# **Equations**



#### I) Mise en équation de problèmes :

#### ► Voici l'énoncé d'un problème :

Le réservoir d'essence de ma voiture a une capacité totale de 60 litres. Il manque 32 litres d'essence pour qu'il soit plein.

Quelle quantité d'essence se trouve dans le réservoir ?

Pour simplifier notre recherche, nous allons « traduire » l'énoncé par une phrase mathématique.

Quantité d'essence inconnue + 32 = 60

Pour simplifier davantage, je remplace la valeur inconnue par une lettre. Je choisis  $\boldsymbol{x}$ 



Le problème est présenté sous forme d'une égalité avec une inconnue : une équation.

La solution n'est pas difficile à trouver... x = 28. Je vérifie que l'égalité est vraie en remplaçant x par 28. En effet, 28 + 32 = 60. 28 est donc la solution de l'éguation. Mon réservoir contenait donc 28 litres.

## ► Voici l'énoncé d'un second problème :

René a acheté une aubergine et pour 2,25 € de pommes. Anaïs a acheté deux aubergines et pour 1,15 €, un melon. Ils ont tous deux dépensé la même somme. Quel est le prix d'une aubergine ?

Appelons *x* le prix d'une aubergine On peut **traduire** cette situation par l'équation

$$2x + 1,15 = x + 2,25$$

Le problème a été mis sous forme d'équation

*x* est appelé l'**inconnue** de l'équation.

Nous allons par la suite apprendre une méthode pour trouver la valeur cherchée.



#### II) Quelques propriétés des égalités :

<u>Propriété</u>: une égalité reste vraie si on ajoute (ou on soustrait) le même nombre à ses deux membres.

a, b, c désignent trois nombres relatifs, on a :

Si 
$$a = b$$
 alors  $a + c = b + c$ 

Si 
$$a = b$$
 alors  $a - c = b - c$ 

Ex: Soit x un nombre relatif

- Si x = 7 alors x + 4 = 7 + 4 donc x + 4 = 11
- Si x = -9 alors x 2 = -9 2 donc x 2 = -11
- Si x 9 = 4 alors x 9 + 9 = 4 + 9 donc x = 13

<u>Propriété</u>: une **égalité reste vraie** si on **multiplie chaque membre de l'égalité** par un même nombre.

a, b, c désignent trois nombres relatifs, on a :

Si 
$$a = b$$
 alors  $a \times c = b \times c$ 

Ex: Soit x un nombre relatif

- Si x = -7 alors  $x \times 4 = -7 \times 4$  donc  $x \times 4 = -28$
- Si  $\frac{x}{5}$  = 3 alors  $\frac{x}{5}$  x  $\frac{x}{5}$  = 3 x 5 donc x = 15

<u>Propriété</u>: une <u>égalité</u> reste vraie si on divise <u>chaque membre de l'égalité</u> par un même nombre non nul

a, b, c désignent trois nombres relatifs avec c ≠ 0, on a :

Si a = b et c 
$$\neq$$
 0 alors  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ 

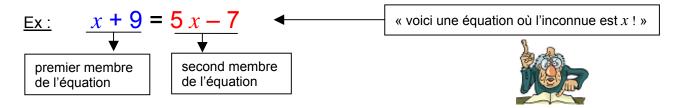
Ex: Soit x un nombre relatif

- Si x = 5 alors  $\frac{x}{2} = \frac{5}{2}$  donc  $\frac{x}{2} = 2.5$
- Si -3x = 7 alors  $\frac{-3x}{-3} = \frac{7}{-3}$  donc  $x = -\frac{7}{3}$

# II) Équations :



<u>Définition</u>: une <u>équation</u> est une <u>égalité</u> comprenant un ou plusieurs nombres inconnus (écrits en général sous forme de lettre(s))



<u>Définition</u>: résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver toutes les valeurs possibles de x telles que l'égalité soit vraie.

Ex: Soit l'équation : x + 9 = 5x - 7

Le nombre 4 est une solution de l'équation. On a en effet :  $4 + 9 = 13 = 5 \times 4 - 7$ 

«On obtient le même résultat en remplaçant x par 4 dans les deux membres donc 4 est une solution de l'équation.! »

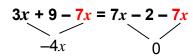


## II) Résoudre une équation à une inconnue :

Résolvons l'équation d'inconnue x suivante :

$$3x + 9 = 7x - 2$$

« Pour rassembler les " x ", je retranche 7x à chaque membre »



« Je réduis l'expression en effectuant les calculs avec les termes en " x " »

$$9 - 4x = -2$$

« Je rassemble les termes " sans x " en ajoutant –9 à chaque membre »

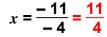
$$9 - 4x - 9 = -2 - 9$$

« Je réduis l'expression en effectuant les calculs avec les les termes " sans x " »

$$-4x = -11$$

« Je divise chaque membre par –4 pour qu'il ne reste plus que x dans le premier membre ! »

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-11}{-4}$$



Il faut faire en sorte que x soit seul dans le premier membre !!



Ex: Résolvons l'équation d'inconnue x suivante :

$$-5x + 4 = 15x - 9$$

$$-5x + 4 - 15x = 15x - 9 - 15x$$

$$-20x + 4 = -9$$

$$-20x + 4 - 4 = -9 - 4$$

$$-20x = -13$$

$$x = \frac{-13}{-20} = \frac{13}{20}$$



Ex: Résolvons l'équation d'inconnue m suivante :

$$3(2-5m) = 4m + 7 - (3m + 4)$$

En développant l'expression, les parenthèses seront supprimées!!



6 - 15m = 4m + 7 - 3m - 4

$$6 - 15m = m + 3$$

$$6 - 15m - m = m + 3 - m$$

$$6 - 16m = 3$$

$$6 - 16m - 6 = 3 - 6$$

$$-16m = -3$$

$$m = \frac{-3}{-16} = \frac{3}{16}$$

# III) Résoudre un problème à l'aide d'une équation :

## <u>énoncé :</u>

Jacques et Lucien ont une collection de petites voitures. Jacques en a 12 de moins que Lucien. Lucien en a trois fois plus que Jacques.

Combien de voitures possède Jacques ?

Notons x le nombre de voitures de jacques

$$x + 12 = 3x$$

«je traduis l'énoncé sous forme d'équation!

$$x + 12 - x = 3x - x$$

$$12 = 2x$$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

«je **résous** l'équation!»



Jacques possède 6 voitures.