Nombres relatifs en écriture fractionnaire

I) Quotients égaux :

Propriété : un quotient de deux nombres relatifs ne change pas en **multipliant** ou en **divisant** son **numérateur et** son **dénominateur par un même nombre non nul**.

a,b,c,d désignent quatre nombres relatifs avec b≠0 et c≠0, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$$

Ex : $\frac{-3}{2} = \frac{-3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{-15}{10} = -\frac{15}{10}$ $\qquad$ $\frac{6}{-15} = \frac{6 : 3}{-15 : 3} = \frac{2}{-5}$

Propriété : a,b,c,d désignent quatre nombres relatifs avec b≠0 et d≠0

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc $\qquad$ **réciproquement**, $\qquad$ **Si ad = bc alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ cette propriété est appelée **l'égalité des produits en croix**

Ex :

- x désigne un nombre relatif inconnu. On sait que $\frac{5}{2} = \frac{4}{x}$. Détermine x.

$\frac{5}{2} = \frac{4}{x}$ donc $5 \times x = 4 \times 2$ donc $5x = 8$ donc $x = 8 : 5 = 1{,}6$

- les quotients $\frac{12}{20}$ et $\frac{18}{30}$ sont-ils égaux ?

12 x 30 = 360 et 20 x 18 = 360 (les produits en croix sont égaux)

donc, d'après la propriété de l'égalité des produits en croix, $\frac{12}{20} = \frac{18}{35}$

II) Addition et soustraction :

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres relatifs écrits en écriture fractionnaire,

a) si les dénominateurs sont égaux :

- on **additionne** (ou on **soustrait**) les **numérateurs**
- on **garde** le **dénominateur commun**

a,b,c désignent trois nombres relatifs avec c≠0, on a :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad ; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Ex : $\frac{4}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{4 + (-2)}{7} = \frac{2}{7}$ $\qquad$ $\frac{3}{11} - \frac{9{,}5}{11} = \frac{3 - 9{,}5}{11} = \frac{-6{,}5}{11}$

b) <u>si les dénominateurs sont différents :</u>
on doit d'abord **réduire** les deux nombres relatifs en écriture fractionnaire **au même dénominateur**

<u>Ex :</u>

a) $\mathbf{\frac{3}{2} + \frac{5}{3}}$

je cherche un multiple commun à 2 et 3. Je choisis 6.

$= \frac{3 \times 3}{2 \times 3} + \frac{5 \times 2}{3 \times 2}$

j'utilise la propriété des quotients égaux.

$= \frac{9}{6} + \frac{10}{6}$

j'effectue.

$= \mathbf{\frac{19}{6}}$

b) $\mathbf{\frac{-5}{8} - \frac{7}{6}} = \frac{-15}{24} - \frac{28}{24} = -\mathbf{\frac{43}{24}}$

III) Multiplication :

Pour multiplier deux nombres relatifs écrits en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

a,b,c,d désignent quatre nombres relatifs avec b≠0 et d≠0, on a :

$$\mathbf{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

<u>Ex :</u> $\frac{5}{7} \times \frac{-2}{3} = \mathbf{\frac{-10}{21}}$

$\frac{-7}{24} \times \frac{-8}{-13} = -\frac{7 \times 8}{24 \times 13} = -\frac{7 \times \cancel{8}}{3 \times \cancel{8} \times 13} = -\frac{7}{3 \times 13} = \mathbf{\frac{-7}{39}}$

la méthode la plus efficace et la plus rapide est de déterminer **d'abord** le signe du résultat **puis** de simplifier éventuellement avant d'effectuer!

IV) Inverses - Division :

Définition : Deux nombres sont **inverses** lorsque leur produit est égal à **1**

Ex : 2 et 0,5 sont deux nombres inverses car 2 x 0,5 = 1

0 n' admet **pas d'inverse** !!

Propriété : l'**inverse d'un nombre** non nul **a** est $\mathbf{\frac{1}{a}}$ (on le note aussi $\mathbf{a^{-1}}$)

Ex : $3^{-1} = \frac{1}{3}$ $\qquad \left(\frac{6}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{6}$ $\qquad \left(\frac{-8}{13}\right)^{-1} = \frac{13}{-8} = -\frac{13}{8}$

Propriété : a et b deux nombres relatifs avec b≠0. L'**inverse** de $\mathbf{\frac{a}{b}}$ est $\mathbf{\frac{b}{a}}$

Ex : L'inverse de $\mathbf{\frac{3}{7}}$ est $\mathbf{\frac{7}{3}}$. L'inverse de $\mathbf{\frac{-2}{9}}$ est $\mathbf{\frac{9}{-2}}$ ou $\mathbf{-\frac{9}{2}}$

Propriété : Diviser par un nombre relatif non nul**,** c'est **multiplier par son inverse**

a,b,c,d désignent quatre nombres relatifs avec b≠0, c≠0 et d≠0, on a :
$a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ $\qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ $\qquad$ ou $\qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Ex : $(-9) : 8 = (-9) \times \frac{1}{8} = -\frac{9}{8}$ $\qquad \frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

$\frac{-\frac{5}{3}}{\frac{4}{7}} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{12}$ $\qquad \frac{\frac{7}{9}}{-5} = \frac{7}{9} \times \frac{1}{-5} = -\frac{7}{45}$