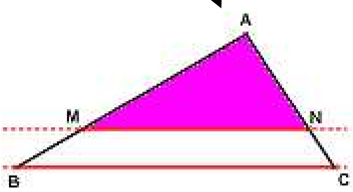
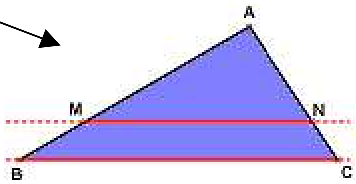
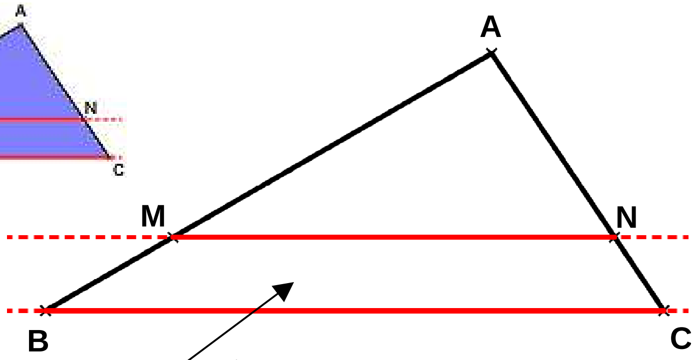
Théorème de Thalès dans le triangle

I) Théorème de Thalès dans un triangle

Propriété :
Si dans un triangle **une droite est parallèle à l'un des côtés** du triangle alors les **deux triangles formés** ont des **côtés correspondants proportionnels**



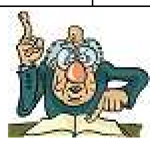




[BC] et [MN] sont **deux côtés correspondants** des triangles ABC et AMN !

Dans le triangle ADE, **(MN) // (BC)**
Donc AB, AC, BC sont **respectivement proportionnels** à AM, AN, MN

Côté de ABC	**AB**	**AC**	**BC**
Côté correspondant de ADE	**AM**	**AN**	**MN**



Il existe donc un coefficient de proportionnalité !

Dans notre exemple, on a :

Côté de ABC	**3**	**5**	**6**
Côté correspondant de ADE	**4,2**	**7**	**8,4**

X1,4

Théorème de Thalès :

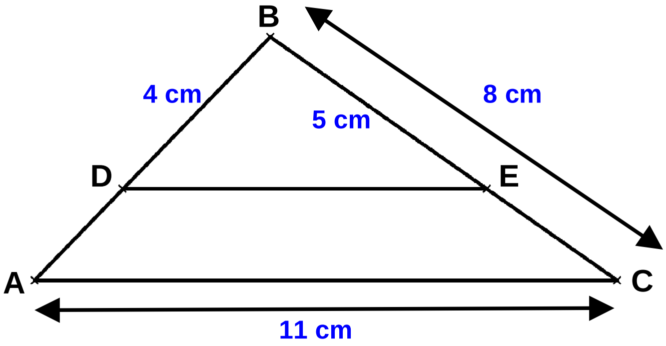
ABC est un triangle ; **M est un point de [AB]**, **N est un point de [AC]**.

Si les droites **(MN) et (BC) sont parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

On exprime le **coefficient de proportionnalité** entre les côtés correspondants des deux triangles !

Ex :

Sur la figure ci-dessous, (AC)//(DE). Calculer AB et DE.



Dans le triangle ABC, **D est sur [AB]**; **E est sur [BC]** et **(DE)//(AC)**

Donc, **d'après le théorème de Thalès**,

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

soit :

$$\frac{4}{BA} = \frac{5}{8} = \frac{ED}{11}$$

- $\frac{4}{BA} = \frac{5}{8}$ donc $BA = \frac{4 \text{ x } 8}{5} = \frac{32}{5} = 6{,}4$ cm

Je **choisis l'égalité utile** et j'utilise **l'égalité des produits en croix !**

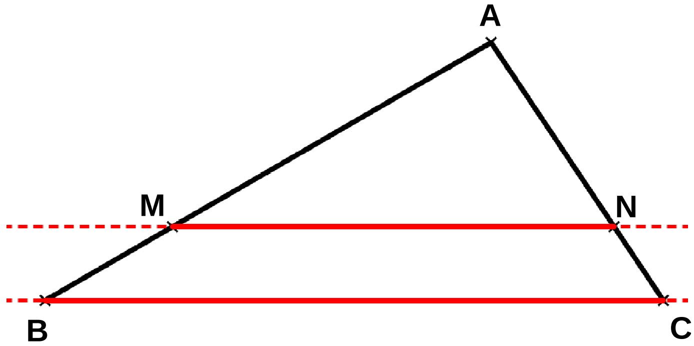
- $\frac{5}{8} = \frac{ED}{11}$ donc $ED = \frac{11 \text{ x } 5}{8} = \frac{55}{8} = 6{,}875$ cm

II) Agrandissement et réduction

Propriété : Si une figure est **un agrandissement** ou **une réduction** d'une autre figure alors **les longueurs correspondantes sont proportionnelles**.
Le **coefficient de proportionnalité** entre ces longueurs est appelé **coefficient d' agrandissement** ou **coefficient de réduction** de la figure.

On peut le nommer également **rapport d'agrandissement** ou **rapport de réduction** !

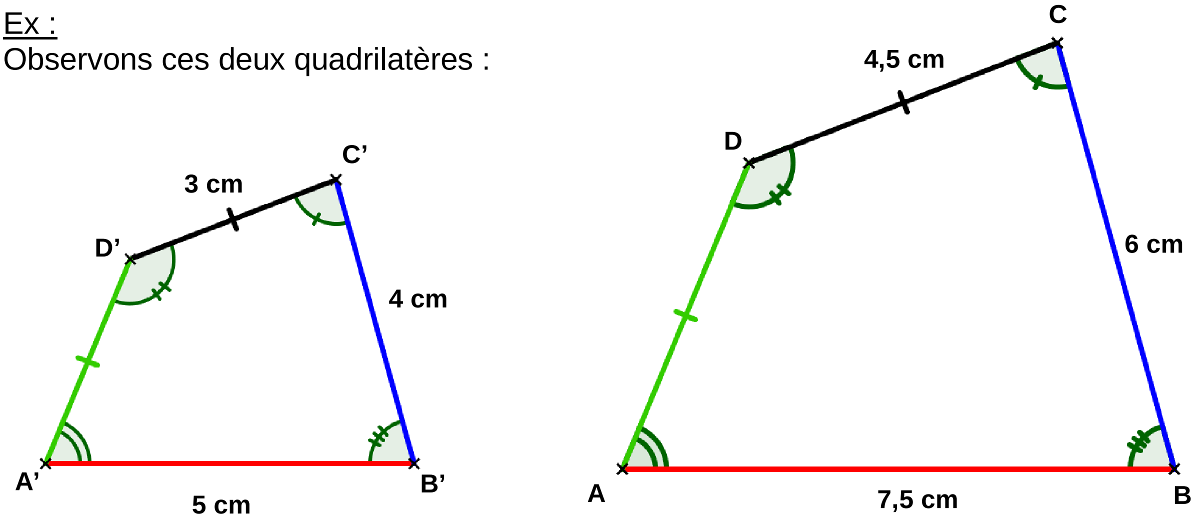
Ex :
Dans notre premier exemple,
Le triangle **ABC** est un **agrandissement** du triangle AMN.
Le **coefficient d'agrandissement** est **1,4**



Propriétés :

- Un **coefficient d'agrandissement** est **supérieur à 1**
- Un **coefficient de réduction** est **inférieur à 1**
- Dans **un agrandissement** ou **une réduction, les mesures des angles** sont **conservées**

Ex :
Observons ces deux quadrilatères :



$\frac{D'C'}{DC} = \frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}$ $\frac{A'D'}{AD} = \frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$ $\frac{B'C'}{BC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Les longueurs de ABCD sont **proportionnelles** à A'B'C'D'.

A'B'C'D' est **une réduction** de **ABCD**. Le **coefficient de réduction** est $\frac{2}{3}$

ABCD est un **agrandissement** de A'B'C'D' de **coefficient d'agrandissement 1,5** !

Les mesures des angles sont conservés !
$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ $\widehat{BCD} = \widehat{B'C'D'}$ $\widehat{CDA} = \widehat{C'D'A'}$ $\widehat{DAB} = \widehat{D'A'B'}$