a* $\neq$ *0* et *b* $\neq$ *0*

Application	Réponses attendues
1- Détermine les valeurs de x tels que : $(x+2)(x-3) = 0$ et $x(x+2) = 0$ 2- Détermine les valeurs de x tels que : $(x-1)(x+2) \neq 0$ et $7x(x-3) \neq 0$	

3- Nombres de même carrée

Activité	Réponses attendues
Détermine x tel que : $x^2 = a^2$	

Règle:
a et *b* sont des nombres:
$a^2 = b^2$ *équivaut* : *a = b* ou *a = -b*

Application	Réponses attendues
1- Trouve x tel que x² = 64 2- Trouve y positif tel que y² = 25	1- x = 8 ou x = -8 2- Y = 5

4- Fraction rationnelle

a) Présentation

On considère l'expression littérale: $A = \dfrac{4x^2 - 20x + 25}{2x^2 - 5x}$

A est une **fraction rationnelle**

b) Détermination des valeurs de la variable pour lesquelles la fraction rationnelle existe

$$A = \frac{4x^2 - 20x + 25}{2x^2 - 5x}$$

A existe si et seulement si : $2x^2 - 5x \neq 0$

On a : $x(2x-5) \neq 0$

$x \neq 0$ et $2x-5 \neq 0$

$x \neq 0$ et $2x \neq 5$

$x \neq 0$ et $x \neq \frac{5}{2}$

A existe pour : $x \neq 0$ et $x \neq \frac{5}{2}$

c) *Simplification de la fraction rationnelle*

$$A = \frac{4x^2 - 20x + 25}{2x^2 - 5x} = \frac{(2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2}{x(2x-5)} = \frac{(2x-5)^2}{x(2x-5)}$$

$$\frac{(2x-5)(2x-5)}{x(2x-5)} = \frac{2x-5}{x}$$

Pour : $x \neq 0$ et $x \neq \frac{5}{2}$; $A = \frac{2x-5}{x}$

d) *Valeur numerique d'une expression littérale*

$$A = \frac{4x^2 - 20x + 25}{2x^2 - 5x}$$

Pour $x = 2$, on a :

$$A = \frac{2x-5}{x} = \frac{2 \times 2 - 5}{2} = \frac{4-5}{2}$$

$$A = \frac{-1}{2}$$

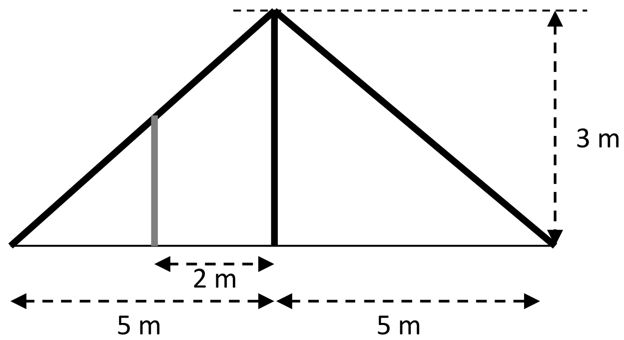
Application	Réponses attendues
On pose : $H = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(3x-4)}$ 1- Trouve les valeurs de x pour lesquels H existe 2- Simplifie H 3- Calcule la valeur numérique de H pour x = 3	

PROPRIETE DE THALES DANS LE TRIANGLE

Thème : CONFIGURATION DU PLAN
Leçon : PROPRIETE DE THALES DANS LE TRIANGLE
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Sur la représentation en coupe ci-dessous du toit de l'appâtâme d'un lycée, on aperçoit le toit, une barre horizontale de 10 mètres et une barre verticale de 3 mètres.



Un côté du toit étant défectueux, un charpentier est chargé de le renforcer. Pour ce faire, il doit fixer une barre verticale dont le pied est situé à 2 mètres de la barre verticale initiale.
Malheureusement, il a oublié ses instruments de mesure à la maison.
Les élèves d'une classe de troisième décident de l'aider à calculer la longueur de cette barre.

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	- la propriété de Thalès - la propriété réciproque de la propriété de Thalès - la conséquence de la propriété de Thalès
Reconnaître	- une configuration de Thalès - deux quotients égaux dans une configuration de Thalès
Partager	un segment en des segments de même longueur
Calculer	des distances
Démontrer	le parallélisme de droites
Traiter une situation	faisant appel aux propriétés de Thalès dans le triangle

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Propriété de Thalès dans le triangle

1- Proprieté de Thalès

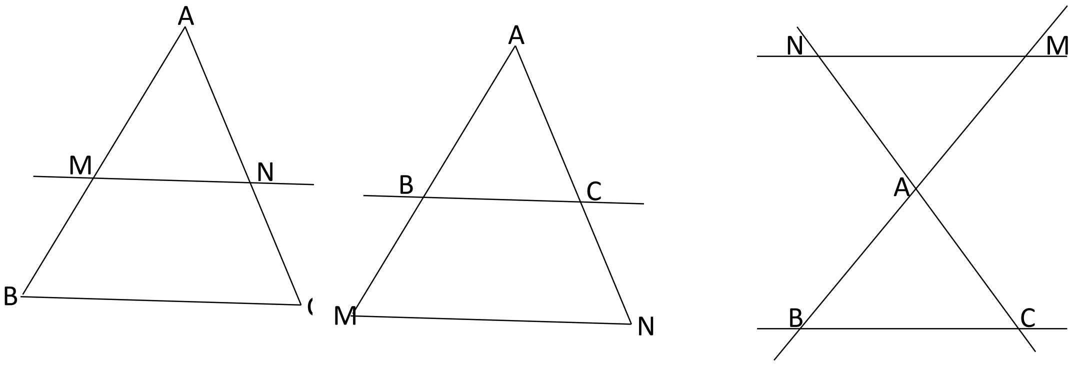
Activité	Réponses attendues
ABC est un triangle. Place sur (AB) un point M puis un point N sur (AC) tel que (MN)//(BC) 1- A l'aide de ta règle graduée , donne la distance AM,AN,AB,MN et BC. 2- Compare les quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$; $\frac{MN}{BC}$	

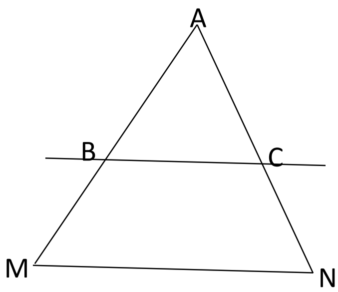
Proprieté :

ABC est un triangle

M$\in$(AB) et N$\in$(AC) ;

Si (MN)//(BC) alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$



Application	Réponses attendues
L'unité est le cm. AED est un triangle tel que AE=6; AD=6,AB=4. B$\in$(AE), C$\in$(AD) et (BC)//(CD) Calcule AC 	AED est un triangle B$\in$(AE), C$\in$(AD) et (BC)//(CD) D'après la proprieté de Thalès on a: $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$ $AC=\frac{AB\times AD}{AE}=\frac{4\times 6}{6}=4$

2- La conséquence de la proprieté de Thalès

Proprieté :

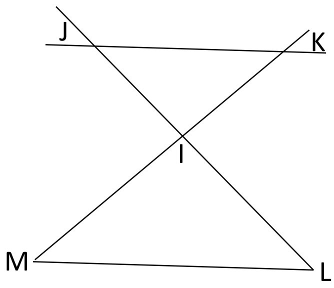
ABC est un triangle,

$M \in (AB)$ et $N \in (AC)$;

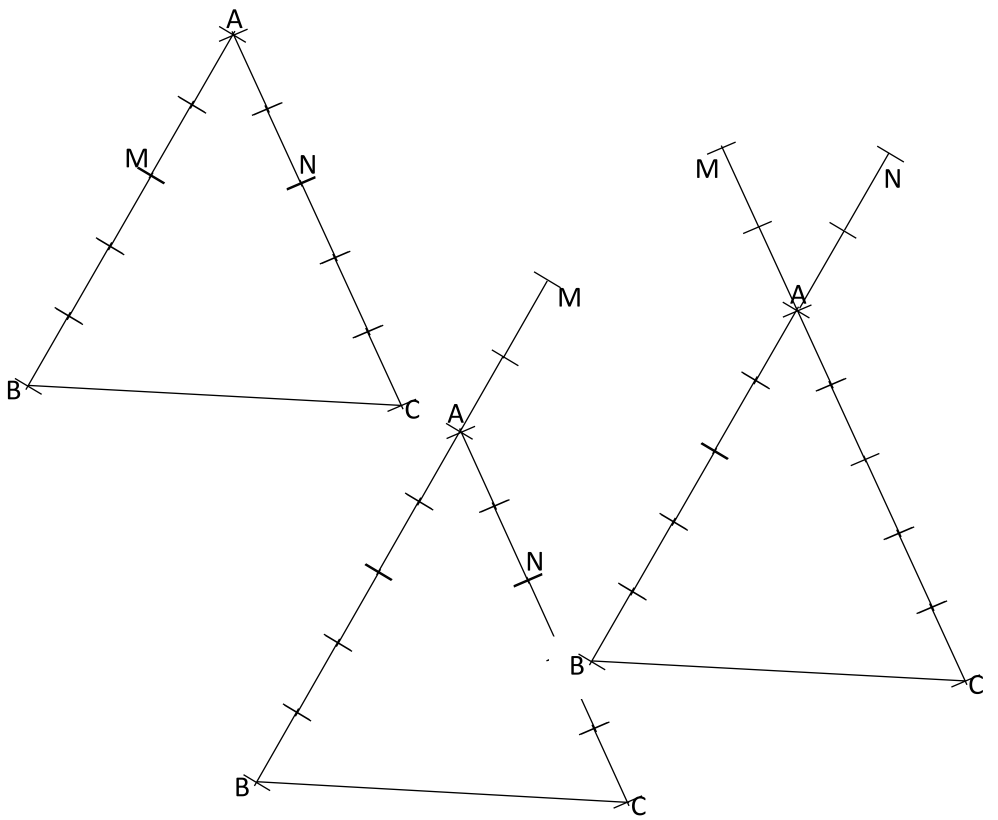
Si (MN)//(BC) alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Remarque :

La propriété de Thalès et la conséquence permettent de calculer la mesure des segments.

Application	Réponses attendues
L'unité est le cm. Les droites (MK) et (JL) en I et (ML)//(JK). JK=30; IK=24;IM=12;IL=9. Determine LM et IJ 	IJK est un triangle $M \in (IK)$, $L \in (IJ)$ et (ML)//(JK) D'après la conséquence de la proprieté de Thalès on a: $\dfrac{IM}{IK} = \dfrac{IL}{IJ} = \dfrac{LM}{JK}$ $LM \Rightarrow \dfrac{IM}{IK} = \dfrac{LM}{JK}$ on a : $LM = \dfrac{IM \times JK}{IK} = \dfrac{12 \times 30}{24} = 15$ $IJ \Rightarrow \dfrac{IM}{IK} = \dfrac{IL}{IJ}$ on a : $IJ = \dfrac{IL \times IK}{IM} = \dfrac{9 \times 24}{12} = 18$

3- La réciproque de laz proprieté de Thalès

Activité	Réponses attendues
1- Trouve la valeur des quotients $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$. quelle remarque fais-tu ? 2- Si (MN)//(BC). Précise la position du point M par rapport aux points A et B et celle du point N par rapport aux points A et C.	1- $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ 2- La position de M par rapport à A et B soit la même que celle de N par rapport à A et C.

Proprieté reciproque:

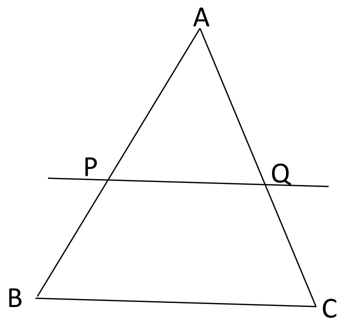
ABC est un triangle.

M est un point de la droite (AB); N est un point de la droite (AC) tel que la position de M par rapport à A et B soit la même que celle de N par rapport à A et C.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors (MN)//(BC).

Remarque :

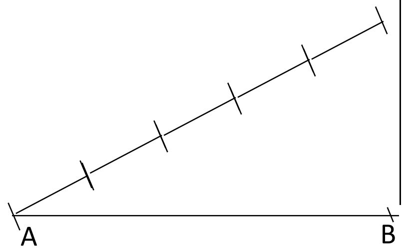
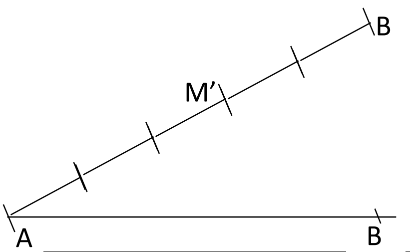
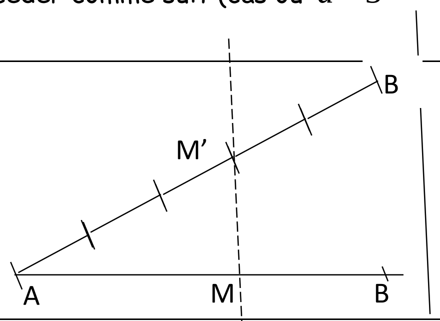
La reciproque de la proprieté de Thalès permet de justifier le parallélisme des droites.

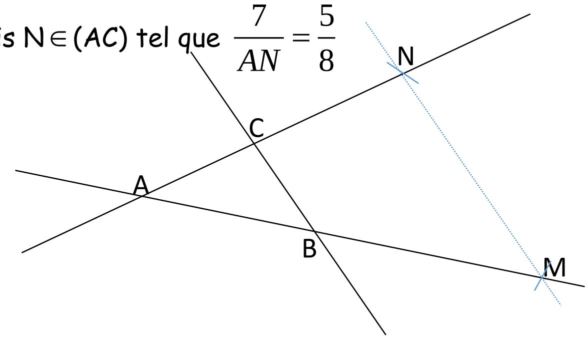
Application		**Réponses attendues**
L'unité est le cm. On donne AB=3 ; AP=2; AC=6; AQ=4 Justifie que (PQ)//(BC)		ABC est un triangle P$\in$(AB),Q$\in$(AC) $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$ $\frac{AQ}{AP} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ Donc $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3}$ D'après la réciproque de la propriété de Thalès, on a : $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$ alors (PQ)//(BC)

II- Partage dun segment en des segments de même longueur

Méthode:

Pour placer sur le segment [AB], le point M tel que $AM = \frac{a}{b} AB$; a et b étant deux entiers naturels non nuls donnés, on peut procéder comme suit (cas où $a = 3$ et $b = 5$)

		
Je trace une demi-droite d'origine A ne contenant pas B que je gradue avec le compas	Je place sur cette demi-droite, les points M' et B' tel que $AM' = 3$ et $AB' = 5$	Je trace la parallèle à (BB') passant par M'. elle coupe (AB) en M, le point recherché.

Application	**Réponses attendues**
L'unité est le cm. ABC est un triangle, M$\in$(AB). AC=7 ; AB=3 et AM=8 Construis N$\in$(AC) tel que $\frac{7}{AN} = \frac{5}{8}$ 	- On place le point sur (AC) de sorte à appliquer la propreité de Thalès: $\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow \frac{7}{AN} = \frac{5}{8}$ - On construit sur une droite passant par M et parallèle à (BC). Cette droite coupe (AC) en N le point recherché.

RACINES CARREES

Thème : ACTIVITES NUMERIQUES
Leçon : RACINES CARREES
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

La ferme d'un agriculteur dans le village de Foula est de forme carrée et d'aire égale à 500 m^2. Il veut savoir la longueur de grillage nécessaire pour clôturer sa ferme. Le grillage devra couvrir le portail. Il se confie au téléphone à son neveu qui est en classe de troisième au Collège Moderne de BOUNDIALI. Ce dernier collabore avec ses camarades de classe pour calculer la longueur du côté de la ferme et son périmètre.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une racine carrée d'un nombre positif - des nombre réels - la valeur absolue d'un nombre réel
Connaitre	- les propriétés relatives aux racines carrées - la propriété relative à la racine carrée du carré d'un nombre
Noter	- une racine carrée - l'ensemble des nombres réels - une valeur absolue
Ecrire	un quotient sans radical au dénominateur
Calculer	des sommes, des différences, des produits, des quotients contenant des racines carrées
Traiter une situation	faisant appel aux racines carrées

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Racine Carrée

1 - *Définition et Conséquence de la définition*

a) Définition

Activité	Réponses attendues
Complète le tableau suivant : <table><tr><td>Côté d'un carré</td><td>2</td><td>7</td><td></td><td></td><td>1,2</td></tr><tr><td>Aire</td><td></td><td></td><td>9</td><td>100</td><td></td></tr></table>On dit que la racine carrée de 4 est 4 ; celle de 9 est 3et on note $\sqrt{4}=2$ et $\sqrt{9}=3$	

<u>Définition</u>

On appelle racine carrée d'un nombre positif a , le nombre positif dont le carré est a .

On note : $\sqrt{a}$

On lit : " Racine Carrée de a ".

Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé radical.

Exemples : $\sqrt{36}=6$; $\sqrt{2500}=50$; $\sqrt{1}=1$ et $\sqrt{1,21}=1,1$

b) Conséquence de la définition

Propriété

a et b sont des nombres positifs. On a :

- $\sqrt{a}=b$ équivaut à : $a=b^2$
- $\sqrt{a}\geq 0$
- $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$

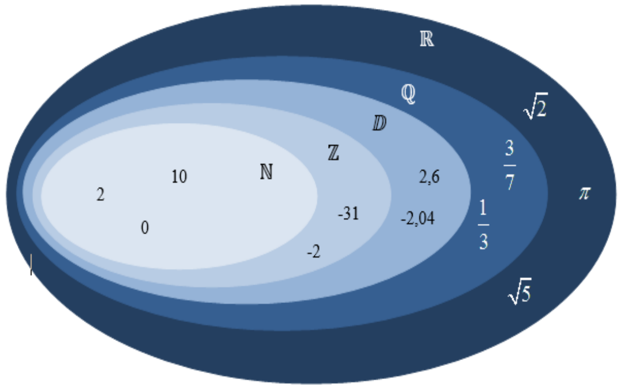
Remarque : $\sqrt{0}=0$

Application	Réponses attendues
Donne la racine carrée des nombres suivants : $\sqrt{16}$; $\sqrt{169}$ et $\left(\sqrt{5}\right)^2$	

2- Ensemble des nombres réels

– $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, π , $\sqrt{11}$ ….ne sont pas des nombres rationnels car ils ne peuvent pas s'écrire sous de fraction. Ils ont appelés des nombres irrationnels.

–L'ensemble formé des nombres rationnels et irrationnels est appelé nombres réels et noté $\mathbb{R}$.



Remarque : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

II- Opérations sur les Racines Carrées

1 - Somme – Différence et racines Carrées

Activité	Réponses attendues
Calcule et compare $\sqrt{9}+\sqrt{4}$ et $\sqrt{9+4}$ $\sqrt{9}-\sqrt{4}$ et $\sqrt{9-4}$. Que constates-tu ?	

Propriété :

a et b sont des nombres réels positifs et $a \succ b$; on a :

$\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Application	Réponses attendues
Calcule et compare $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ et $\sqrt{16+9}$	

2- Produits et Racines Carrées

Activité	Réponses attendues
Calcule et compare $\sqrt{9}\times\sqrt{4}$ et $\sqrt{9\times4}$. Que constates-tu ?	

Propriété :

a et *b* sont des nombres réels positifs; on a :

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

En particulier $\sqrt{a^2}=a$

Application	Réponses attendues
Ecris plus simplement : $A=\sqrt{64\times81}$ $B=\sqrt{4\times25}$ $C=\sqrt{2}\times\sqrt{24,5}$	

3- Quotient et racines carrées

Activité	Réponses attendues
Calcule et compare $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$ et $\sqrt{\frac{36}{4}}$ Que constates-tu ?	

Propriété :

a et b sont des nombres réels positifs avec b non nul ; on a :

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

Application	Réponses attendues
Ecris plus simplement : $A=\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{64}}$; $B=\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{9}}$; $C=\sqrt{\dfrac{72}{2}}$ et $D=\sqrt{\dfrac{99}{44}}$	

4- Racines Carrées et Puissances

Activité	Réponses attendues
Ecris plus simplement : $A=\sqrt{16^2}$ et $B=\sqrt{2^3}$	

Rappel :

$$\left(a^n\right)^m = a^{n\times m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Propriété :

a étant un nombre réel positif, ***n*** est un nombre entier relatif ; on a :

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n$$

$$\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$$

Application	Réponses attendues
1- Ecris plus simplement : $A=\sqrt{5^7}$; $B=\sqrt{3^6}$; $C=\sqrt{13^{-2}}$ 2- *a, b* et *c* sont des nombres positifs. $D=\sqrt{a^5b^4c^7}$ et $E=\sqrt{a^3b^{13}c^{15}}$	

III- Calculs avec les Racines Carrées

1 - Développement et Réduction

Activité 1	Réponses attendues
Ecris plus simplement : $A=\sqrt{125}$ et $B=\sqrt{14}\times\sqrt{21}$	

Activité 2	Réponses attendues
Réduis les expressions suivantes : $A=2\sqrt{27}-\sqrt{147}+\sqrt{12}$ $B=\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-4\sqrt{3}$	

Activité 3	Réponses attendues
Développe et Réduis les expressions suivantes : $A=\sqrt{3}\left(4+2\sqrt{3}\right)$ $B=\left(\sqrt{7}+1\right)\left(\sqrt{7}-1\right)$ $C=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2$ $D=\left(5-3\sqrt{2}\right)^2$	

2- Factorisation

Activité 1	Réponses attendues
Factorisons : $A=x^2-11$ $B=3a^2-75$ $C=3a^2-8a\sqrt{3}+16$ $D=125a^2-8b^2$ $E=3\sqrt{7}-4\sqrt{21}$	

3- Ecriture d'un quotient sans radical au dénominateur

a) Expressions conjuguées

Activité 1	Réponses attendues
Développe et réduis : $A=\left(2-5\sqrt{2}\right)\left(2+5\sqrt{2}\right)$ On dit que les expressions $\left(2-5\sqrt{2}\right)$ et $\left(2+5\sqrt{2}\right)$ sont des expressions conjuguées car leur produit peut s'écrire sans radical.	
Application	**Réponses attendues**
Donne l'expression conjuguée de : $\left(\sqrt{2}+5\sqrt{2}\right)$; $\left(-2-5\sqrt{2}\right)$ et $\sqrt{11}$	

b) Ecrire d'un quotient sans radical au dénominateur

Exemples :

$$A=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$B=\frac{3}{\sqrt{3}+2}=\frac{3\left(\sqrt{3}-2\right)}{\left(\sqrt{3}+2\right)\left(\sqrt{3}-2\right)}=\frac{3\left(\sqrt{3}-2\right)}{\sqrt{3}^2-2^2}=\frac{3\left(\sqrt{3}-2\right)}{3-2}=\frac{3\left(\sqrt{3}-2\right)}{1}=3\left(\sqrt{3}-2\right)=3\sqrt{3}-6$$

$$C=\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{1}=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$$

Application	Réponses attendues
1- Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{3}{\sqrt{5}}$ et $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 2- On donne $A=\frac{1}{3-2\sqrt{3}}$ et $B=\frac{1}{3+2\sqrt{3}}$ a) Ecris A et B sans radical au dénominateur b) Justifie que A+B =-2 c) Justifie que $\frac{A}{B}=-7+4\sqrt{3}$	

IV- Valeur absolue

1- Valeur absolue d'un nombre réel

a) Définition

Activité 1	Réponses attendues
La droite (D) est muni d'un repère (O;I). Place les points A, B et C d'abscisse respectifs -3 ; -1,5 et 4. Donne la distance à zéro de -3 ; -1,5 et 4.	

Définition :

La valeur absolue d'un nombre a est la distance à zéro de ce nombre a.

On la note : $|a|$.

Exemples :

$$|-2|=2 \; ; \; \left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3} \; ; \; |-\sqrt{3}|=\sqrt{3}$$

Remarque : la valeur absolue d'un nombre est toujours positive.

Application	Réponses attendues
Donne la valeur absolue de -1 ; 0 ; -2,4 ; 4,5 ; $\sqrt{11}$; -π et $\frac{-11}{2}$	

b) *Distance de deux nombres*

Définition :

La distance de deux nombres est la valeur absolue de la différence de ces deux nombres.

On la note : $|a-b|$ ou encore $|b-a|$.

Application	Réponses attendues
Dans chacun des cas suivants, calcule la distance des nombres a et b : 1- a = -0,5 et b = 4 2- a = 3 et b = 7,5	

3- Valeur absolue et Racine Carrée

Activité 1	Réponses attendues
1) Calcule $\sqrt{(-5)^2}$ et donne $\lvert -5\rvert$ 2) Compare $\sqrt{(-5)^2}$ et $\lvert -5\rvert$	

Propriété :

Pout tout nombre réel ***a***, $\sqrt{a^2}=|a|$.

Exemples : $\sqrt{3^2}=|3|$ et $\sqrt{(-5)^2}=|-5|$

Application	Réponses attendues
Ecris plus simplement : $\sqrt{(-7)^2}$ et $\sqrt{(2,5)^2}$	

CALCUL NUMERIQUE

Thème : ACTIVITES NUMERIQUES
Leçon : CALCUL NUMERIQUE
Nombre de séance : 12heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Un commerçant souhaite acheter un terrain dont l'aire est comprise entre 230 m² et 300 m² dans le quartier d'ANGRE pour y construire un magasin. A cet effet, il a contacté un propriétaire terrien. Celui-ci possède un terrain dont il ne retrouve pas l'extrait topographique. Cependant, il se rappelle que la longueur de son terrain est comprise entre 17 mètres et 18 mètres et la largeur entre 14 mètres et 15 mètres.
Pour savoir si son terrain répond aux critères du commerçant, il s'adresse à sa fille qui est en classe de troisième au Lycée Moderne d'ANGRE.
Elle travaille avec ses camarades de classe pour répondre à la préoccupation de son père.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- un intervalle - l'amplitude d'un intervalle
Connaitre	les propriétés relatives aux inégalités et opérations
Noter	un intervalle
Lire	un intervalle
Traduire	- un intervalle à l'aide d'inégalités - une inégalité à l'aide d'un intervalle
Représenter	- un intervalle sur une droite graduée - l'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée
Comparer	- deux nombres en recherchant le signe de leur différence - deux nombres positifs en comparant leurs carrés - deux nombres strictement positifs en comparant leurs inverses
Encadrer	- un nombre réel par deux entiers consécutifs - un nombre réel par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1, 2 ou 3, à l'aide d'une table de carrés ou d'une calculatrice - l'opposé d'un nombre - l'inverse d'un nombre non nul - la somme, la différence de deux nombres - le produit, le quotient de deux nombres positifs
Déterminer	- le centre d'un intervalle - l'amplitude d'un intervalle - l'arrondi d'ordre 1, 2 ou 3 de la racine carrée d'un nombre réel positif
Traiter une situation	faisant appel aux calculs numériques

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Intervalles

1 - Inégalité

a) Définition :

a et b sont des nombres

Ecriture	Signification
$a \prec b$	a est strictement inferieure à b
$a \succ b$	a est strictement supérieur à b
$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b
$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b

b) Propriété

a et b sont des nombres

Ecriture	Signification
$a \prec b$	$a-b \prec 0$
$a \succ b$	$a-b \succ 0$
$a \leq b$	$a-b \leq 0$
$a \geq b$	$a-b \geq 0$

Exemple : on veut comparer $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{7}-\frac{3}{4}=\frac{-1}{28}$ donc $\frac{5}{7}-\frac{3}{4} \prec 0$ d'où $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

Remarque :

Pour comparer deux nombres ou deux expressions, on peut étudier le signe de la différence.

2- Intervalles

a) Vocabulaire

Activité	Réponses attendues
 1- Colorie en couleur l'ensemble des nombres de -2 à 1. 2- Comment appelle-t-on cet ensemble ? 3- Que représente -2 et 1 pour cet ensemble 4- Quelle est la distance entre -2 et 1 (amplitude) 5- Quelle est le centre ?	1-… 2- intervalle et est noté [-2 ; 1] 3-.borne 4-A=1-(-2)=1+2=3 5-$C=\frac{-2+1}{2}=\frac{-1}{2}$

Vocabulaire :

a et b sont des nombres tels que $a \prec b$.

- a et b sont les **bornes** des intervalles :[a ;b],]a ;b], [a ;b[et]a ;b[
- a est la **borne inferieure** et b est la **borne supérieure**.
- La distance $b-a$ est appelé **amplitude** de ces intervalles.

Application	Réponses attendues
Calcule l'amplitude et le centre de ces intervalles :] 4 ; 10[et [-9 ;-3]	

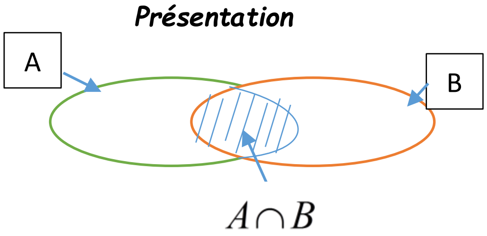
b) Représentation

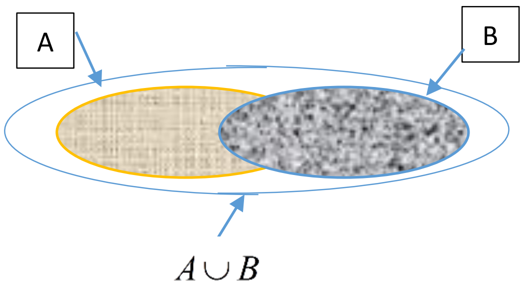
Ecriture	Lecture	Signification : Ensemble des x tels que :	Représentation
$[a;b]$	Intervalle fermé a ,b	$a \le x \le b$	
$[a;b[$	Intervalle a ,b fermé en a , ouvert en b	$a \le x \prec b$	
$]a;b]$	Intervalle a ,b ouvert en a , fermé en b	$a \prec x \le b$	
$]a;b[$	Intervalle ouvert a ,b	$a \prec x \prec b$	
$]a;\rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands que a	$x \succ a$	
$[a;\rightarrow[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à a	$x \ge a$	
$]\leftarrow;a[$	Intervalle des nombres plus petits que a	$x \prec a$	
$]\leftarrow;a]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à a	$x \le a$	

Application	Réponses attendues
1- Représente sur une droite graduée les intervalles suivants:-3 ; 1[;]-5 ; →[2- Ecris sous forme d'intervalle chacun des ensembles des nombres suivants : $x \le -2$; $-2 \le x \prec 2$ et $-4 \prec x \prec 6$ 3- Traduis à l'aide d'inégalité : $x \in [0;\rightarrow[$ et $x \in [-10;10]$	

c) Intersection et Réunion d'ensemble

Présentation





Activité	Réponses attendues
On considère les ensembles suivants : $A=\{1;2;5\}$; $B=\{0;1;2;6\}$; $C=\{7;8;9;4;3;5\}$ 1- Donne $A\cap B$; $A\cap C$ et $B\cap C$ 2- Donne $A\cup B$	$A\cap B=\{1;2\}$ $A\cap C=\{5\}$ $B\cap C=\{\ \}$ $A\cup B=\{0;1;2;5;6\}$

- **Intersection d'ensemble**

On appelle intersection de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à A et à B.

On note $A\cap B$ et se lit A inter B.

$x\in A\cap B$ équivaut à : $x\in A$ et $x\in B$

- **Réunion d'ensemble**

On appelle réunion de deux ensembles A et B l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B.

On note $A\cup B$ et se lit A union B.

$x\in A\cup B$ équivaut à : $x\in A$ ou $x\in B$

d) ***Intersection et Réunion d'intervalle***

Exemples :

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

1) I = [-1 ; 3] et J =] 0 ; 4[

I ∩ J =] 0 ; 3] et I ∪ J = [-1 ; 4[.

2) I =] -∞ ; -1] et J = [1 ; 4]

I ∩ J = Ø car les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun.

I ∪ J =] -∞ ; -1] ∪ [1 ; 4]

II- Comparaison des nombres réels

1- Inégalité

a) Inégalité et Addition

Propriété :

a, b ,c et d sont des nombres réels.

- Si $a\prec b$ et $c\prec d$ alors $a+c\prec b+d$
- Si $a\leq b$ et $c\leq d$ alors $a+c\leq b+d$

Application	Réponses attendues
$2\prec 3$ et $5\prec 7$. Complète : ....$\prec$...........	$7\prec 10$

b) *Inégalité et multiplication*

Propriété :

a, b, c et *d* sont des nombres réels positifs.

- Si $a\prec b$ et $c\prec d$ alors $ac\prec bd$
- Si $a\leq b$ et $c\leq d$ alors $ac\leq bd$

Application	Réponses attendues
$2\prec 3$ et $5\prec 7$. Complète : ....$\prec$...........	$10\prec 21$

2- *Comparaison des nombres réels*

a) *Etude du signe de la différence pour comparer*

Exemple : compare $2+\sqrt{3}$ et $7+\sqrt{3}$

$2\sqrt{2}-1$ et $3-\sqrt{2}$

Solution :

- **Comparons** $2+\sqrt{3}$ et $7+\sqrt{3}$

  $(2+\sqrt{3})-(7+\sqrt{3}) = -5 < 0$ donc $2+\sqrt{3} < 7+\sqrt{3}$

- **Comparons** $2\sqrt{2}-1$ et $3-\sqrt{2}$

  $(2\sqrt{2}-1) - (3-\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}-4>0$

  Cherchons le signe :

  $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ Or 18 > 16 donc $3\sqrt{2}>4$ d'où

  $4^2 = 16$

$3\sqrt{2}-4>0$

Par conséquent $2\sqrt{2}-1 > 3-\sqrt{2}$

b) *Comparer des carrées et des racines carrées*

Activité	Réponses attendues
Compare les carrées de 5 et 10	5 < 10 , on a : $5^2 < 10^2$

Propriété 1 :

Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrées.

Activité	Réponses attendues
Compare les carrées de (-5) et (-10)	(-5) > (-10) on a : $(-5)^2 < (-10)^2$

Propriété 2 :

Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrées.

Activité	Réponses attendues
Compare les racines carrées de $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$	$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ et $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$; 18 > 12 donc $3\sqrt{2}$ > $2\sqrt{3}$

Propriété 3 :

Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.

Application	Réponses attendues
1- Compare $2\sqrt{6}$ et 5 ; $5\sqrt{3}$ et $3\sqrt{5}$; $-6\sqrt{5}$ et $-5\sqrt{6}$ 2- Compare $\sqrt{15}$ et $\sqrt{7}$; $\sqrt{16}$ et $\sqrt{9}$	1- .. 2- 15 > 7 donc $\sqrt{15} > \sqrt{7}$

c) *Comparer des inverses*

Activité	Réponses attendues
Compare 4 et 5 puis leur inverse	4 < 5 on a : $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

Propriété :

Deux nombres de même signe et différent de 0 sont rangés dans l'ordre contraire leurs inverses.

Application	Réponses attendues
1- Compare 9 et 11 ; -10 et -5 puis leurs inverses 2- Compare $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{2}}$	

III- Calcul approché

1) A l'aide de la calculatrice

$\sqrt{19} \simeq 4,358898943554$

- Ce nombre est une valeur approchée de $\sqrt{19}$
- Encadrement de $\sqrt{19}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

$$4,35 < \sqrt{19} < 4,36$$

- $4,35$ est une valeur approximative par défaut d'ordre 2
- $4,36$ est une valeur approximative par excès d'ordre 2
- $4,36$ est l'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{19}$

2) A l'aide de la table des carrées

Encadrement de $\sqrt{8937}$ par deux nombres entiers consécutifs

$8836 < 8937 < 9025$

$94^2 < 8937 < 95^2$

$94 < \sqrt{8937} < 95$

$\sqrt{4624} = 68$

$\sqrt{7569} = 87$

$\sqrt{2025} = 45$

IV- Encadrements

1- Encadrement d'une somme

On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

Encadre $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Solution :

$1,414 + 1,732 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1,415 + 1,733$

$3,146 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,148$

$3,14 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,15$

2- Encadrement d'un produit

On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

Encadre $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Solution :

$1,414 \times 1,732 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1,415 \times 1,733$

$2,44989748 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2,452195$

$2,44 < \sqrt{6} < 2,45$

3- Encadrement d'une différence

Méthode :

Pour encadrer la différence (a-b) connaissant un encadrement de a et de b, on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de (-b) de même sens que celui de a.
- On détermine un encadrement de la somme a-(-b).

On donne :

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$
$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

Encadre $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Solution :

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$
$$-1,414 > - > -1,415$$
$$-1,415 < -\sqrt{2} < -1,414$$
$$1,732 - 1,415 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 1,733 - 1,414$$
$$0,317 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0,319$$
$$0,31 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 0,32$$

4- Encadrement d'un quotient

Méthode :

Pour encadrer le quotient $\frac{a}{b}$ connaissant un encadrement de chacun des nombres positifs a et b, on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $\frac{1}{b}$ de même sens que celui de a.
- On détermine un encadrement du produit $a \times \frac{1}{b}$.

On donne :

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$
$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

Encadre $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Solution :

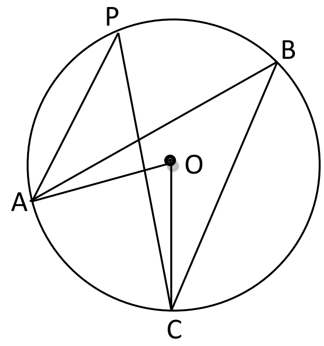
$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$
$$\frac{1}{1,733} < \sqrt{3} < \frac{1}{1,732}$$
$$0,81 < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < 0,82$$

Application	**Réponses attendues**
On donne : $3,31 < \sqrt{11} < 3,32$ et $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$ 1- Encadre $\sqrt{11}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{11}\times\sqrt{5}=\sqrt{55}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2 2- Encadre $\sqrt{5}-\sqrt{11}$ par deux décimaux d'ordre 2. 3- Encadre $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$ par deux décimaux d'ordre2.	

ANGLES INSCRITS

Thème : CONFIGURATION DU PLAN
Leçon : ANGLES INSCRITS
Nombre de séance :08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :



Au cours d'un exercice de recherche en classe de troisième, la figure ci-contre a été réalisée au tableau par une élève. Les points B, C et P appartiennent au cercle de centre O et de rayon OA.
En observant la figure, un autre élève affirme que les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{CPA}$ ont la même mesure.
Les autres élèves veulent savoir si ce dernier a raison.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	un angle inscrit dans un cercle
Connaitre	- la propriété relative à un angle inscrit et 'un angle au centre associé - la propriété relative aux mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc
Reconnaître	- l'arc intercepté par un angle au centre ou un angle inscrit donné - des angles inscrits qui interceptent le même arc - un angle inscrit et un angle au centre associés
Déterminer	la mesure d'un angle
Justifier	une égalité de mesure d'angles
Traiter une situation	faisant appel aux angles inscrits.

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

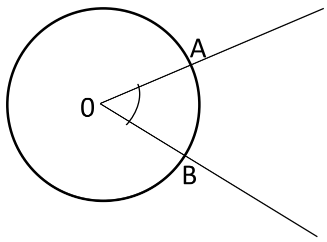
I- Angles inscrits dans un cercle

1- Rappel (angle au centre)

Rappel :

(C) est un cercle de centre O. A et B sont deux points de (C).

L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle (C).



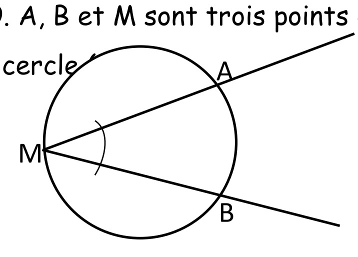
2- Notion d'angle inscrit

a) Présentation

Activité	Réponses attendues
On donne un cercle (C) de centre O. A et B sont deux points sur le cercle (C). Place un point M sur le cercle sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$. Trace les demi-droites [MA) et [MB) Donne la nature de l'angle obtenu.	

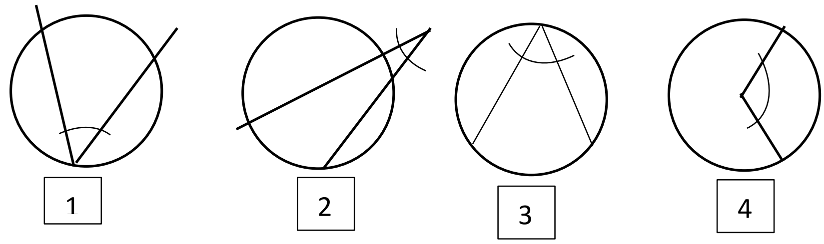
Présentation :

(C) est un cercle de centre O. A, B et M sont trois points du cercle (C). L'angle $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans le cercle



Définition :

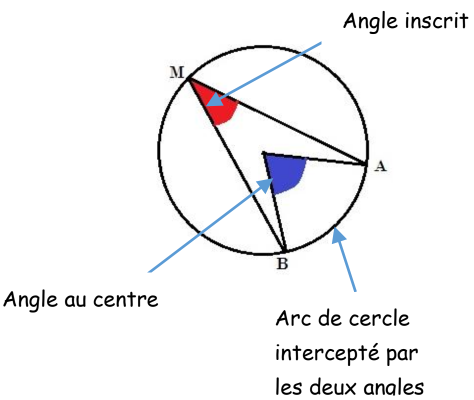
Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est un point du cercle et les côtés sont des cordes de ce cercle issues de ce point.

Application	Réponses attendues
Parmi ces figures suivantes, dis si la figure présente un cas d'angle inscrit. 	

b) *Arc intercepté par un angle aigu inscrit*

Activité	Réponses attendues
D'après la situation : - Quel est l'arc intercepté par l'angle au centre AOC ? - Quel est l'arc intercepté par l'angle inscrit aigu ABC ? On dit que l'angle au centre AOC est…..à l'angle inscrit aigu ABC	- L'angle ABC aigu intercepte l'arc AB - L'arc AB est intercepté par l'angle au centre AOC associé

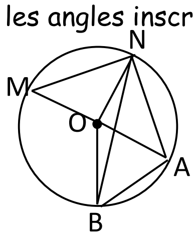
Présentation – vocabulaires



L'angle $\widehat{AMB}$ est appelé **angle inscrit** dans le cercle.

L'angle $\widehat{AOB}$ est appelé **angle au centre** du cercle.

Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc de cercle : on dit qu'ils sont **associés.**

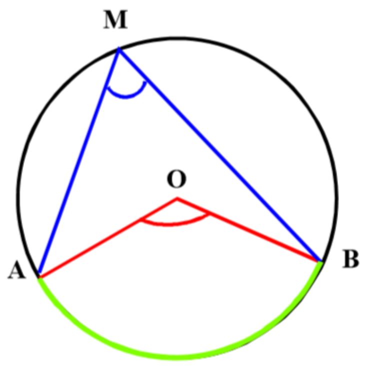
Application	Réponses attendues
Cite les angles inscrits et les angles au centre associés 	

II- Mesure d'un angle aigu inscrit

Activité	Réponses attendues
D'après la situation : Mesure les angles AOC et ABC Donne une relation entre ces deux angles	mes $ABC = \frac{1}{2}$ mes AOC

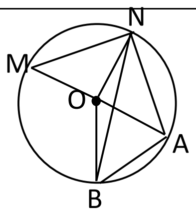
Propriété :

Un angle inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.



$$mes\,AMB = \frac{1}{2} mes\,AOB$$

$$mes\,AOB = 2 mes\,AMB$$

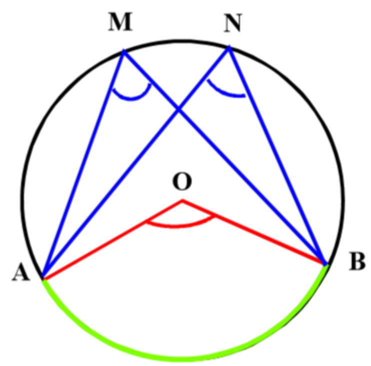
Application	Réponses attendues
$mes\widehat{AMN} = 34°$ et $mes\widehat{AOB} = 52°$ Calcule mes $\widehat{ANB}$ et $mes\widehat{AON}$ 	

III- *Angles inscrits interceptant le même arc*

Activité	Réponses attendues
D'après la situation : les angles ABC et APC interceptent le même arc AB. Complète : mes ABC =…. mes APC =… Compare mes ABC et mes APC	$mes\,ABC = mes\,APC$

Propriété :

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



$$mesAMB = mesANB$$

Application	Réponses attendues
(C) est un cercle. A, B, C et D sont des points de (C). on donne $mesABD = 40°$ Justifie que $mesACD = 40°$	

VECTEURS

Thème : GEOMETRIE ANALYTIQUE
Leçon : VECTEURS
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Le professeur de mathématique d'une classe de troisième propose l'activité suivante à ses élèves :
Dans une équipe de deux personnes, l'une dispose de la figure 1 et l'autre de la figure 2.
La personne qui a la figure 1 donne des informations à l'autre pour placer les points P et Q en trois minutes. Ces informations concernent uniquement les vecteurs **Erreur !**et**Erreur !**.

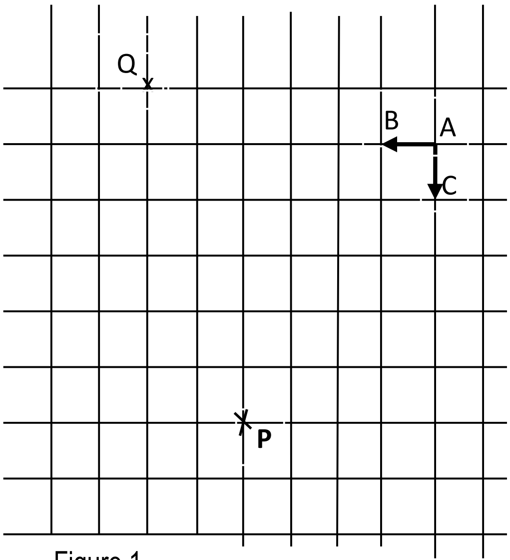


Figure 1

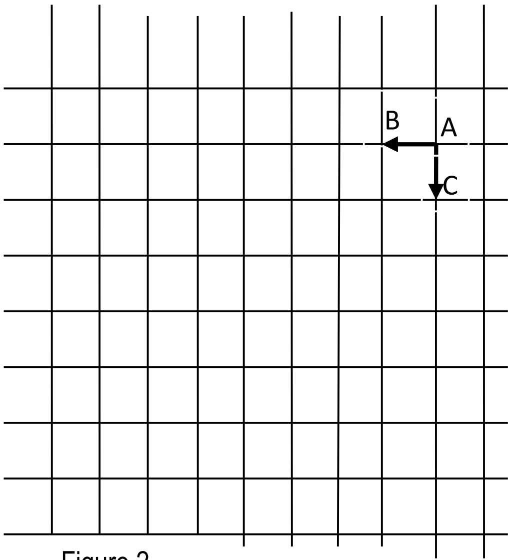


Figure 2

Un bonus est attribué à chaque équipe qui réussit l'activité.
Les élèves s'organisent par groupes de deux pour avoir des bonus.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- La différence de deux vecteurs - le produit d'un vecteur par un nombre réel - des vecteurs colinéaires - des vecteurs orthogonaux - des vecteurs directeurs d'une droite
Connaitre	- les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel - la propriété de vecteurs de même direction
Représenter	- un vecteur - des vecteurs égaux - une somme de deux ou trois vecteurs
Construire	- une différence de deux vecteurs - le point M tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ où k est un réel non nul et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ donné
Réduire	des sommes de vecteurs

Traduire	un langage géométrique par des égalités vectorielles et inversement
Démontrer	- la colinéarité de deux vecteurs - l'alignement de points - le parallélisme de droites
Traiter une situation	faisant appel aux vecteurs

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Somme de vecteurs

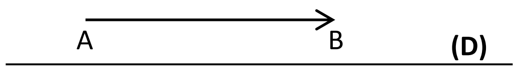
1- Rappels

a) Caracteristiques d'un vecteur

Activité	Réponses attendues
A et B sont deux points du plan, $\overrightarrow{AB}$ *est caractérisé par :*	- Son sens : A vers B - Sa direction : la droite (AB) - Sa longueur : AB

Tout vecteur est caractérisé par son ***sens***, sa ***direction*** et sa ***longueur***. Il est unique par ses caractéristiques.

Exemple :



- Il est orienté dans le sens du couple (A ; B).
- Sa direction est celle de la droite (D).
- Sa longueur est AB = 4cm.

b) Vecteurs égaux

Activité	Réponses attendues
A,B,C et D sont des points du plan tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que :	- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ *ont la même direction* - $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ *ont le même sens* - $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ *ont la même longueur*

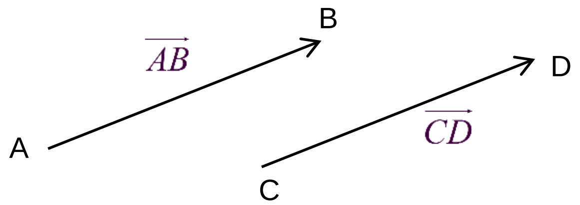
Définition :

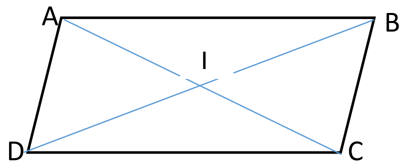
Deux vecteurs sont <u>égaux</u> lorsqu'ils ont :

- même direction,
- même sens et
- même longueur.

Exemple :

On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.



Application	Réponses attendues
ABCD est un parallélogramme de centre I. complète :  $\overrightarrow{AB}$ =…… $\overrightarrow{AD}$ =….. $\overrightarrow{AI}$ =…… $\overrightarrow{IB}$ =…….	

c) Somme de deux vecteurs

-Égalité de Chasles

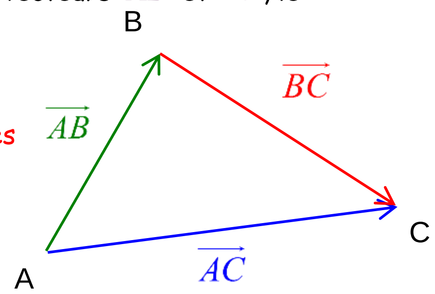
Activité	Réponses attendues
A,B et C sont trois points du plan. Complète $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ =…………	$\overrightarrow{AC}$

Egalité de Chasles :

A, B et C sont trois points du plan. On appelle somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$, le vecteur $\overrightarrow{AC}$.

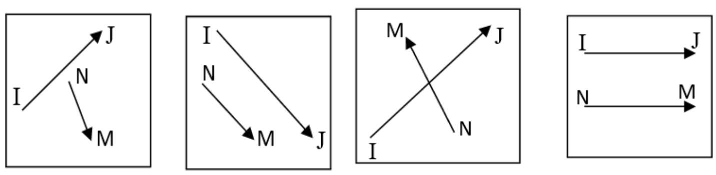
On note : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Cette égalité est appelée égalité de Chasles



Application	Réponses attendues
Appliquer la relation de Chasles. Simplifier les écritures : a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$ c) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}$	

- Réprésentation de la somme de deux vecteurs

Activité	Réponses attendues
Pour chacun des cas, Représente la somme : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{IJ}$ 	

Méthode:

Pour representer la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ dans chacun des cas de figure suivantes :

- On choisit un point M
- On construit les points N et P tels que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{CD}$.
- Obtention du vecteur $\overrightarrow{MP}$ tel que : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

d) *Vecteurs opposés*

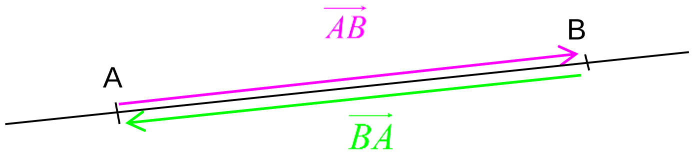
Activité	Réponses attendues
A,B et C sont trois points du plan. Complète $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{BA}$ =............ Une droite définit une direction, la direction de la droite (AB). Cependant une direction possède deux sens, ici de « A vers B » ou « B vers A ».	$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Vecteurs Opposés:

A, B et C sont trois points du plan.

On a : $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{BA}$ = $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs opposés. On note $\overrightarrow{BA}$ = - $\overrightarrow{AB}$



2- *Transformation d'ecriture*

a) *Somme de plusieurs vecteurs*

Activité	Réponses attendues
A,B C , D, E,F et G sont des points du plan. Simplifie les vecteurs suivants $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CE}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DE}$	

Remarque:

Pour effectuer une somme de plusieurs vecteurs, on peut deplacer et regrouper certains vecteurs

Application	Réponses attendues
Simplifier les écritures suivantes : $\overrightarrow{OP}$ + $\overrightarrow{KO}$ + $\overrightarrow{NK}$ $\overrightarrow{MO}$ + $\overrightarrow{PM}$ + $\overrightarrow{OP}$ $\overrightarrow{KN}$ - $\overrightarrow{ON}$ + $\overrightarrow{OK}$	

b) *Difference de deux vecteurs*

Activité	Réponses attendues
A,B C sont des points du plan. Transforme l'écriture $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{AC}$ en une somme de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{CA}$ = $\overrightarrow{CA}$ + $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{CB}$

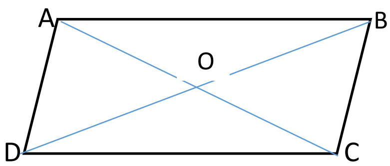
Remarque:

le vecteur $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{AC}$ est appelé différence des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{AC}$ = $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{CA}$ = $\overrightarrow{CA}$ + $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{CB}$

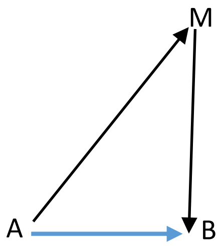
Application	Réponses attendues
A,B C , D, E,F et O sont des points du plan . Simplifie l'écriture suivante : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{EB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OE}$	

c) *Réconnaitre la somme (ou la difference) de deux vecteurs*

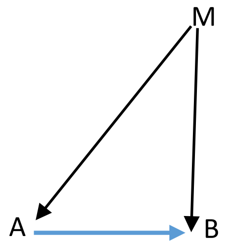
Activité	Réponses attendues
A l'aide de la figure, complète : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ =.. $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}$ =... $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}$ =... $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{OC}$ =...  	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{DO}$ $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AA}$ $=\vec{O}$

Remarque:

Pour effectuer certains calculs portant sur des vecteurs, il est souven,t judicieux de remplacer un vecteur par une somme ou par une difference de deux vecteurs.



$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}$



$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$

II- Produit d'un vecteur par un nombre réel

1 - Définition

Activité	Réponses attendues
On donne $\overrightarrow{AB}$ et le point M du plan - Construis N tel que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}$ - Compare les vecteurs $2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}$ (direction, sens et longueur) On dit que le vecteur $\overrightarrow{MN}$ $(2\overrightarrow{AB})$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel 2. **<u>Remarque :</u>** - Les vecteurs $2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction et le même sens.	

Définition :

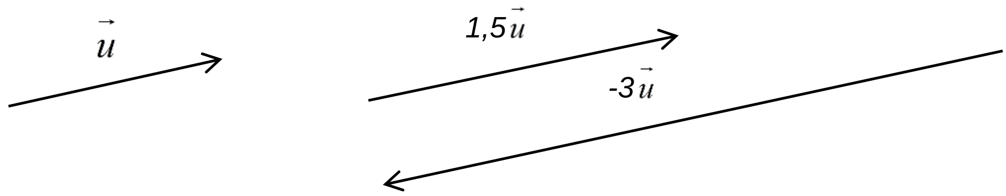
On appelle produit du vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel non nul k , le vecteur $\overrightarrow{MN}$

- (AB)//(MN) ont la même direction
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$: ont le même sens si $k>0$;
  ont des sens contraires si $k<0$
- $MN=|k|AB$.

Remarque :

- Le produit du vecteur nul par un nombre réel est le vecteur nul ;
- Le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par 0 est le vecteur nul $\vec{0}$.
- Le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par un nombre k non nul est noté : $k\overrightarrow{AB}$

Exemples :



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $1{,}5\overrightarrow{AB}$ et $-3\overrightarrow{AB}$ ont la même direction.

$\overrightarrow{AB}$ et $1{,}5\overrightarrow{AB}$ sont de même sens.

$\overrightarrow{AB}$ et $-3\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraire.

Application	**Réponses attendues**
A et B sont des points du plan : k et h sont des nombres réels : Construis les points C et E tel que : $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$	

2- Propriété :

A, B, C et D sont des points du plan.

k et h sont des nombres réels, on a :

$k(h\overrightarrow{AB}) = kh(\overrightarrow{AB})$

$k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right)$

$k\overrightarrow{AB} + h\overrightarrow{AB} = (k+h)\overrightarrow{AB}$

$1\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$

Application	**Réponses attendues**
Ecrivons plus simplement : $-2\left(3\overrightarrow{AB}\right) =$ $3\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} =$ $-3\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right) + 2\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}\right) =$	

III- Vecteur et Configuration

1- Vecteur de même direction

Activité	**Réponses attendues**
ABC est un triangle. N est le milieu de [AC] ; M est le milieu de [AB] Justifie que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction. On a exprimé le vecteur $\overrightarrow{MN}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{BC}$ Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction	ABC est un triangle. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Propriété **:**

A, B, C et D sont quatre points du plan.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction équivaut à : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$

NB : Lorsque $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$, on dit que $\overrightarrow{AB}$ s'écrit en fonction du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

Application	Réponses attendues
ABC est un triangle. I est le milieu de [AB] ; J est le milieu de [AC] Justifie que $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction.	

2- *Vecteurs colinéaires*

a) *Définition*

Des vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction, ou lorsque l'un d'eux est le vecteur nul.

Remarque **:**

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

b) Propriété

Activité	Réponses attendues
Observe la figure suivante, complète :  Les point A,B et M sont alignés .	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

Propriété **:**

A et B sont deux points du plan

M $\in$ (AB) équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

Exemple : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

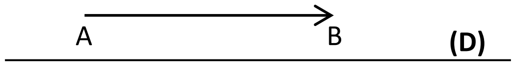
Application	Réponses attendues
On donne les égalités vectorielles suivantes : $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{CD}$; $3\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF}$ 1- Montre que $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires 2- Justifie que les points E,B et F sont alignés.	

3- Vecteurs directeurs d'une droite – Vecteurs orthogonaux

a) Vecteurs directeurs d'une droite

Définition **:**

On dit que le vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (D) lorsque la droite (D) et (AB) sont parallèles.



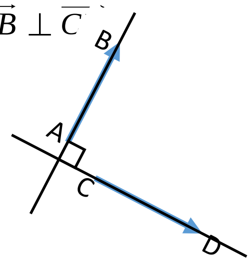
(AB)//(D)

b) **Vecteurs orthogonaux**

Définition :

On dit que deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.

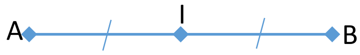
(AB) $\perp$ (CD). On note : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{C}$



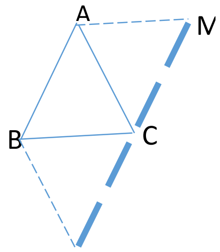
4- *Langage géométrique – Langage vectoriel*

a) ***Milieu d'un segment***

Si I est le milieu de [AB] **alors** $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AI}$



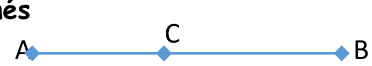
Si $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AI}$ **alors** I est le milieu de [AB]

Application	**Réponses attendues**
ABC est un triangle. 1- Place les points M et N tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CA}$ 2- Justifie que C est le milieu de [MN]	 $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{MC} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{NB}$ $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN}$ $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CN}$ On conclut que : C est le milieu de [MN]

b) **Points alignés**

Si A, B et C sont alignés

Alors $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$, $k \neq 0$



Si $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$, $k \neq 0$

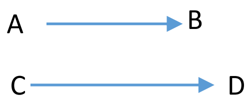
Alors **A, B et C sont alignés**

NB: **si A, B et C sont alignés alors** $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

Application	**Réponses attendues**
A, B, C, D, E, F, G et I sont des points du plan. On donne les égalités vectorielles suivantes : $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CD} + 4\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AB}$ 1- Justifie que A, B et I sont alignés 2- Justifie que A, I et G sont alignés.	$\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CD} + 4\overrightarrow{EF}$ 1- $\overrightarrow{AB} = 2\left(-\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{EF}\right)$ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ Alors A, B et I sont alignés 2- $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{EF} + 2\overrightarrow{CD} - 4\overrightarrow{EF}$ $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{EF} = -\left(-\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{EF}\right)$ $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AI}$ $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{IA}$ Alors A, I et G sont alignés.

c) Droites parallèles

Si (AB)//(CD) alors $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$, $k \neq 0$



Si $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$, $k \neq 0$ alors **AB)//(CD)**

Application	Réponses attendues
ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC]. Justifie que (IJ)//(BC)	$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$ $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$ $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ D'où (IJ)//(BC)

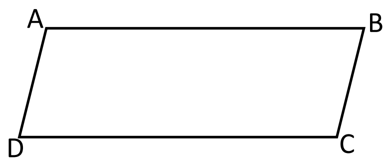
d) Parallélogramme

Activité	Réponses attendues
ABCD est un parallélogramme 1- Construis le point E tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$ 2- Justifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ 3- Justifie que : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$	1- ..... 2- $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$ donc BECA est un parallélogramme, par conséquent $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ 3- ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

A, B, C et D sont des points non alignés.

Si ABCD est un parallélogramme

alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

alors **ABCD est un parallélogramme**

Application	Réponses attendues
Trace un parallélogramme ABCD, construis le point E tel que : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DC}$	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ d'où ABEC est un parallélogramme.

e) Formulation vectorielle des propriétés de Thalès

Activité	Réponses attendues
ABC est un triangle 1- Construis E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$ 2- Justifie que $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{BC}$ 3- Que peut-on dire des droites (EF) et (BC)	1- .... 2- $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$ $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{EF} = 3\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$ $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{BC}$ 3- Les droites (EF) et (BC) sont parallèles

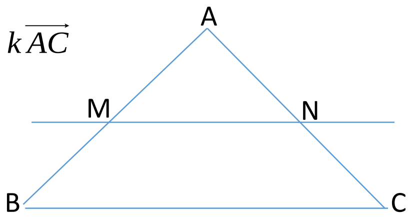
Propriété :

ABC est un triangle.

M$\in$(AB) et N$\in$(AC) et k est un nombre non nul ;

Si $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$

Alors (MN)//(BC)



Si (MN)//(BC)

alors $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$

Application	Réponses attendues
ABC sont trois points non alignés. $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ Justifie que (EF) //(AC)	

EQUATION

ET

INEQUATION

DANS $\mathbb{R}$

Thème : CALCUL LITTERAL
Leçon : EQUATION ET INEQUATION DANS $\mathbb{R}$
Nombre de séance : 06heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Maman a 36 ans. Les $\frac{2}{3}$ de l'âge de papa augmenté de 52 égalent à la somme des âges de papa et maman.

1- Montre que papa a 36 ans
2- Mon âge est un multiple de 5. Le triple de mon âge dimunié de 3 est compris entre l'âge de maman et celui de papa. Calcule mon âge.

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	- des équations de chacun des types : • $ax + b = 0$ • $ax + b = cx + d$ • $(ax + b)(cx + d) = 0$ - des inéquations de chacun des types : • $ax + b \geq 0$ • $ax + b > 0$ • $ax + b \geq cx + d$ • $ax + b < cx + d$ - un système de deux inéquations du premier degré dans IR
Utiliser	des intervalles pour donner l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans IR ou d'un système de deux inéquations du premier degré dans IR
Traiter une situation	faisant appel aux équations ou inéquations du premier degré dans IR.

PLAN DU COURS

I- Equation du 1er degré dans $\mathbb{R}$
   1- Rappels
   2- Equation du type $ax+b=0$
   3- Equation du type $(ax+b)(cx+d)=0$
   4- Situation conduisant à une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}$

II- Inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$
   1- Rappels
   2- Inéquation du type $ax+b<0$
   3- Equation du type $(ax+b)(cx+d)<0$; $(ax+b)(cx+d)\leq 0$
   4- Système d'in,équation dans $\mathbb{R}$
   5- Situation conduisant à une inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Equation du 1er degré dans $\mathbb{R}$

1- Rappels

a) Equation du type : $x+a=b$

Résous l'équation suivante :

$(E): x+3=4$

b) Equation du type : $ax+b=cx+d$

Résous l'équation suivante :

$(E): 6x+4=3x-2$

2- Equation du type : $ax+b=0$

Résous l'équation suivante :

$(E): 3x-48=0$ Équivaut à :

$$(E): 3x=48$$
$$(E): x=\frac{48}{3}$$
$$(E): x=16$$
$$S_{\mathbb{R}}=\{16\}$$

3- Equation du type : $(ax+b)(cx+d)=0$

a) Résous l'équation suivante :

$(E): (3x+1)(-2x+1)=0$ équivaut à : $(3x+1)=0$ ou $(-2x+1)=0$

$x=-\frac{1}{3}$ ou $x=\frac{1}{2}$ alors $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right\}$

b) Résous l'équation suivante :

$(E): x^2-3=0$ équivaut à : $x^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=0$

$$\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$$

$\left(x-\sqrt{3}\right)=0$ ou $\left(x+\sqrt{3}\right)=0$

$x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}$

c) Résous l'équation suivante :

$(E): x^2=-7$

Si x est un nombre, $x^2\geq 0$

-7 est négatif donc l'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$ alors $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$

d) ***Résous l'équation suivante :***

$(E): 2(5x-3)^2-(5x-3)(2x-7)=0$ équivaut à :

$2(5x-3)(5x-3)-(5x-3)(2x-7)=0$

$(5x-3)\left[2(5x-3)-(2x-7)\right]=0$

$(5x-3)\left[10x-6-2x+7\right]=0$

$(5x-3)\left[8x+1\right]=0$

$x=\frac{3}{5}$ ou $x=-\frac{1}{8}$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{8};\frac{3}{5}\right\}$

4- Situation conduisant à une équation dans

Activité	Réponses attendues
Si on dimunie de 2cm le côté d'un carré, son aire dimunie de 20cm². Quelle est la mesure du côté du carré initial ?	

a) <u>Choix de l'inconnue</u>

C : côté du carré initial (C > 0)

b) <u>Mise en équation</u>

Aire du carré = C x C

(C – 2)(C – 2) = C² -20

c) <u>Résolution de l'équation</u>

C² - 2C – 2C + 4 = C² - 20

C² - C² - 4C = -20 – 4

-4C = -24

C = 6

d) <u>Vérification et solution</u>

(C – 2)(C – 2) = (6 – 2)(6 – 2) = 4 x 4 = 16

C² - 20 = 6² - 20=36 – 20 = 16

La mesure du côté du carré initial est donc **6**.

II- Inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$

1- Rappels

a) *Inéquation du type :* $x+a<b$

Résous dans $\mathbb{R}$ et représente graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation suivante :

$(I): x+3<4$

$S_{\mathbb{R}}=\left]\leftarrow;1\right[$

b) *Inéquation du type :* $ax+b<0$

Résous dans $\mathbb{R}$ et représente graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation suivante :

$(I): 3x-48<0$ alors $S_{\mathbb{R}}=\left]\leftarrow;16\right[$

2- Inéquation du type : $(ax+b)(cx+d)<0$ / $(ax+b)(cx+d)\leq 0$

Résous dans $\mathbb{R}$ et représente graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation suivante :

$(I): 6x+4<3x-2$ alors $S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow;-2[$

3- Système d'inéquation dans $\mathbb{R}$

a) Présentation

$\begin{cases} 10x-4<4x+2 \\ 14x+12 \leq 4x-8 \end{cases}$ est appelée système de deux inéquations d'inconnue x

b) Méthode de résolution

Pour résoudre un système d'inéquations, on résous chaque inéquation et on prend pour solution du système, l'intersection des solutions précédemment trouvées.

Application	Réponses attendues
Résous le système suivant :	

4- Situation conduisant à une inéquation

Activité	Réponses attendues
Pierre demande à son ami Moussa de trouver le nombre de disque qu'il possède à partir des informations suivantes : « - le nombre de mes disques n'est pas pair ; -le double du nombre de mes disques dépasse 8 -le nombre de mes disques augmenté de 3 n'atteint pas 10 »	

a) <u>Choix de l'inconnue</u>

X le nombre de disque de Pierre

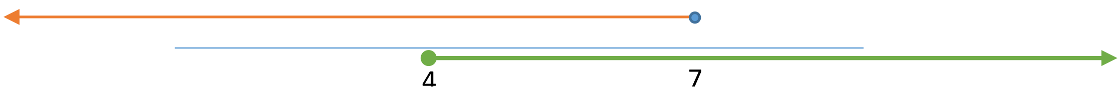
b) <u>Mise en inéquation</u>

$\begin{cases} 2x>8 \\ x+3<10 \end{cases}$

c) <u>Résolution de l'équation</u>

$2x>8$ et $x+3<10$

$x>4$ et $x>7$



$S_{\mathbb{R}} =]4;7[$

Le nombre de disque de Pierre est 5 qui est un nombre impair.

d) <u>Vérification et solution</u>

$2x>8$ On a : $\begin{array}{l} 2\times 5>8 \\ 10>8 \end{array}$

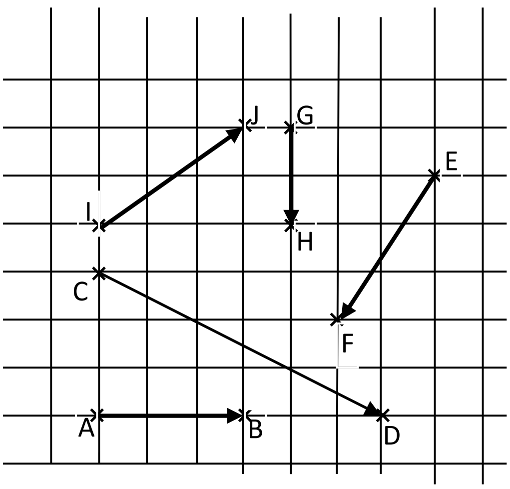
$x+3<10$ on a : $\begin{array}{l} 5+3<10 \\ 8<10 \end{array}$

Alors le nombre de disque de Pierre est **5**

COORDONNEES D'UN VECTEUR

Thème : GEOMETRIE ANALYTIQUE
Leçon : COORDONNEES D'UN VECTEUR
Nombre de séance :08heures
Supports didactiques: livre CIAM $3^{ème}$,
Prérequis :

Exemple de situation d'apprentissage :



Pendant un cours de géométrie dans une classe de troisième, le professeur de mathématique réalise au tableau la figure ci-contre.
Un élève assis au fond de la classe ne voit pas au tableau. Pour l'aider à tracer un représentant du vecteur$\vec{IJ}$, l'un de ses camarades lui donne le programme de construction suivant :

- Place le point I sur un nœud.
- Compte 3 pas horizontalement de la gauche vers la droite et marque le nœud atteint.
- A partir de ce nœud, compte 2 pas verticalement du bas vers le haut et place le point J sur le nœud atteint.

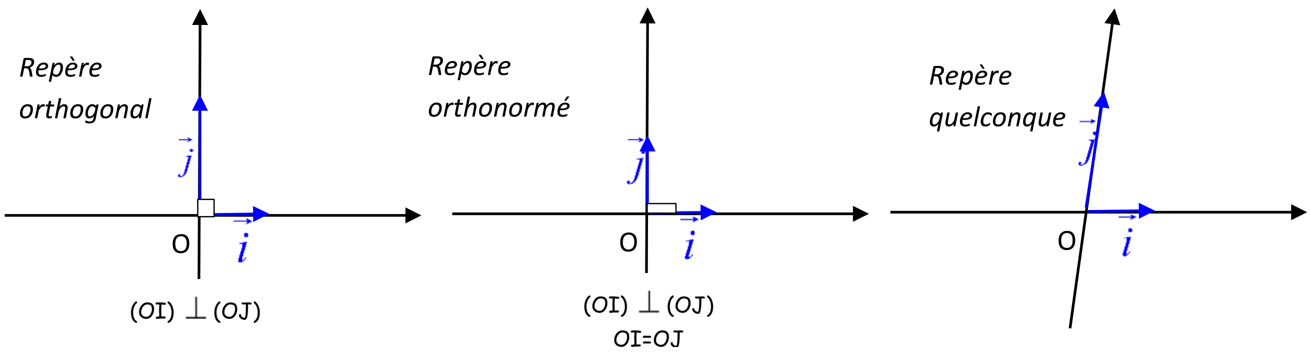
Intéressés par cette démarche, les autres élèves décident de chercher un programme de construction d'un représentant de chacun des vecteurs**Erreur !**, **Erreur !** et **Erreur !**.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- les différents repères du plan - les coordonnées d'un vecteur - l'égalité de deux vecteurs à partir de leurs couples de coordonnées - les coordonnées d'une somme de deux vecteurs - les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel - les coordonnées du milieu d'un segment
Connaitre	- la propriété relative la condition d'orthogonalité de deux vecteurs - la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs - la propriété relative à la distance de deux points
Lire	le couple de coordonnées d'un vecteur dans un repère
Calculer	- les coordonnées d'un vecteur - les coordonnées du milieu d'un segment - la distance de deux points
Démontrer	- que deux vecteurs sont colinéaires - que deux droites sont parallèles - que des points sont alignés - que deux vecteurs sont orthogonaux - que deux droites sont perpendiculaires
Traiter une situation	faisant appel aux coordonnées de vecteurs.

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Différents types de repères



O est appelé origine du repère (O, I, J)

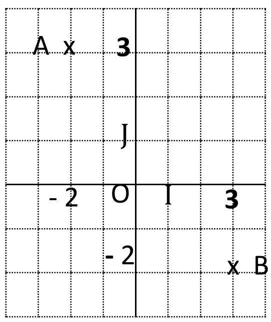
(OI) est l'axe des abscisses ;

(OJ) est l'axe des ordonnées.

II- Coordonnée d'un vecteur

1 - Coordonnée d'un point

a) Couple de coordonnée

Activité 1	Réponses attendues
(O, I, J) est un repère du plan. A et B sont deux points du plan.  1- Quelle est l'abscisse du point A et l'ordonnée du point A ? et celui de B ? 2- Quelle est le couple de coordonnée de A et B ?	1- Abscisse de A : -2 Ordonnée de A : 3 Abscisse de B : 3 Ordonnée de B : -2 2- A(-2 ; 3) et B(3 ;-2)

Le point **A** a pour abscisse **-2** et ordonnée **3**. On note : $A\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ ou $A(-2;3)$.

(-2 ; 3) est le couple de coordonnées du point **A**.

O (0 ; 0) ; I (1; 0) et J (0 ; 1).

b) *Egalité de couple*

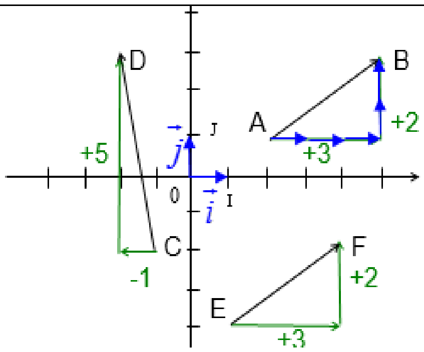
Activité	Réponses attendues
Les couples de coordonnées $A(-2;3)$ et $B(3;-2)$ ont ils le même couple de coordonnées ? justifie ta réponse.	

Egalité de couples

Les couples (x, y) *et* (x', y') *sont egaux* équivaut à : $x = x'$ *et* $y = y'$

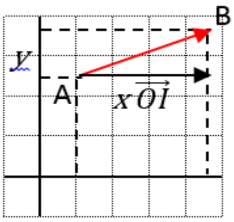
Application	Réponses attendues
On donne les couples (x+1 ; -3) et (-2 ; y-5). Calcule x et y pour que ces couples soient égaux	

c) *Coordonnée d'un vecteur*

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Réponses attendues</th></tr>
<tr><td>
Exprime les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$</td><td>Pour aller de A vers B, on compte 3 carreaux vers la droite (+3) et on compte 2 carreaux vers le haut (+2). On trace ainsi un « chemin » de vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$ mis bout à bout reliant l'origine et l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Ainsi $\overrightarrow{AB}$ = 3$\overrightarrow{OI}$ + 2$\overrightarrow{OJ}$.
Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont donc $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.
De même, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.</td></tr>
</table>

Définition :

Le plan est muni du repère (O, I, J). A et B sont deux points du plan .On appelle couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ le couple de réel (x, y) tel que : $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$



On note : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ou $\overrightarrow{AB}(x; y)$

d) *Vecteurs de même diection qu'un axe du répere*

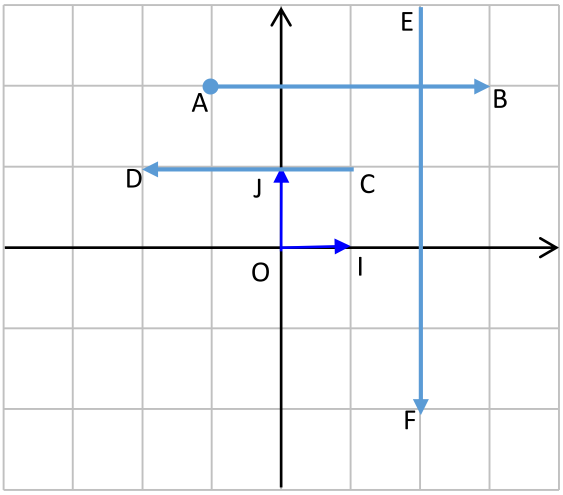
Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A, B, C, E et F sont quatre points du plan.

- Si $\overrightarrow{AB}$ a la même direction que le vecteur $\overrightarrow{OI}$, alors il existe un nombre réel x tel que $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI}$.

- Si $\overrightarrow{EF}$ a la même direction que le vecteur $\overrightarrow{OJ}$, alors il existe un nombre réel y tel que $\overrightarrow{EF} = y\overrightarrow{OJ}$.



J

2) *Coordonnées d'une somme de vecteurs*

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ Déterminons le couple de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AB}=.....\overrightarrow{OI}+.....\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{CD}=.....\overrightarrow{OI}+.....\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=(x+x')\overrightarrow{OI}+(y+y')\overrightarrow{OJ}$

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A, B, C et D sont des points du plan.

Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ Déterminons le couple de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}((2+3)\overrightarrow{OI}+(-5+(-1))\overrightarrow{OJ})$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}5\\-6\end{pmatrix}$

3) *Coordonnées d'une somme de vecteurs*

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et k un nombre réel. Déterminons le couple de coordonnées des vecteurs $k\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}=.....\overrightarrow{OI}+.....\overrightarrow{OJ}$ $k\left(\overrightarrow{AB}\right)=k\left(.....\overrightarrow{OI}+.....\overrightarrow{OJ}\right)$ $k\left(\overrightarrow{AB}\right)=kx\overrightarrow{OI}+ky\overrightarrow{OJ}$

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A et B sont des points du plan et k un nombre réel.

Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ alors $k\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$

Application	Réponses attendues
Calculer les coordonnées des vecteurs : $3\overrightarrow{AB}$, $4\overrightarrow{CD}$ et $3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}$	On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ $3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\times3\\3\times2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$, $4\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\times(-1)\\4\times5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\20\end{pmatrix}$ $3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}9-(-4)\\6-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\-14\end{pmatrix}$

III- Vecteurs Colinéaires – Vecteurs orthogonaux

1 - Vecteurs colinéaires

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0{,}5\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$. Justifie que $xy'-x'y=0$	

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à : $xy'-x'y=0$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$ sont colinéaires	

2- Vecteurs non nuls orthogonaux

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ justifie que $xx'+yy'=0$	

Propriété :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux vecteurs non nuls ;

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à : $xx'+yy'=0$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). On donne A (-1 ; 3) et B (6 ; 2). Justifie que les droites (OA) et (OB) sont perpendiculaires.	O est le point du repère A (-1 ; 3) on a : $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ et B (6 ; 2) on a : $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont orthogonaux équivaut à : $-1\times6+2\times3=0$ $-6+6=0$ alors les droites (OA) et (OB) sont perpendiculaires.

IV- Calculs dans un repère

1 - *Calcul des coordonnées d'un vecteur*

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ complète : $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{AO}$ + …… $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{OB}$ + $\overrightarrow{AO}$ $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{OB}$ - $\overrightarrow{OA}$	$\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{AO}$ + $\overrightarrow{OB}$ = $\overrightarrow{OB}$ - $\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} x_B - x_0 \\ y_B - y_0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} x_A - x_0 \\ y_A - y_0 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}$ = $\begin{pmatrix} x_B - x_0 \\ y_B - y_0 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} x_A - x_0 \\ y_A - y_0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Propriété **:**

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A et B sont des points du plan

Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Détermine les coordonnées des vecteurs par le calcul. A$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, B$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, C$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, D$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, E$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et F$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.	$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2-(-1) \\ 3-(-2) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 4-1 \\ -2-(-4) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2- *Calcul des coordonnées du milieu d'un segment*

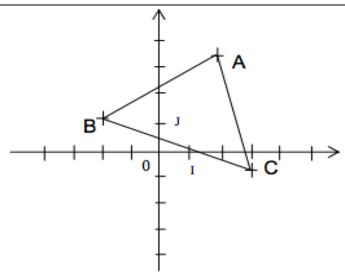
Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ I est le milieu de [AB] complète : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{.....}$ détermine les coordonnées de I	I est le milieu de [AB] $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix} x_A - x_I \\ y_A - y_I \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} x_B - x_I \\ y_B - y_I \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \begin{pmatrix} x_A - x_I \\ y_A - y_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_B - x_I \\ y_B - y_I \end{pmatrix} = \vec{0}$ $\begin{cases} 2x_I = x_A + x_B \\ 2y_I = y_A + y_B \end{cases}$ $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$ alors $I\begin{pmatrix} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}$

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A , B et E sont des points du plan tel que E milieu de [AB]

Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ alors $E\begin{pmatrix}\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ \dfrac{y_A+y_B}{2}\end{pmatrix}$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Calculer les coordonnées de M, N et P milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC]. 	M ($\dfrac{2+(-2)}{2}$; $\dfrac{3+1}{2}$) = (0 ; 2 N ($\dfrac{2+3}{2}$; $\dfrac{3+(-1)}{2}$) = (2,5 ; 1) P ($\dfrac{-2+3}{2}$; $\dfrac{1+(-1)}{2}$) = (0,5 ; 0)

3- Calcul de la distance de deux points

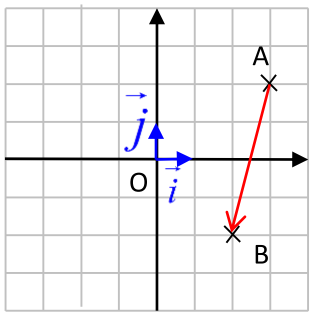
Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ Calcule la distance AB.	AOB est un triangle rectangle. D'après la propriété de Pythagore

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

A et B sont des points du plan

Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ alors $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit A$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ deux points dans un repère orthonormé (O, I , J). Calculer la distance AB 	La distance AB est égale à : AB = $\sqrt{(2-3)^2+(-2-2)^2}$ = $\sqrt{1+16}$ = $\sqrt{17}$

EQUATION DE DROITE

Thème : GEOMETRIE ANALYTIQUE
Leçon : EQUATION DE DROITE
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

Exemple de situation d'apprentissage :

Pour débuter son commerce à ADJAME, Ozoua veut acheter du soja et du mil. Le kilogramme de soja coûte 500 F CFA et celui de mil 300 F CFA. Elle dispose de 50 000 F CFA qu'elle veut dépenser entièrement pour ces achats.
Après plusieurs calculs fastidieux, elle dresse le tableau suivant :

Quantité de mil (en kg)	10	20	45	60
Quantité de soja (en kg)	94	88	73	64

Sa petite sœur, élève en classe de troisième, se propose de lui trouver une méthode performante pour déterminer d'avantage de possibilités. Pour ce faire, la petite sœur demande la collaboration de ses camarades de classe.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une équation de droite - le coefficient directeur d'une droite
connaître	les propriétés relatives à la perpendicularité ou au parallélisme de deux droites
Déterminer	- une équation d'une droite passant par deux points - une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée - une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné - une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé - le coefficient directeur d'une droite
Vérifier	l'appartenance ou non d'un point à une droite
Construire	- une droite dont on connaît une équation - une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur
Calculer	- le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées
Lire	graphiquement le coefficient directeur d'une droite dans un quadrillage
Justifier	- que deux droites sont parallèles - que deux droites sont perpendiculaires
Traiter une situation	faisant appel aux équations de droites

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Equation de droite

Proprieté :

Dans le plan muni d'un répere (O,I,J); a , b et c sont des nombres réels ;

- Toute droite a une équation de la forme $ax+by+c=0$ (a et b n'étant pas tous nuls)
- Toute équation de la forme $ax+by+c=0$ est une équation d'une droite (a et b n'étant pas tous nuls).

Exemple : $4x+2y-1=0$ est l'équation d'une droite

II- Détermination d'une équation d'une droite

1- Droite passant par deux points

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). On donne $A\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$. Détermine une équation de la droite (AB).	

Réponses attendues:

Calculons les ccoordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-4\\5-(-1)\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)$ un point de la droite (AB) ; le vecteur $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-4\\y-(-1)\end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires équivaut à : $6(x-4)-(-1)(y+1)=0$

$$6(x-4)+(y+1)=0$$

$$6x-24+y+1=0$$

$6x+y-23=0$ est une équation de la droite (AB)

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). On donne $E\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ et $F\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$.Détermine une équation de la droite (EF).	

2- Droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée.

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). On donne $A\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$. Détermine une équation de la droite (D) passant par C et parallèle à (AB).	

Réponses attendues:

Calculons les ccoordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-4\\5-(-1)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)$ un point de la droite (D) ; le vecteur $\overrightarrow{CM}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-2\\y-2\end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires équivaut à : $6(x-2)-(-1)(y-2)=0$

$6(x-2)+(y-2)=0$

$6x-12+y-2=0$

$6x+y-14=0$ est une équation de la droite (D)

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). On donne $E\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $F\begin{pmatrix}-5\\-3\end{pmatrix}$ et $G\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$. Détermine une équation de la droite (T) passant par G et parallèle à (EF).	

3- Droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée.

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere orthonormé (O,I,J). On donne $A\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$. Détermine une équation de la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB).	

Réponses attendues:

Calculons les ccoordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-4\\5-(-1)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)$ un point de la droite (D) ; le vecteur $\overrightarrow{CM}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x-2\\y-2\end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux équivaut à : $-1(x-2)+6(y-2)=0$

$-x+2+6y-12=0$

$-x+y-10=0$ est une équation de la droite (D)

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere orthonormé (O,I,J). On donne $E\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $F\begin{pmatrix}-5\\-3\end{pmatrix}$ et $G\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$. Détermine une équation de la droite (T) passant par G et perpendiculaire à (EF).	

III- Construction d'une droite d'equation donnée

1- Construction dune droite

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere orthonormé (O,I,J). Construisons la droite (D) d'équation : $4x+2y-8=0$	

Réponses attendues:

soit $(D): 4x+2y-8=0$

Déterminons deux solutions de : $4x+2y-8=0$

Pour $x=0$ alors

$4\times 0+2y-8=0$

$2y=8$

$y=4$

Le couple (0 ;4) est une solution de (D)

Pour $y=2$ alors

$4x+2\times 2-8=0$

$4x=4$

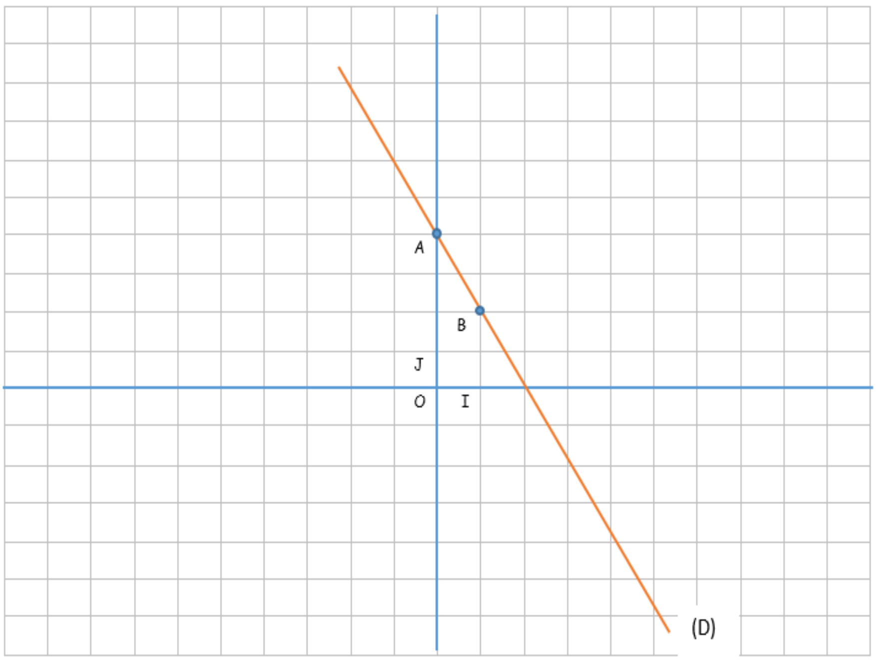
$x=1$

Le couple (1 ;2) est une solution de (D)

Récapitulation des solutions dans un tableau

	A	B
x	0	1
y	4	2

Construisons la droite d'équation : $4x+2y-8=0$ dans un repère (O,IJ)



Application	Réponses attendues
Construis la droite d'equation : $x-2y+3=0$	

2- **Point appartenant à une droite**

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Les points A$\begin{pmatrix}6,4\\42\end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix}346\\2419\end{pmatrix}$ appartiennent-ils à la droite *d* d'équation $-7x+y+3=0$?	

Réponses attendues:

-Dire que le point A$\begin{pmatrix}6,4\\42\end{pmatrix}$ appartient à la droite *d* d'équation $(D):-7x+y+3=0$ revient à dire que les coordonnées de A vérifient l'équation de la droite (D).

Ce qui n'est pas le cas, puisque
$-7\times 6,4+42+3=0$
$0,2\neq 0$
, alors le point A n'appartient donc pas à la droite (D)

- Les coordonnées de B$\begin{pmatrix}346\\2419\end{pmatrix}$ vérifient l'équation de la droite (D). En effet :

$-7\times 346+2419+3=0$
$0=0$
Donc le point B appartient à la droite (D).

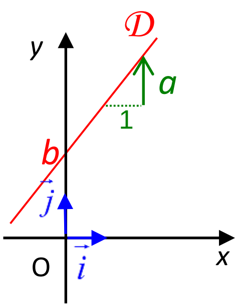
Application	Réponses attendues
Une droite (D) a pour équation : $-2x+3y-5=0$. Les points M (-1 ;1) ; N(-2 ;3) et P(2 ;2) appartiennent-ils à la droite (D)	

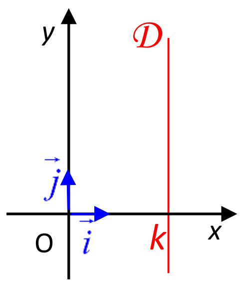
IV- Coefficient directeur d'une droite

Proprietés :

-Une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $y=ax+b$; a est le **coefficient directeur** de la droite (D) et b est son **ordonnée à l'origine.**

-Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $x=k$. Elle n'a ni coefficient directeur nie ordonnée à l'origine.





1- Calcul du coefficient directeur

a) **Méthode 1** : A partir d'une équation

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Une droite (D) a pour équation : $-2x+3y-5=0$ détermine le coefficient directeur de la droite (D)	

Réponses attendues:

$$(D): -2x+3y-5=0$$

Exprimons y en fonction de x, on a :

$3y = 2x+5$

$y = \dfrac{2x+5}{3}$

$y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{5}{3}$

Le coefficient directeur de la droite (D) est : $\dfrac{2}{3}$

Application	Réponses attendues
Une droite (L) a pour équation : $8x+6y-5=0$. détermine le coefficient directeur de (L)	

b) **Méthode 2 : A partir des couples de coordonnées de deux points de la droite.**

Proprieté :

Si $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ sont deux points du plan.

Le coefficient directeur a de la droite (AB) est : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Soit A$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ deux points d'une droite (D) . Calcul le coefficient directeur de la droite (D)	Calculons le coefficient directeur a de la droite (D) : $a = \dfrac{5+1}{3-4} = \dfrac{6}{-1} = -6$ Le coefficient directeur de la droite (D) est : $a=-6$

2- Nouvelle méthode de determination d'une equation de droite

Activité	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Soit A$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ deux points d'une droite (D). Déterminer une équation de la droite (D).	

Réponses attendues:

La droite (D) a une équation de la forme : $y = ax + b$

Déterminons a le coefficient directeur de la droite (D)

$a = \frac{5+1}{3-4} = \frac{6}{-1} = -6$

Donc une équation de (D) est de la forme : $y = -6x + b$

Déterminons b , l'ordonnée à l'origine

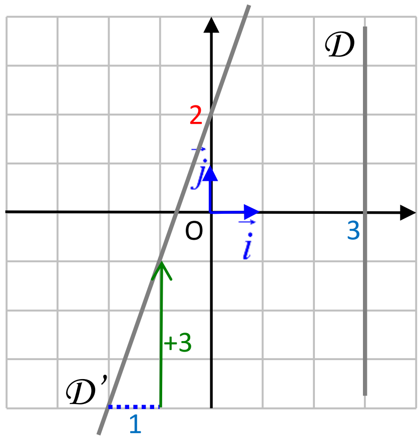
$A \in (D)$ Alors on a :

$$-1 = -6 \times 4 + b$$

$$b = 23$$

Une équation de la droite (D) est : $y = -6x + 23$

3- *Détermination graphique du coefficient directeur d'une droite*



Sur le graphique , determinons le coefficient directeur de la droite (D') et (D).

La droite (D) a pour coefficient directeur $a = 0$

La droite (D') a pour coefficient directeur $a = 3$

V- Positions relatives de deux droites

1 - *Droites parallèles*

Proprieté :

le plan est muni d'un répere (O,I,J).

Deux droites (D) et (D') ont pour coefficient directeur : a et a'

(D) // (D') équivaut à : $a = a'$.

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Deux droites (L) et (L') ont pour équations respectives : $(L): -3x - y + 5 = 0$ et $(L'): y = -3x + 1$ Justifie que : (L)//(L')	Dans (L) exprimons y en fonction de x. $(L): y = -3x + 5$ et $(L'): y = -3x + 1$ Alors (L) et (L') ont pour coefficient directeur -3 donc (L)//(L')

2- Droites perpendiculaires

Proprieté :

le plan est muni d'un répere (O,I,J).

Deux droites (D) et (D') ont pour coefficient directeur : a et a'

(D) $\perp$ **(D')** équivaut à : $a \times a' = -1$.

Application	Réponses attendues
Le plan est muni d'un répere (O,I,J). Deux droites (L) et (L') ont pour équations respectives : $(L): x - 3y + 5 = 0$ et $(L'): y = -3x + 1$ Justifie que : (L) $\perp$ (L')	Dans (L) exprimons y en fonction de x. $(L): y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ et $(L'): y = -3x + 1$ $a \times a' = \frac{1}{3} \times (-3) = -1$ donc (L) $\perp$ (L')

STATISTIQUES

Thème : ORGANISATION DES DONNES
Leçon : STATISTIQUES
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Le professeur de géographie d'une classe de troisième demande à ses élèves de faire un exposé sur le niveau de vie des habitants d'un quartier de la commune de SAN PEDRO. Les élèves disposent des informations suivantes.

Document 1 : Etat d'une population

Une population est dite *pauvre* si le revenu annuel par personne est inférieur à 180 000 F CFA.
Une population est dite *extrêmement pauvre* si elle est pauvre et que plus de la moitié de la population a un revenu inférieur au revenu annuel par personne.

Document 2 : Revenus annuels en milliers de F CFA

100, 100, 100, 100, 100, 110, 110, 110, 110, 110,
110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110,
118, 118, 118, 118, 118, 120, 120, 120, 120, 120,
120, 120, 120, 120, 120, 130, 130, 130, 130, 130,
130, 130, 130, 130, 130, 140, 140, 140, 140, 140,
140, 140, 140, 140, 140, 150, 150, 150, 150, 150,
160, 160, 160, 160, 160, 160, 170, 170, 170, 170,
170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170,
180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 190, 190,
190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190

Résulats de l'enquète réalisée dans ce quartier

Pour déterminer le niveau de vie de cette population, les élèves doivent organiser les données du document 2 dans un tableau et faire des calculs.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- la médiane d'une série statistique à caractère discret ou continu - les effectifs cumulés croissants - les fréquences cumulées croissantes - les classes de même amplitude - une classe modale - la moyenne d'une série statistique à caractère continu
Dresser	- le tableau des effectifs cumulés croissants - le tableau des fréquences cumulées croissantes
Déterminer	- la médiane d'une série statistique par lecture graphique - la classe modale
Construire	- un diagramme circulaire - un polygone des effectifs cumulés croissants
Interpréter	- la médiane d'une série statistique - un diagramme circulaire
Dresser	un tableau des effectifs cumulés ou de fréquences cumulées à partir d'un diagramme circulaire
Calculer	la médiane d'une série statistique
Regrouper	les données d'une série statistique en classes de même amplitude
Traiter une situation	faisant appel à la statistique

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Rappels

Vocabulaire :

Population : ensemble des personnes ou des choses auxquelles s'adresse la question de l'enquête

Individu : Un élément de la population étudié

Effectif Total : Nombre total d'individus d'une population ;

Caractère étudié : Ce sur quoi porte l'enquête de ce que l'on veut savoir en particulier.

Modalités du caractère : les différentes réponses obtenues ;

- Lorsque les modalités sont des nombres, le caractère étudié est **quantitatif ;**
- Lorsque les modalités ne sont pas des nombres, le caractère étudié est **qualitatif ;**

Effectif d'une modalité : Nombre de fois que la modalité a été citée ;

Fréquence d'une modalité : c'est le quotient de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

Mode d'une série statistique : Modalité dont l'effectif est maximal

II- Etude d'un caractère qualitatif

Activité	Réponses Attendues
La bibliothèque d'un Lycée contient dans ses rayons 2000 Livres ainsi répartis :	
Genres | **Maths** | **Romans** | **Phys-Ch** | **Docs**	
Effectif | 700 | 800 | 100 | 400	
Vocabulaire :	
- La population	- Les livres de la bibliothèque du lycée
- L'individu	- Chaque livre de la bibliothèque
- Les modalités	- Maths, Roman, Phys-Ch et Docs
- Effectif total	- 2000 livres
- Caractère étudié et nature	- Répartition des livres (qualitatifs)
- Mode	- Roman

Tableau de l'activité :

Genres	Maths	Romans	Phys-Ch	Docs
Effectif	700	800	100	400

1- *Tableau des Effectifs Cumulés Croissants (ECC)*

Définition :

- On appelle effectif cumulé croissant d'une modalité, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à cette modalité.
- On appelle Fréquence cumulée croissante d'une modalité, la somme des fréquences de chaque modalité inférieure ou égale à cette modalité.

Exemple :

Genres	**Maths**	**Romans**	**Phys-Ch**	**Docs**	**Total**
Effectif	700	800	100	400	2000
ECC	***700***	***1500***	***1600***	***2000***	
Fréquence	35	40	5	20	100
FCC	***35***	***75***	***80***	***100***	

2- *Diagramme circulaire des effectifs*

Exemple : *Traçons un diagramme circulaire des effectifs (diamètre : 5cm)*

Genres	**Maths**	**Romans**	**Phys-Ch**	**Docs**	**Total**
Effectif	700	800	100	400	2000
Secteur angulaire	***126°***	***144°***	***18°***	***72°***	***360°***

<table>
<tr><th>Application</th><th>Réponses Attendues</th></tr>
<tr><td>On donne le tableau suivant :
<table>
<tr><td>Âge</td><td>Foutou</td><td>Riz</td><td>Placali</td><td>Attieké</td><td>Total</td></tr>
<tr><td>Effectif</td><td>8</td><td>15</td><td>5</td><td>12</td><td>40</td></tr>
</table>
1- Donne la nature du caractère de la série
2- Quel est le mode de cette série ?
3- Dresse le tableau des ECC et FCC
4- Construis le diagramme circulaire des effectifs (diamètre : 6cm)</td><td></td></tr>
</table>

III- Etude du caractère quantitatif

1- *Caractère discret*

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Réponses Attendues</th></tr>
<tr><td>Dans une maternité, les sages-femmes ont relevées en une journée les tailles de 30 nouveau-nées en cm.
Voici la liste des tailles relevées.
50-45-40-45-40-55-50-55-45-50-45-40-55-55-50-45-50-50-45-55-50-45-50-55-50-45-50-45-50-50.

Vocabulaire :
- La population
- Les modalités
- Effectif total
- Caractère étudié et nature
- Mode</td>
<td>- Les nouveau-nés
- 40 - 45 - 50 - 55
- 30 nouveau-nés
- Taille des nouveau-nés (quantitatifs)
- 50 cm</td></tr>
</table>

a) ***Tableau des Effectifs Cumulés Croissants et Fréquences Cumulées Croissantes***

Tailles	**40**	**45**	**50**	**55**	**Total**
Effectif	3	9	12	6	30
ECC	***3***	***12***	***24***	***30***	
Fréquence	10	30	40	20	100
FCC	***10***	***40***	***80***	***100***	

b) ***Moyenne d'une série statistique***

Définition :

On appelle moyenne d'une série statistique le quotient par l'effectif total de la somme du produit de chaque modalité par son effectif.

Tailles	**40**	**45**	**50**	**55**	**Total**
Effectif	3	9	12	6	30
Produit Modalité par effectif	***120***	***405***	***600***	***330***	***1455***

Exemple : *Calculons la taille moyenne de cette série statistique*

$$Moyenne = \frac{(3\times 40)+(9\times 45)+(12\times 50)+(6\times 55)}{30}$$

$$Moyenne = \frac{1455}{30}$$

$$Moyenne = 48,5cm$$

c) ***Médiane d'une série statistique***

Définition :

La médiane d'une série statistique à caractère quantitatif est le nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif $\left(\frac{N}{2}\right)$.

Détermination de la médiane d'une série :

Pour déterminer la médiane d'une série statistique non regroupées en classes, on peut procéder comme suit :

- ✓ Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants(ECC)
- ✓ Si l'effectif total de la série statistique est de la forme : $N = 2p+1$, alors la médiane est égale à la $(p+1)^e$ valeur de la série ;
- ✓ Si l'effectif total de la série statistique est de la forme : $N = 2p$, alors la médiane est égale à la demi-somme des p^e et $(p+1)^e$ valeurs de la série.

Exemple : *Calculons la taille médiane de cette série statistique*

L'effectif de la série est : $30 = 2\times 15$

La médiane Me est la demi sonne des 15ème et 16ème valeurs de la série statistique donc

$$Me = \frac{50+50}{2} = 50cm$$

Application

Supposons qu'on attribue des coefficients aux notes de Victor :

Note	4	6	18	7	17	12	12	18
Coefficient	1	1	4	2	4	2	4	2

1- Quelle est le mode de cette série
2- Dresse le tableau des ECC et FCC
3- Calculer la moyenne des notes
4- Calculer la médiane des notes

Réponses Attendues

2- Regroupement en classe de même amplitude

Activité

On a relevé les tailles de 500 personnes comme l'indique le tableau ci-dessous.

Tailles (Cm)	[155 ; 165[	[165 ; 175[	[175 ; 185[	[185 ; 195[
Effectif	84	214	154	48

1- En combien de classes de tailles a-t-on regroupé ces personnes ?
2- Calcul l'amplitude des classes
3- Quelle est la classe modale ?

Réponses Attendues

1- Ces personnes ont été regroupées en 4 classes :

[155 ; 165[; [165 ; 175[; [175 ; 185[et [185 ; 195[

2- A_1= 165-155=10
A_2=175-165=10
A_3=185-175=10
A_4=195-185=10

Toutes les classes ont la même amplitude qui est 10

3- [165 ; 175[

a) Tableau des Effectifs Cumulés Croissants et Fréquences Cumulées Croissantes

Exemple : Dresse le Tableau des Effectifs Cumulés Croissants et Fréquences Cumulées Croissantes

Tailles (Cm)	[155 ; 165[	[165 ; 175[	[175 ; 185[	[185 ; 195[	Total
Effectif	84	214	154	48	500
ECC	***84***	***298***	***452***	***500***	
Fréquence %	16,8	42,8	30,8	9,6	100
FCC	***16,8***	***59,6***	***90,4***	***100***	

b) Moyenne d'une série statistique

Définition :

La moyenne d'une série statistique regroupée en classe est la moyenne des centres de ces classes.

Méthode :

Pour calculer la moyenne d'une série statistique regroupe en classe, on peut procéder comme suit :

- ✓ On détermine le centre de chaque classe
- ✓ On effectue le produit de chaque centre par l'effectif correspondant ;

- ✓ On effectue la somme des produits ;
- ✓ On divise la somme des produits par l'effectif total.

***Exemple** : calcule la taille moyenne de cette série statistique*

Tailles (Cm)	[155 ; 165[	[165 ; 175[	[175 ; 185[	[185 ; 195[	Total
Centre	***160***	***170***	***180***	***190***	
Effectif	84	214	154	48	500
Produit centre par Effectif	***13440***	***36380***	***27720***	***9120***	***86660***

$$Moyenne = \frac{(160\times 84)+(170\times 214)+(180\times 154)+(190\times 48)}{500}$$

$$Moyenne = \frac{86660}{500}$$

$$Moyenne = 173,32cm$$

c) La médiane d'une série statistique

Méthode :

Pour déterminer la médiane d'une série statistique regroupe en classe, on peut procéder par deux méthodes :

- ✓ ***Méthode par interpolation linéaire :***

Exemple :

Désignons par Me, la taille médiane ;

Me est la taille dont l'effectif Cumulé croissant est égal à la moitié de l'effectif total, à savoir $\left(\frac{500}{2}=250\right)$ donc $Me\in[165;175[$.

On utilise le tableau de correspondance ci-dessous pour déterminer la médiane

165	Me	175
84	250	298

On a : $$\frac{Me-165}{250-84}=\frac{175-165}{298-84}$$

$$\frac{Me-165}{166}=\frac{10}{214}$$

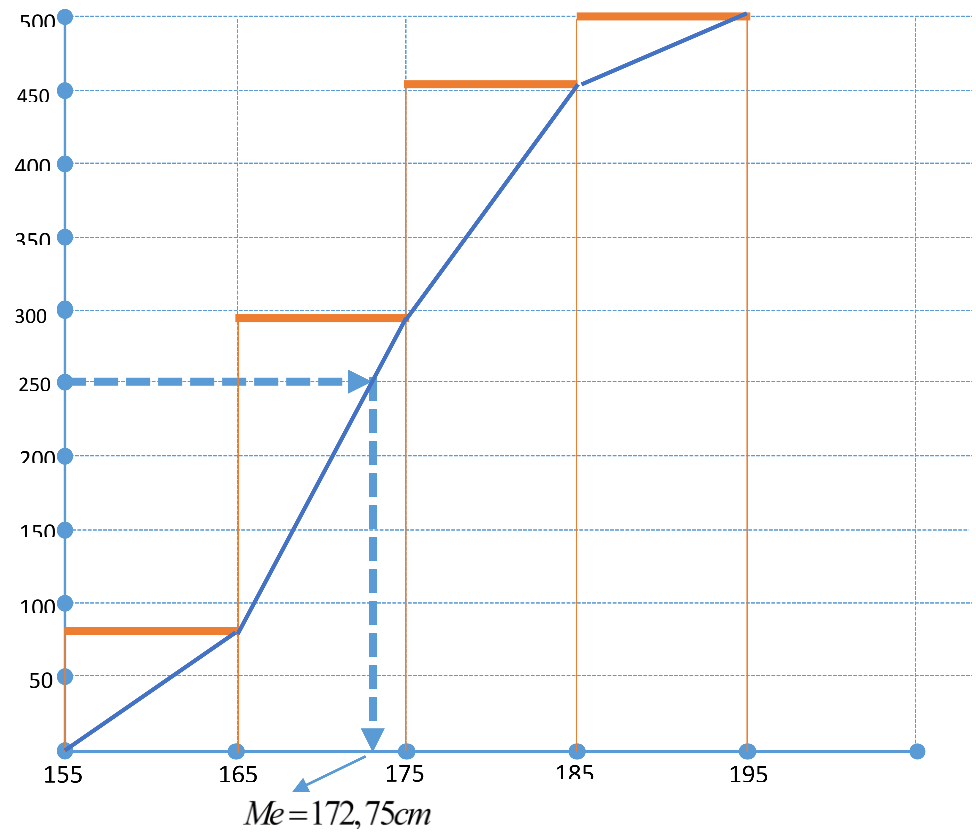
$$Me = 172,75cm$$

- ✓ **Méthode graphique (Polygone des Effectifs Cumulés Croissants)**

Exemple :

Utilisons le tableau des Effectifs Cumulés Croissants pour tracer le Polygone des Effectifs Cumulés Croissants.

Tailles (Cm)	[155 ; 165[	[165 ; 175[	[175 ; 185[	[185 ; 195[	Total
Effectif	84	214	154	48	500
ECC	***84***	***298***	***452***	***500***	



Application	Réponses Attendues
Le tableau ci-dessous donne la répartition en cinq classes de notes de mathématiques attribuées par un correcteur au BEPC. Au cours de la délibération le superviseur voudrait savoir la note médiane de cette correction.	

Classe note	**[0 ; 4[**	**[4 ; 8[**	**[8 ; 12[**	**[12 ; 16[**	**[16 ; 20[**
Centre	2	6	10	14	18
Effectif	2	8	16	10	4

1- Quelle est la classe modale
2- Dresse le tableau des ECC et FCC
3- Calcul la note moyenne
4- détermine la note médiane par la méthode d'interpolation linéaire.

EQUATION ET INEQUATION DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Thème : CALCUL LITTERAL
Leçon : EQUATION ET INEQUATION DANS $\mathbb{R}$
Nombre de séance :10heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

Exemple de situation d'apprentissage :

Pour leur fête de fin d'année, les élèves de la promotion troisième du Collège Moderne d'ABENGOUROU commandent du jus de « Bissap » et de « Gnamancou ». Le litre du jus de « Bissap » coûte 400 F CFA et celui de « Gnamancou » 500 F CFA. Les organisateurs ont commandé 20 litres de jus pour 9 200 F CFA.
Deux jours avant la fête, la vendeuse appelle les organisateurs pour une précision sur le nombre de litre de chaque jus.
Les organisateurs s'attèlent à répondre à la vendeuse.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une équation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Vérifier	- qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Déterminer	- des couples de réelles solutions d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - des couples de réelles solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Représenter	- graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ - graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Résoudre	- un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ par substitution - un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$ par combinaison - graphiquement un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Traduire	un problème du premier degré par une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$
Traiter une situation	faisant appel aux équations ou inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}X\mathbb{R}$

PLAN DU COURS

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Equation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1- Notion d'équation dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Présentation :

$(E): 2x + y = 6$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ d'inconnues x et y

Application	Réponses attendues
Koffi demande au receveur de la poste pour 1500F de timbres 50F et 60F. Combien de timbres de chaque sorte le receveur peut-il remettre à Koffi ? Determine une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	$(E): 50x + 60y = 1500$

2- Solution d'une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

a) Vérification quun couple de réels est solution d'une équation

$(E): 2x + y = 6$

$(E): 2x + y - 6 = 0$

- ✓ Si $(x; y) = (2;4)$

  On a : $2\times2+4-6=0$

  $2\neq0$ Fausse alors $(2;4)$ n'est pas solution de l'équation $(E): 2x + y = 6$

- ✓ Si $(x; y) = (2;2)$

  On a : $2\times2+2-6=0$

  $0=0$ Vraie alors $(2;2)$ est une solution de l'équation $(E): 2x + y = 6$

Application	Réponses attendues
Vérifie si ces couples de réels $(2;4)$ et $(24;6)$ sont solution de : $(E): 50x + 60y = 1500$	$(E): 50x + 60y = 1500$

b) Transformation d'une équation

Soit $(E): 2x + y = 6$

- ✓ Exprimons y en fonction de x

  $y = -2x + 6$

  $(E_1): y = -2x + 6$

- ✓ Exprimons x en fonction de y

  $2x = -y + 6$

$$x=\frac{-y+6}{2}=\frac{-1}{2}y+\frac{6}{2}$$

$$(E_2):x=\frac{-1}{2}y+3$$

Application	Réponses attendues
Exprime cette equation: $(E):50x+60y=1500$ - y en fonction de x - x en fonction de y	

c) *Recherche des solutions d'une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$*

Méthode :

Pour trouver un couple de réels solution d'une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on attribue une valeur arbitraire à l'une des inconnues et on détermine l'autre.

Exemple :

- ✓ Dans $(E_1):y=-2x+6$, si $x=0$ alors $y=-2\times0+6$
  $y=6$

  Le couple de points $(0;6)$ est une solution de (E_1) donc de (E_2)

- ✓ Dans $(E_2):x=\frac{-1}{2}y+3$, si $y=2$ alors $x=\frac{-1}{2}\times2+3$
  $x=2$

  Le couple de réels $(2;2)$ est une solution de (E_2) donc de (E)

Remarque:

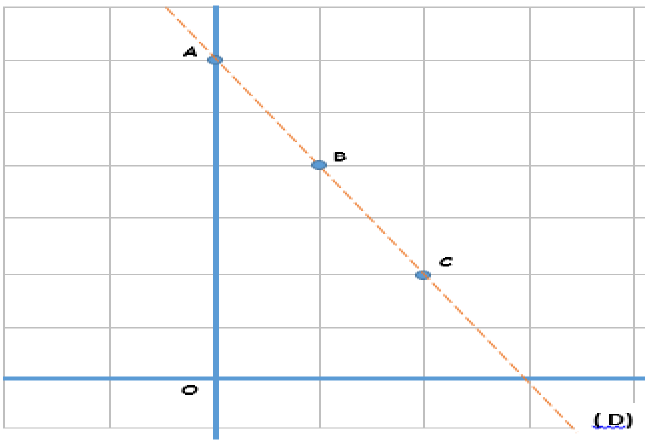
Il y a autant de solutions que l'on veut pour l'equation (E).

Application	Réponses attendues
Dans l'equation suivante $(E):50x+60y=1500$ - Si x = 6, determine y - Si y = 5, determine x	

d) *Représentation graphique des solutions d'une d'équation dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$*

Soit les couples de réels $(0;6)$; $(1;4)$ et $(2;2)$ sont solutions de l'équation $(E):2x+y=6$.

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) plaçons les points $A(0;6)$; $B(1;4)$ et $C(2;2)$.



On remarque que les points $A(0;6)$; $B(1;4)$ et $C(2;2)$ sont alignés.

Si une droite (D) passe par les points A, B et C, on dit que la droite (D) d'équation $(E):2x+y=6$ est une équation de la droite (D).

Application	Réponses attendues
Soit l'équation $(D): x+2y=7$ et $E(3;2)$; $F(7;0)$ et $G(1;3)$ sont solutions de (D). Représente graphiquement l'ensemble des solutions de (D)	

3- *Système d'équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$*

a) *Présentation*

$\begin{cases} 3x-4y-5=0 \\ 2x+5y-11=0 \end{cases}$ est un système d'équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ d'inconnues x et y

b) *Méthodes de résolution*

- *Méthode graphique*

Exemple : Résous graphiquement le système suivant : $\begin{cases} 3x-4y-5=0 \\ 2x+5y-11=0 \end{cases}$

Dans un repère (O, I, J) du plan, traçons les droites $(D): 3x-4y-5=0$ et $(D'): 2x+5y-11=0$

$(D): 3x-4y-5=0$

$y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$

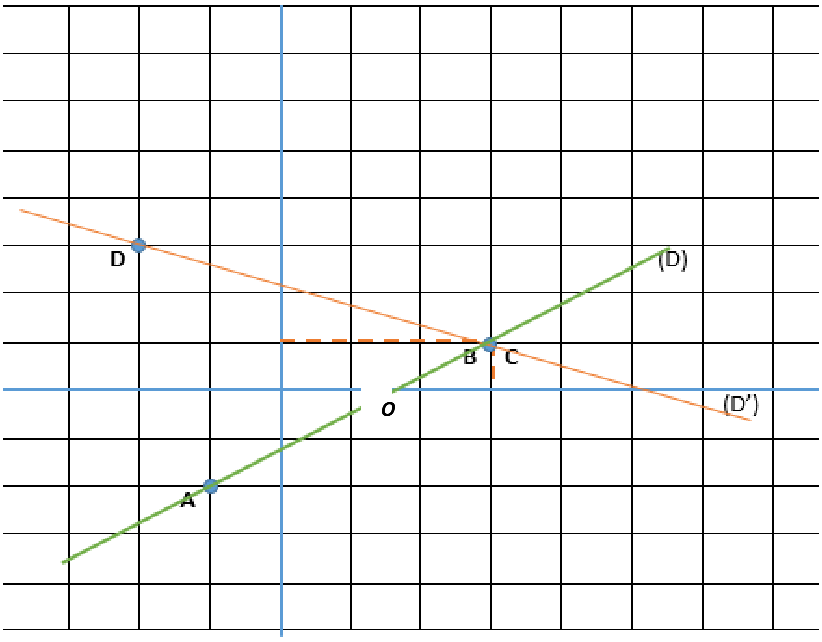
$(D'): 2x+5y-11=0$

$y=\frac{-2}{5}x+\frac{11}{5}$

$\frac{3}{4}\neq\frac{-2}{5}$ Alors (D) et (D') sont sécantes

(D)	A	B
x	-1	3
y	-2	1

(D')	C	D
x	3	-2
y	1	3



Les droites (D) et (D') sont sécantes au point B (3 ;1).
Le couple (3 ; 1) est solution du système.

$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}=\{(3;1)\}$

Application	Réponses attendues
Soit le système suivant: $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ -x+y-3=0 \end{cases}$ Resous graphiquement dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	

- ***Méthode par combinaison***

Exemple : Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par combinaison le système suivant :

$$\begin{cases} 3x-4y-5=0 \\ 2x+5y-11=0 \end{cases}$$

Dans $(D): 3x-4y-5=0$ exprimons y en fonction de x ;

$$(D_1): y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$$

Dans $(D'): 2x+5y-11=0$, remplaçons x par son expression :

$$2x+5\left(\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}\right)-11=0$$

$$x=3$$

Déterminons la valeur de y

$$y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}\times3-\frac{5}{4}$$

$$y=1$$

On vérifie que le couple $(3;1)$ est solution de (D) et (D') alors $S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}=\{(3;1)\}$.

Application	Réponses attendues
Soit le système suivant: $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ -x+y-3=0 \end{cases}$ Resous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par combinaison	

- ***Méthode par substitution***

Exemple : Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par combinaison le système suivant :

$$\begin{cases} 3x-4y-5=0 \\ 2x+5y-11=0 \end{cases}$$

✓ ***Elimination de*** x

$$\begin{cases} (\times2)(3x-4y-5=0) \\ (\times-3)(2x+5y-11=0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-8y-10=0 \\ \underline{-6x-15y+33=0} \end{cases}$$

$$0-23y+23=0$$

$$23y=23$$

$$y=1$$

✓ ***Elimination de*** y

$$\begin{cases} (\times5)(3x-4y-5=0) \\ (\times4)(2x+5y-11=0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15x-20y-25=0 \\ \underline{8x+20y-44=0} \end{cases}$$

$$23x+0-69=0$$

$$23x=69$$

$$x=3$$

On vérifie que le couple $(3;1)$ est solution de (D) et (D') alors $S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}=\{(3;1)\}$.

Application	Réponses attendues
Soit le système suivant: $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ -x+y-3=0 \end{cases}$ Resous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par substitution	

II- Inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1 - Notion d'inéquation du 1^er^ degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Présentation :

$2x-y-5>0$ est une inéquation du 1^er^ degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ d'inconnues x et y.

Application	Réponses attendues
Ali veut acheter des cahiers de 100 pages à 280F et des cahiers de 200 pages à 480F pour le compte d'une ONG. Combien Ali peut-il acheter de cahiers de 100p et de 200p sans depasser la somme de 5000F allouée à ces achats. Determine une inequation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.	$(I): 280x+480y\leq 5000$

2- Solutions d'une inéquation du 1^er^ degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

a) Vérification quun couple de réels est solution d'une inéquation

$(I): 2x+y<6$

$(I): 2x+y-6<0$

- ✓ Si $(x;y)=(2;4)$

  On a : $2\times2+4-6<0$

  $2<0$ Fausse alors $(2;4)$ n'est pas solution de l'inéquation $(I): 2x+y<6$

- ✓ Si $(x;y)=(-2;2)$

  On a : $(-2)\times2+2-6<0$

  $-8<0$ Vraie alors $(-2;2)$ est une solution de l'inéquation $(I): 2x+y<6$

Application	Réponses attendues
Vérifie si ces couples de réels $(2;4)$ et $(24;6)$ sont solution de : $(I): 50x+60y\leq 1500$	$(I): 50x+60y\leq 1500$

b) Transformation d'une équation

Soit $(I): 2x+y<6$

- ✓ ***Exprimons y en fonction de x***

  $y<-2x+6$

  $(I_1): y<-2x+6$

- ✓ ***Exprimons x en fonction de y***

  $2x<-y+6$

  $x<\frac{-y+6}{2}<\frac{-1}{2}y+\frac{6}{2}$

  $(I_2): x<\frac{-1}{2}y+3$

Application	Réponses attendues
Exprime cette equation: $(E): 50x+60y \leq 1500$ - y en fonction de x - x en fonction de y	

c) ***Recherche des solutions d'une inéquation du 1er degré dans*** $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Méthode :

Pour trouver un couple de réels solution d'une équation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on attribue une valeur arbitraire à l'une des inconnues et on détermine l'autre.

Exemple :

✓ Dans $(I_1): y < -2x+6$, si $x=0$ alors $y < -2\times 0+6$

$y < 6$

Ainsi $(0;6)$; $(0;5)$; $(0;-4)$;.....sont des solutions de (I_1) ayant 0 pour première composante.

✓ Dans $(I_2): x < \frac{-1}{2}y+3$, si $y=2$ alors $x < \frac{-1}{2}\times 2+3$

$x < 2$

Ainsi $(0;2)$; $(-1;2)$; $(0;2)$; $(1;2)$;.....sont des solutions de (I_1) ayant 2 pour deuxième composante.

Application	Réponses attendues
Dans l'equation suivante $(I): 50x+60y \leq 1500$ - Determine trois solutions ayant pour premiere composante 5 - Determine trois solutions ayant pour deuxième composante 10	

d) ***Représentation graphique des solutions d'une d'inéquation dans*** $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Propriété :

le plan est muni dun répere (O,I,J).

(D) est la droite d'équation : $ax+by+c=0$

La droite (D) partage le plan en trois parties :

- Deux demi-plans de frontière (D)
- La droite (D)

✓ Les couples de coordonnées des points d'un demi-plan verifient: $ax+by+c<0$

✓ Les couples de coordonnées des points de (D) verifient : $ax+by+c=0$

✓ Les couples de coordonnées des points de l'autre demi-plan verifient: $ax+by+c>0$

Exemple :

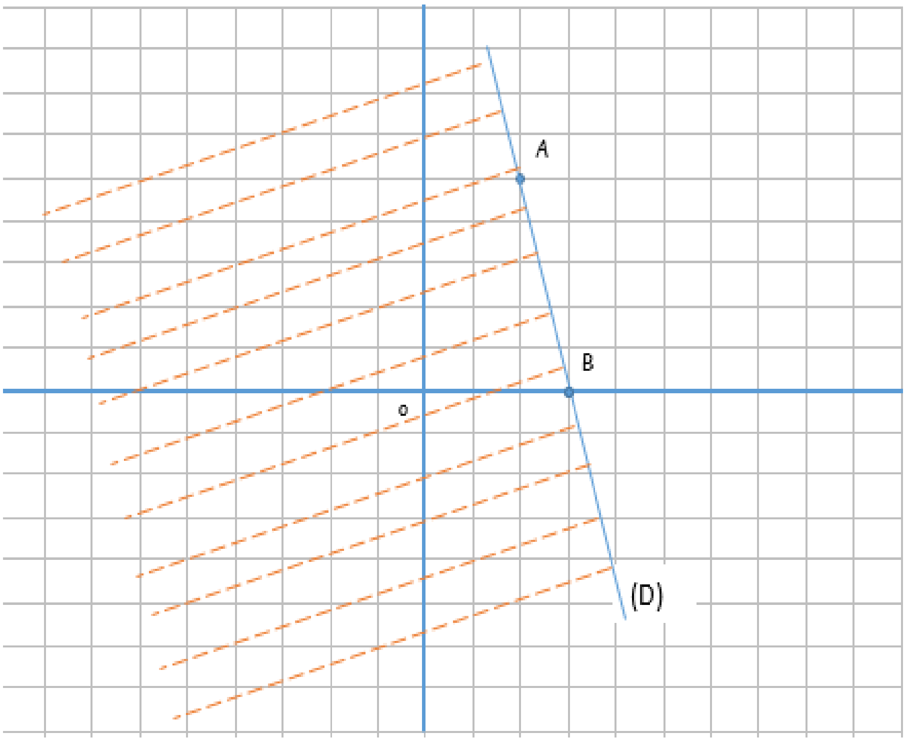
Représente graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation: $(I): 5x+y-15<0$

On trace dans un repère (O, I, J) la droite (D) d'équation $(D): 5x+y-15=0$.

(D)	A	B
x	2	3
y	5	0

$(I): 5x+y-15<0$

$y = -5x+15$



Remarque :

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(I): 5x + y - 15 < 0$ est la partie hachurée

Application	Réponses attendues
Soit le système suivant: $(I): -x + y - 3 > 0$ Represente graphiquement l'ensemble des solutions de (I) dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	

3- *Système de deux inéquations 'équation du 1^er^ degré dans* $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

a) *Présentation*

$\begin{cases} 2x - y + 1 < 0 \\ -x + y - 3 < 0 \end{cases}$ est un système d'inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ d'inconnues x et y

b) *Réprésentation graphique*

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

(D) est la droite d'équation : $(D): 2x - y + 1 = 0$

(D') est la droite d'équation : $(D'): -x + y - 3 = 0$

$(D): 2x - y + 1 = 0$

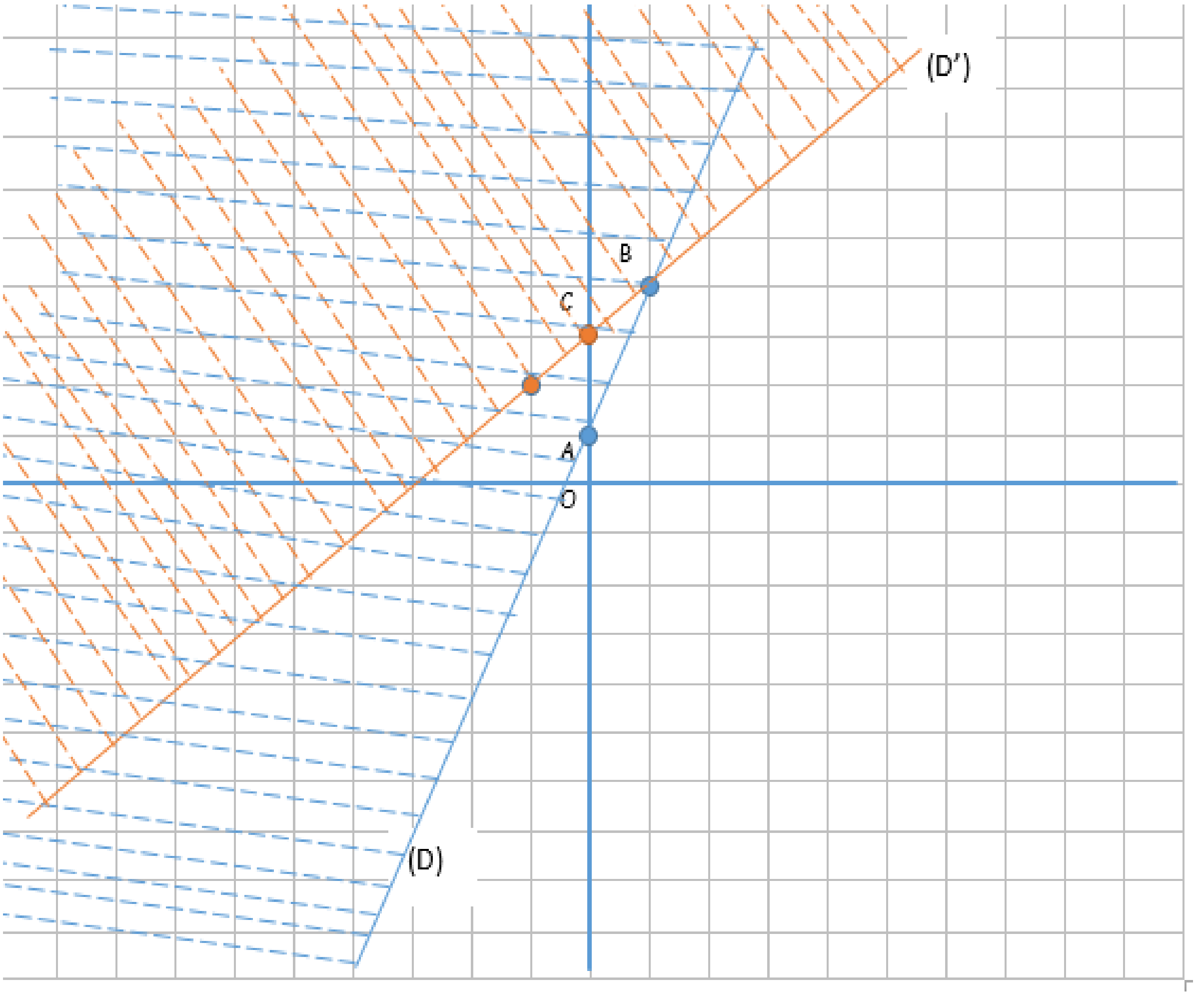
$y = 2x + 1$

(D)	A	B
x	0	1
y	1	3

$(D'): -x + y - 3 = 0$

$y = x + 3$

(D')	C	D
x	0	-1
y	3	2



Remarque :

Cette intersection est la représentation graphique de l'ensemble des solutions du système (I).

Application	Réponses attendues
Soit le système suivant: $\begin{cases} 4x+y+2>0 \\ -2x+y-3<0 \end{cases}$ Represente graphiquement l'ensemble des solutions de (S) dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:	

APPLICATIONS AFFINES

Thème : ORGANISATION DE DONNÉES
Leçon : APPLICATIONS AFFINES
Nombre de séance : 08heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis :

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Pour la kermesse organisée par les élèves de troisième du Lycée Félix Houphouët-Boigny de KORHOGO, le comité d'organisation décide de louer du matériel de sonorisation pour une journée. Il s'adresse à deux fournisseurs.

Le premier fournisseur propose deux tarifs différents:
Tarif 1
Le matériel est cédé pour 5 000 F CFA l'heure avec une caution de 10 000 F CFA.
Tarif 2
Le matériel est cédé à un prix forfaitaire de 50 000 F CFA pour le temps de la manifestation.
Le deuxième fournisseur propose un tarif unique : 7 000 F CFA l'heure pour le temps de la manifestation.
Vu ses moyens limités, le comité d'organisation veut choisir le tarif le plus avantageux selon la durée de la manifestation.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une application affine - une application linéaire - la représentation graphique d'une application affine ou linéaire
Connaitre	- la propriété relative à la représentation graphique d'une application affine - la propriété relative à la représentation graphique d'une application linéaire - la propriété relative au sens de variation d'une application affine - les propriétés de linéarité
Reconnaître	- une application affine - une application linéaire - la représentation graphique d'une application affine - la représentation graphique d'une application linéaire - la représentation graphique d'une application affine constante, croissante ou décroissante - la représentation graphique d'une application linéaire constante, croissante ou décroissante
Déterminer	- l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique - graphiquement une image - graphiquement le réel a tel que $f(a) = b$ (où f est une application affine et b un nombre réel donné) - une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ; - une application linéaire connaissant un nombre réel et son image - le sens de variation d'une application affine

	- l'application affine dont on connaît une équation de sa représentation graphique
Calculer	- l'image d'un nombre réel par une application affine - le nombre réel a tel que $f(a) = b$ (où f est une application affine et b un nombre réel donné)
Représenter	- graphiquement une application affine ou linéaire dont on connaît l'expression explicite - graphiquement une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images - graphiquement une application linéaire connaissant un nombre réel et son image
Utiliser	- le sens de variation d'une application affine pour comparer les images de nombres - les propriétés de linéarité pour calculer l'image d'un nombre
Traduire	une situation de proportionnalité par une application linéaire
Justifier	le sens de variation d'une application affine ou linéaire
Traiter une situation	faisant appel aux applications affines

PLAN DU COURS

I- Application Affine
1- Notion
2- Calcul de limage d'un réel par une application affine
3- Représentation graphique
4- Sens de variation

II- Application linéaire
1- Définition
2- Répresentation graphique
3- Tableau de proportionnalité et Applivation linéaire

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Applications Affines

1 - Notion

Activité	Réponses attendues
Après un examen de BEPC, une maison d'édition a décidé de récompenser les candidats admis ayant eu la mention Bien et leurs établissements d'origine. Chaque lauréat obtient 5 livres et chaque établissement 40 livres pour équiper la bibliothèque. Trouve le nombre de livres distribués dans un établissement ayant 4 candidats privés.	Soit x le nombre de candidats primés dans un établissement, calcule le nombre de libres distribués en fonction de x. - On définit ainsi une correspondance f qui à chaque nombre de candidats primés x associe $5x+40$ nombres de livres distribués par établissement. - $5x+40$ est l'image de x par f ; on note : $f(x)=5x+40$ - $f(x)$ est de la forme $ax+b$ ($a\in\mathbb{R}, b\in\mathbb{R}$), f est une application affine

Définition :

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b la correspondance qui à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax+b$.
On dit que l'application affine f est définie par : $f(x)=ax+b$.
$f(x)$ est l'image de x par l'application affine f

Exemple : $f(x)=2x+4$; f est une application affine de coefficient 2 et de terme constant 4.

<table>
<tr><th>Application</th><th>Réponses attendues</th></tr>
<tr><td>Complète le tableau suivant :

<table>
<tr><th>Applications Affines</th><th>Coefficients</th><th>Termes constants</th></tr>
<tr><td>$f(x) = -2x + 5$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x) = -7$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x) = 3x$</td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td></tr>
</table>

2- Calcul de l'image d'un nombre réel par une application affine

a) Calcul l'image du nombre réel 2 par f

Soit $f(x)=2x+4$

$f(2)=2\times2+4$ alors $f(2)=8$

b) *Calcul la valeur de x tel que $f(x)=3$*

$f(x)=3$ équivaut à : $2x+4=3$

$$x=\frac{-1}{2}$$

Application	**Réponses attendues**
f est l'application définie par : $f(x)=4x+7$ a) Calcule $f(-1)$ et $f(\frac{1}{2})$ b) Détermine m et n tel que $f(m)=-5$ et $f(n)=1$	

3- Représentation graphique

Activité	**Réponses attendues**
Soit $g(x)=-3x+2$. Complète :	

x	**-1**	**0**	**1**	**2**
$g(x)$				
Points	A	B	C	D

Propriété :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

L'application affine f définie par $f(x)=ax+b$ a pour représentation graphique la droite d'équation : $y=ax+b$.

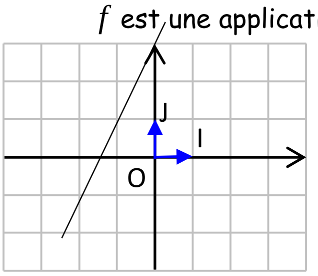
Application	**Réponses attendues**
Représente sur un graphique l'application h définie par $h(x)=2x-3$.	

4- Sens de variation

Activité	**Réponses attendues**
Représente graphiquement l'application affine tel que $f(3)=7$ et $f(5)=2$. Utilise ce graphique pour comparer $f(4)$ et $f(6)$	

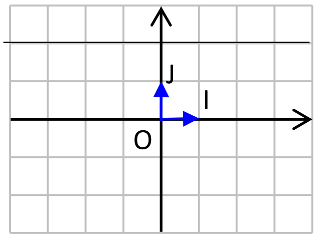
Propriété :

f est une application affine définie par : $f(x)=ax+b$



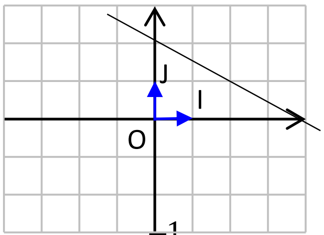
$f(x)=2x+3$

f est croissante lorsque $a>0$



$f(x)=2$

f est croissante lorsque $a=0$



$f(x)=\frac{-1}{2}x+2$

f est croissante lorsque $a<0$

Application	**Réponses attendues**
Donne le sens de variation de ces applications affines : $f(x)=3x-1$; $g(x)=-2$ et $h(x)=\frac{-1}{2}x+1$	

II- Application linéaire

1 - Définition

Activité	Réponses attendues
f est une application linéaire définie par $f(x)=4x$. Quel est le terme constant.	f est appelé application linéaire

Définition :

On appelle application linéaire, une application affine définie par $f(x)=ax$, a étant un nombre réel.

Exemple : $f(x)=-7x$ est une application linéaire.

Remarque :

Une application linéaire est une application affine dont le terme constant est nul.

2- Représentation graphique

Activité	Réponses attendues
Soit $g(x)=-3x$. Complète :	

x	-1	0	1	2
$g(x)$				
Points	A	B	C	D

Remarque :

La représentation graphique d'une application linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Application	Réponses attendues
Représente sur un graphique l'application h définie par $h(x)=2x$.	

3- Tableau de proportionnalité et application linéaire.

Activité	Réponses attendues
f est une application affine définie par $f(x)=4x$. Complète le tableau suivant :	

x	3	4	7	8	11	35
$f(x)$						

Compare : $f(3)+f(4)$ et $f(7)$; $f(11)$ et $f(4)+f(7)$; $f(8)$ et $2\times f(4)$; $5\times f(7)$ et $f(35)$

Propriété :

a est un nombre réel donné ;

f est l'application linéaire définie par $f(x)=ax$

Pour tous nombres réels u , v et k

- ✓ $f(x)=ax$
- ✓ $f(u+v)=f(u)+f(v)$
- ✓ $f(ku)=kf(u)$

Application	Réponses attendues
f est une application linéaire tel que $g(3)=6$. Sans déterminer le coefficient de g , Calcule $g(12)$; $g(15)$ et $g(-3)$	

PYRAMIDES

ET

CONES

Thème : CONFIGURATIONS DE L'ESPACE
Leçon : PYRAMIDES ET CONES
Nombre de séance : 08 heures
Supports didactiques: livre CIAM 3ème,
Prérequis : pavé droit, cylindre droit et prisme droit

Exemple de situation d'apprentissage :

A la première séance du cours de géométrie sur les pyramides et cônes, le professeur de mathématique d'une classe de troisième du Collège Moderne de BINGERVILLE dépose sur la table un objet en forme de pyramide. Il leur demande de décrire ce solide.
Les élèves observent le solide puis écrivent toutes les informations justes le concernant.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une pyramide régulière - un cône de révolution - un patron d'une pyramide régulière - le patron d'un cône de révolution - le sommet d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution - les faces d'une pyramide régulière - la base d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution - une arête d'une pyramide régulière - la hauteur d'une pyramide régulière - la hauteur d'un cône de révolution - l'angle de développement d'un cône de révolution - le tronc d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution - une génératrice d'un cône de révolution - l'apothème
Connaître	- la formule du volume d'une pyramide régulière - la formule de l'aire latérale d'une pyramide régulière - la formule du volume d'un cône de révolution - la formule de l'aire latérale d'un cône de révolution - la relation entre la longueur d'une génératrice, l'angle de développement et le périmètre de la base d'un cône - les propriétés de réduction
Décrire	- une pyramide régulière - un cône de révolution
Construire	- un patron de pyramide régulière - un patron de cône de révolution
Réaliser	- un cône de révolution - une pyramide régulière

Extraire	une figure plane d'une représentation d'un cône de révolution ou d'une pyramide régulière
Calculer	- le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide régulière - le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution - des aires de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution - des volumes de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution - le coefficient de réduction
Traiter une situation	faisant appel aux pyramides régulières ou à des cônes de révolution

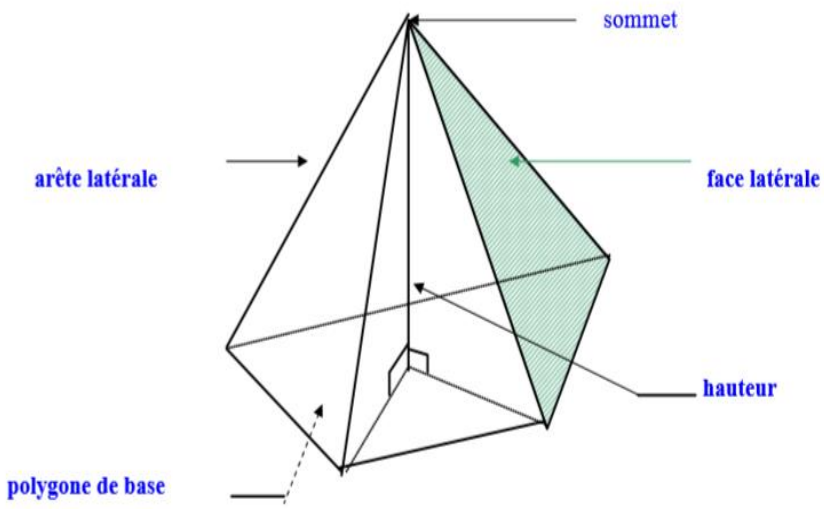
PLAN DU COURS

I- Pyramides
   1- Présentation
   2- Hauteur d'une pyramide
   3- Pyramide régulière
II- Cône de révolution
   1- Présentation
   2- Hauteur d'un cône de révolution
   3- Propreité
   4- Aire latérale et Voilume du cône
   5- Patron d'un cône de révolution
III- Sections planes
   1- Section plane dune pyramide par un plan parallèle au plan de sa base
   2- Section d''un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base
   3- Proprieté de réduction

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS
PRÉSENTATION			
-Pré-requis		Néant	Néant
-Présentation de la situation *-Appropriation de la situation* ***10 min***	*-Lecture* *-Questions d'orientation*	- Mise à disposition de la situation - Lecture(s) - Explication de la situation (explication d'éventuels mots difficiles, questionnement pour faire dégager la tâche à réaliser et les informations, …)	-Lecture(s) - Données :

I- Pyramides

1 - Présentation



SABCD est la représentation d'une pyramide

- S : sommet de la pyramide
- Le polygone ABCD est la base
- [SB] ;[AB] ;[SC] ;[SD] ;[BC] ;[DC] ; [AD] ; [SA] sont les arêtes
- Les triangles SAB ; SBC ; SAD et SAB sont les faces latérales de la pyramide
- SO : la hauteur d'une pyramide

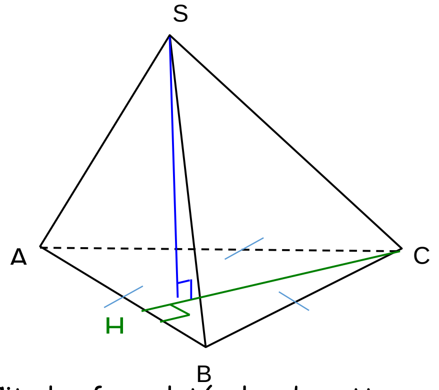
2- Hauteur d'une pyramide

Activité	Réponses attendues
Justifie que SO est la hauteur de la pyramide	(SO) $\perp$ (BO) et (SO) $\perp$ (CO) du plan de la base. Elle est donc perpendiculaire au plan de la base(ABC). La droite (SO) est la hauteur de la pyramide.

Définition :

On appelle hauteur d'une pyramide la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de la base.

3- *Pyramide régulière*

Activité	Réponses attendues
 - Cite les faces latérales de cette pyramide - donne la base de cette pyramide et quelle est sa nature	

a) **Définition**

On dit qu'une pyramide est régulière lorsque :

- Sa base est un polygone régulier (carré, triangle,……)
- Ses faces latérales sont des triangles isocèles.

b) ***Propriété***

Si une pyramide est régulière, alors sa hauteur passe par le centre du cercle circonscrit à sa base.

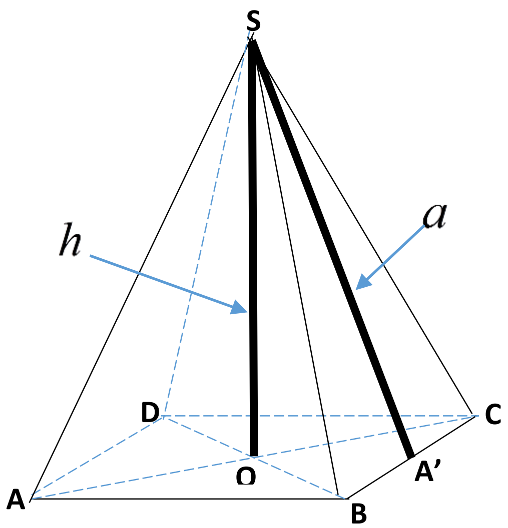
Application	Réponses attendues
IEFDH est une pyramide régulière de base le carré EHFD de centre O tel que EF=6cm et IO=8cm. 1- Précise la hauteur de la pyramide. Justifie ta réponse. 2- Quelle est la nature du triangle IFO ?	

c) ***Aire latérale et Volume d'une pyramide régulière***

SABCD est une pyramide de base un polygone régulier ABCD.

A' est le milieu de [AB]

[SA'] est appelé apothème de la pyramide

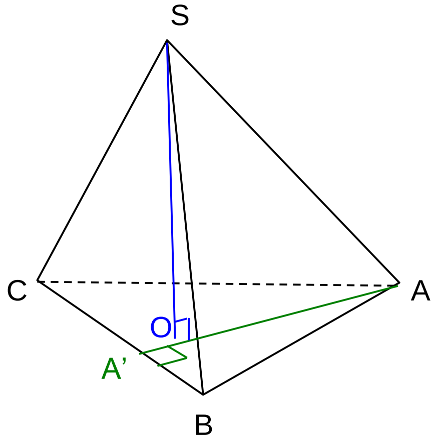


$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Avec A = Aire latérale
P = périmètre de la base
h = apothème (hauteur d'une face latérale)

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

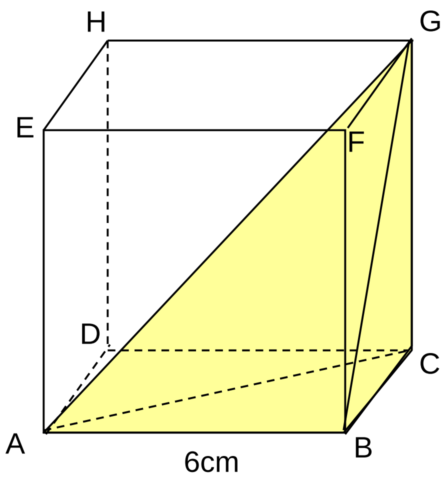
V = Volume
B = Aire de la base
h = hauteur de la pyramide

Application	**Réponses attendues**
SABC est une pyramide régulière de base ABC tel que AB=6cm et SA=8cm. [SO] est la hauteur de cette pyramide A' est le point d'intersection de (AO) et (BC) 1- Quelle est des triangles ABC, SAC et SOA ? 2- Calcule AA' 3- Calcule la hauteur et l'apothème 4- Calcule l'aire latérale et le volume de la pyramide  	

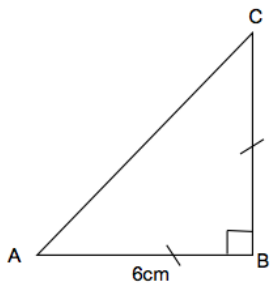
d) *Patron d'une pyramide*

Méthode : Construire un patron d'une pyramide

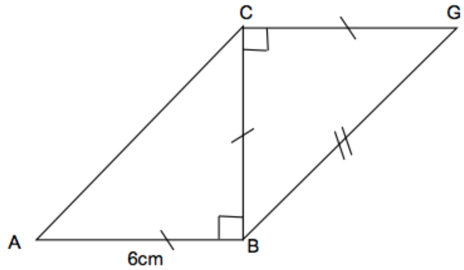
Construire le patron de la pyramide GABC inscrite dans le cube ABCDEFGH.



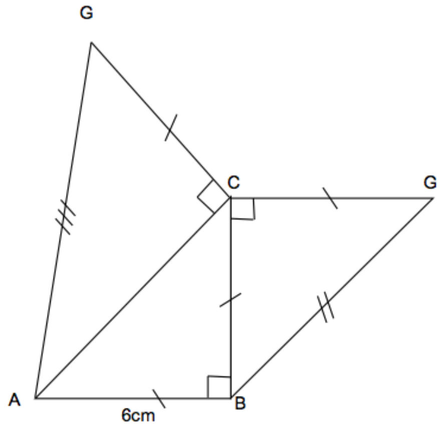
On commence par tracer par exemple la base de la pyramide : le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB = BC = 6 cm.



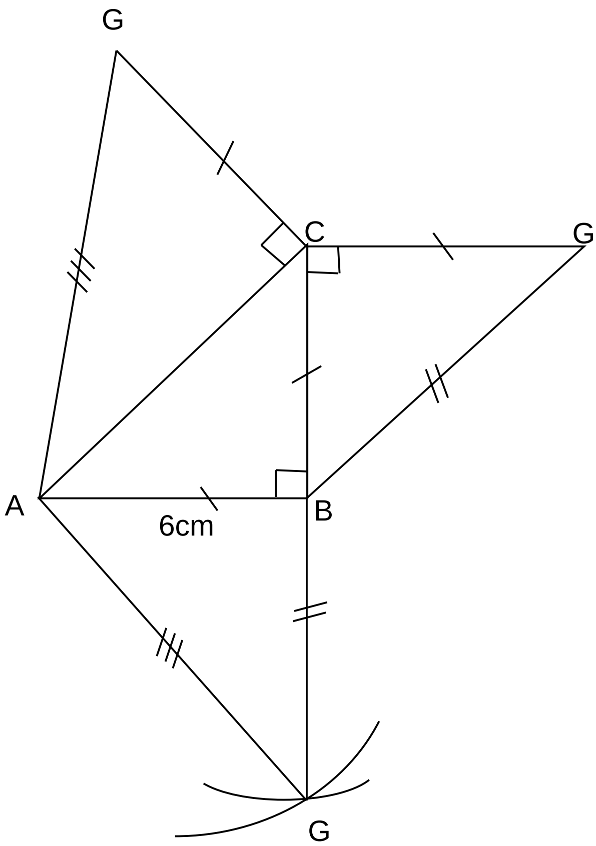
On trace ensuite la face de droite : le triangle BCG rectangle et isocèle en C tel que CG = 6 cm.



On trace ensuite la face arrière : le triangle ACG rectangle en C tel que CG = 6 cm.

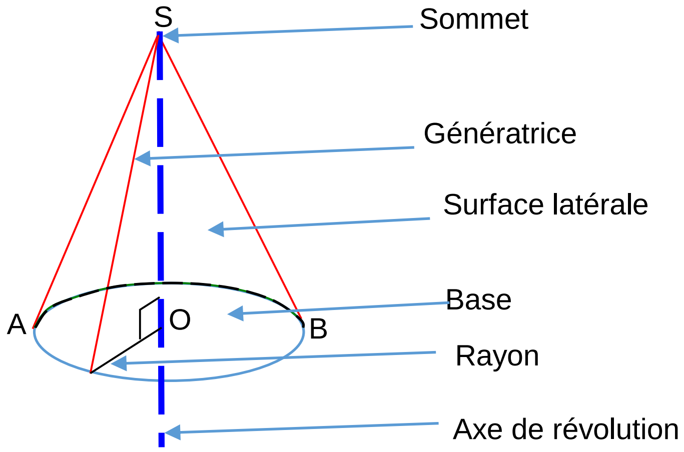


On finit en traçant la face de devant : le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles



II- Cône de révolution

1 - *Présentation*



2- *Définition de la hauteur d'un cône*

Définition :

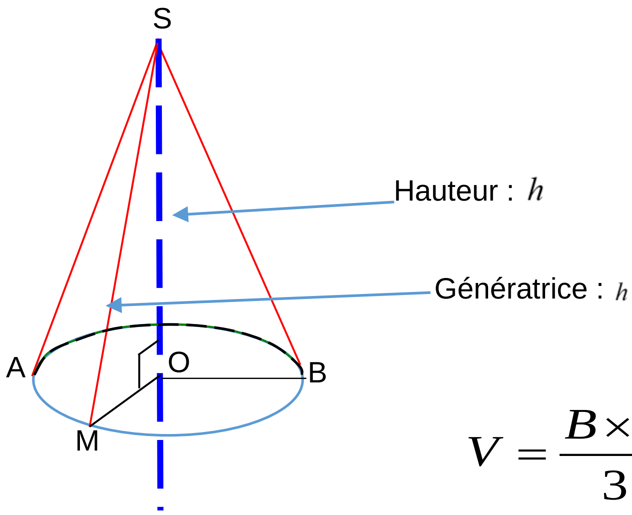
On appelle hauteur d'un cône de révolution la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de la base.

3- *Propriété*

Propriété :

La base d'un cône de révolution est un cercle. Son axe est la hauteur du cône.

4- Aire latérale et Volume d'un cône de révolution



$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Avec A = Aire latérale

P = périmètre de la base

h = apothème (hauteur d'une face latérale)

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

V = Volume

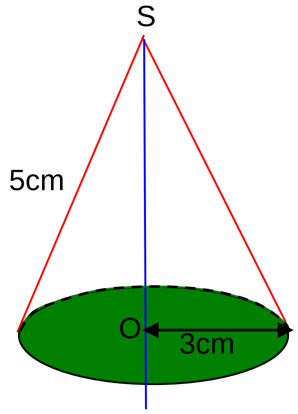
B = Aire de la base

h = hauteur de la pyramide

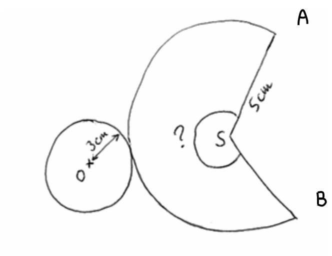
Application	Réponses attendues
L'unité est le cm. SAB est un cône de révolution de sommet S, de hauteur [SO] et de base le cercle de diamètre [AB]. On donne AB=10 et SO=12. 1- Justifie que SI = 13 2- Calcule l'aire latérale et le volume de ce cône.	

5- Patron d'un cône de révolution

Construction du patron d'un cône de révolution



On commence par faire un patron à main levée.



Périmètre de la base = 2 x π x r = 2 x px 3 = 6 π = Périmètre de l'arc AB

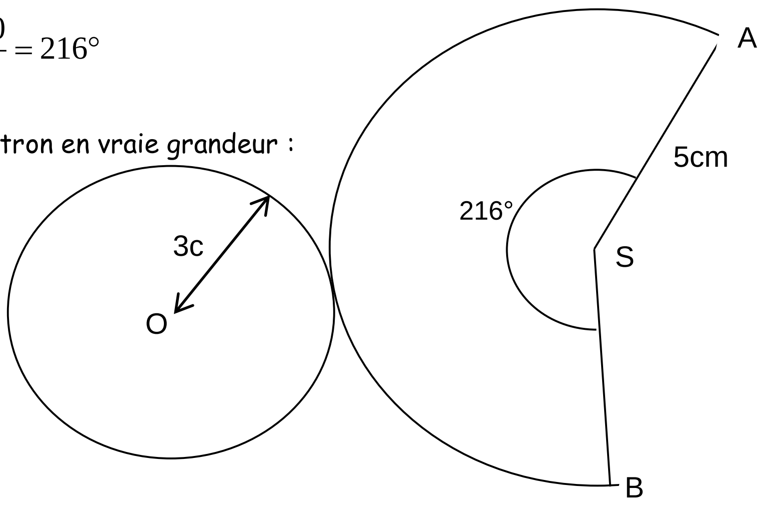
Périmètre du disque de centre S et de rayon 5cm = 2 x π x 5 = 10 π .

Angle au centre	360	$\widehat{ASB}$
Longueur de l'arc	10 π	6 π

Dans un cercle, la longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui le définit.

$$A\hat{S}B = \frac{6\pi \times 360}{10\pi} = 216°$$

On construit enfin le patron en vraie grandeur :



Remarque :

$$\frac{SB}{r}=\frac{360°}{a°}$$

Avec SB = génératrice

r = rayon de la base

a° = mesure du secteur circulaire limité par l'arc $\overset{\frown}{AB}$

Application	Réponses attendues
Un secteur angulaire de mesure 130° (210°) et de rayon 3cm est la surface latérale d'un cône de révolution. $\pi=3{,}14$ 1- Calcule le périmètre P et le rayon r de base de ce cône. 2- Construis un patron 3- Calcule l'aire latérale A du cône, sa hauteur h et son volume V.	1- $P=\frac{130°\times\pi\times3}{180°}=6{,}80cm$ 2- Patron 3- $A=\frac{P\times a}{2}=\frac{6{,}80\times3}{2}=10{,}20cm^2$

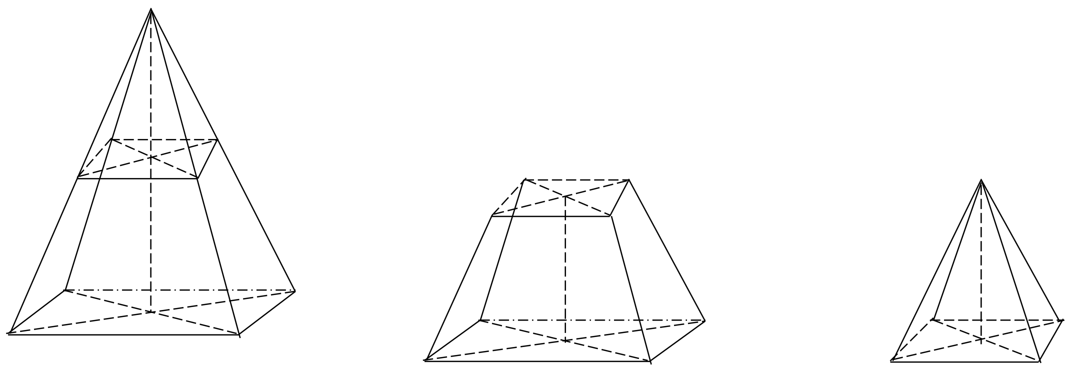
III- Sections planes

1 - Section plane dune pyramide par un plan parallèle au plan de sa base

Activité	Réponses attendues
SABC est une pyramide à base triangulaire. On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan de la base (ABC). Ce plan coupe les arêtes [SA], [SB] et [SC] et la hauteur [SH], respectivement en A', B', C' et H' On a : (A'B')//(AB) ; (A'C')//(AC) et (B'C')//(BC) Le triangle A'B'C' est appelé………………………………………………	

Proprieté:

la Section plane d'une pyramide par un plan parallèle au plan de sa base est un polygone de même nature que cette base. Les côtés de ces polygones sont parallèles deux à deux.



Section de la pyramide SABCD par un plan parallèle au plan de sa base

Tronc de la pyramide

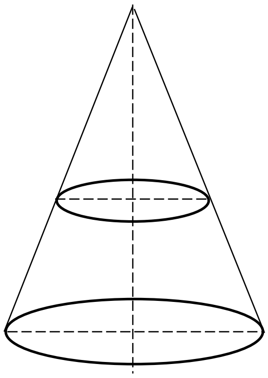
Petite pyramide ou pyramide réduite

2- Section d''un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base

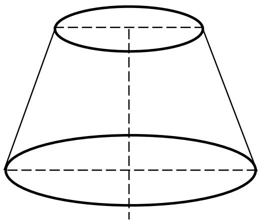
Activité	Réponses attendues
Quelle est la section obtenue en coupant le cône par un plan parallèle au plan de la base ?	C''est un cercle

Proprieté:

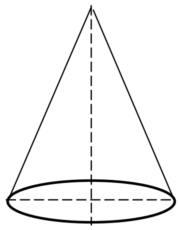
la section plane d'une cône par un plan parallèle au plan de sa base est un cercle.



Section du cône par un plan parallèle au plan de sa base



Tronc du cône



Petit cône ou cône réduit

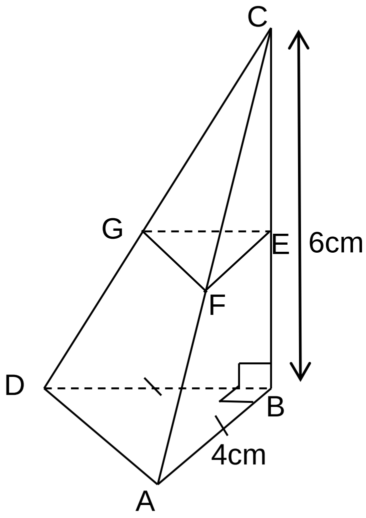
3- *Propriété de réduction*

Propriété :

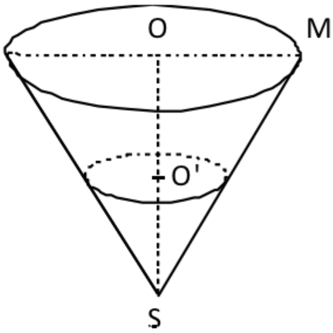
Pour un agrandissement ou une réduction de rapport *k*

- les longueurs sont multipliées par *k*,
- les aires sont multipliées par k^2,
- les volumes sont multipliés par k^3.

K est appelé **coefficient de réduction**

<table>
<tr><th>Application 1</th><th>Réponses attendues</th></tr>
<tr><td>Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et
la base DBA est un triangle rectangle et isocèle en B.
CB = 6 cm et AB = 4 cm.
1) Calculer :
• L'aire du triangle DBA
;
• Le volume de la pyramide CDAB.
2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point E tel que CE = 3 cm.
La pyramide CGFE est <u>une réduction</u> de la pyramide CDAB.
Calculer:
• Le coefficient de réduction ;
• L'aire du triangle GEF ;
• Le volume de la pyramide CGFE

</td><td>1) $A_{DBA} = \frac{AB \times BD}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8cm^2$
$V_{CABD} = \frac{A_{DBA} \times h}{3} = \frac{8 \times 6}{3} = 16cm^3$
2) $\frac{CE}{CB} = \frac{3}{6} = 0,5$
0,5 est le coefficient de réduction.
Les longueurs sont multipliées par 0,5 avec
$\frac{CE}{CB} = k = \frac{EF}{AB} = 0,5$
• (or EF = GE= k x AB =0,5 x 4 = 2 cm)

Les aires sont multipliées par $0,5^2$.
$\frac{A_{GEF}}{A_{CDAB}} = k^2$
$A_{GEF} = k^2 \times A_{CDAB} = (0,5)^2 \times 8 = 2cm^2$
• $V_{CGFE} = \frac{B \times h}{3} = \frac{2 \times 3}{3} = 2cm^2$
Les volumes sont multipliés par $0,5^3$.
$\frac{V_{CGFE}}{V_{CDAB}} = k^3$
$V_{CGEF} = k^3 \times A_{CDAB} = (0,5)^3 \times 8 = 1cm^3$</td></tr>
</table>

Application 2	**Réponses attendues**
Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour dimensions : OM = 6 cm et SO = 12 cm.1) Calculer, en cm^3, le volume de ce récipient. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm^3.2) On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que SO' = 4,5 cm. Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial. Calculer le coefficient de réduction. 3) Déduire une valeur approchée du volume d'eau 	1) <u>Aire de la base du récipient :</u> Il s'agit d'un disque de rayon OM = 6 cm, donc : $A=\pi R^2=\pi\times 6^2=36\pi$ <u>Volume du récipient :</u> Il s'agit d'un cône de hauteur SO = 12 cm, donc : $V=\dfrac{Aire\,base\times H}{3}=\dfrac{36\pi\times 12}{3}=144\pi\, cm^3\approx 452{,}4\, cm^3$ 2) <u>Coefficient de réduction :</u> Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO' des deux solides. $k=\dfrac{SO'}{SO}=\dfrac{4{,}5}{12}=0{,}375$ 3) Pour une réduction de rapport $k=0{,}375$, les volumes sont multipliés par $k^3=0{,}375^3$. Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l'eau dans le récipient est égal à : $V'\approx 452{,}4\times 0{,}375^3\approx 23{,}9\, cm^3$.