

Le théorème de l'addition des vitesses

Selon la théorie de base – la relativité de Galilée – les vitesses s'additionnent : si je marche à 3 km/h dans un train qui avance à 100 km/h, ma vitesse par rapport au sol est de 103 km/h. Car si j'étais immobile, en une heure je parcourrais 100 km. Mais en marchant, en une heure j'avance de 3 km dans le train (imaginons un long train !). Donc au total, en une heure j'aurais parcouru 103 km.

La constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est une constante, qu'on note c et qui vaut environ 300000 km/s. La vitesse de la lumière dans le vide est donc la même, quel que soit le référentiel dans lequel on la mesure.

Contradiction entre ces deux principes

Or ces deux principes sont en contradiction. En effet, selon le théorème de l'addition des vitesses, les rayons lumineux qui partent d'une ampoule située dans le train devraient se déplacer, par rapport au sol, à plus de 300 000 km/s (à 300 000 km/s + 100 km/h).

La vitesse de la lumière est une vitesse limite, elle ne peut pas être dépassée. Les rayons lumineux qui partent d'une ampoule dans un train se déplacent à la vitesse de la lumière par rapport au train mais *aussi par rapport au sol* ! Comment est-ce possible, alors que le train est en mouvement par rapport au sol ? C'est absolument incompréhensible. C'est ce problème qui se pose à Einstein.

Selon le principe d'inertie, tout corps qui n'est soumis à aucune force persiste dans son repos ou dans son mouvement linéaire uniforme. De plus, un tel corps constitue un référentiel galiléen, et tout référentiel en mouvement linéaire uniforme par rapport à un référentiel galiléen est encore un référentiel galiléen.

Le principe de relativité (au sens de Galilée) affirme que les lois de la physique sont les mêmes dans tout référentiel galiléen. De deux choses l'une : ou bien le principe de relativité au sens de Galilée est faux, ou bien la vitesse de la lumière dans le vide n'est pas constante.

Mais la constance de la vitesse de la lumière dans le vide est indiscutable (expériences de Lorentz). Par conséquent on était plutôt porté à rejeter le principe de relativité.

La solution

La théorie de la relativité montre qu'il n'y a aucune incompatibilité entre le principe de relativité et la constance de la vitesse de la lumière. En fait, c'est le théorème d'addition des vitesses qui est faux. Si je marche dans un train à 3 km/h, ma vitesse par rapport au sol n'est pas 103 km/h. Comment est-ce possible ? Nous avons pourtant vu à quel point ce résultat semblait évident. Comment peut-il être faux ?

Le problème vient de ce que nous supposons implicitement, dans ce raisonnement par lequel nous additionnons les vitesses, un espace et un temps absolu. Or l'espace et le temps ne sont pas absolus. Si je me déplace à 3 km/h par rapport au train, je ne me déplace pas à 3 km/h de plus par rapport à la campagne, parce que le temps du train et les distances du train ne sont pas les mêmes si on les mesure depuis la campagne. Expliquons cela.

La simultanéité (donc le temps) est relative à un référentiel

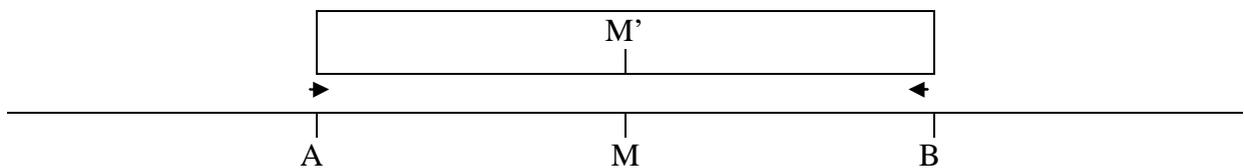
Nous avons une notion implicite d'un espace et d'un temps absolus, comme un cadre immuable dans lequel tous les phénomènes se déroulent. Par exemple, pour le temps, nous avons une notion naturelle de *simultanéité*. Nous pensons que cela a un sens clair de dire que deux événements sont simultanés. Mais qu'est-ce que cela signifie ? Qu'est-ce que cela signifie, de dire que deux événements ont lieu en même temps ? Comment le vérifier ? Il faut définir cette notion de manière expérimentale pour qu'elle ait un sens précis.

On pourrait définir la simultanéité de la manière suivante. Supposons que la foudre tombe en deux endroits A et B de la voie. Comment savoir si ces deux événements sont simultanés ? On pourrait mesurer la distance entre A et B, se placer à mi-chemin entre eux (appelons ce point le point M) et dire que si on voit, depuis ce point, la foudre en même temps de chaque côté, alors les éclairs sont simultanés. Ainsi nous avons trouvé une méthode rigoureuse pour définir la simultanéité.

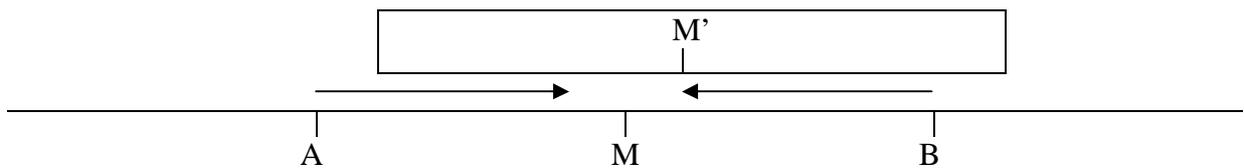
Question : deux événements simultanés *par rapport à la voie* sont-ils aussi simultanés *par rapport au train* ? La réponse est négative. Soit M' le milieu de AB dans le train. Si celui qui est dans le train (en M') restait en M, les deux rayons l'atteindraient en même temps. Mais cet observateur court vers le point B et s'éloigne du point A. Il verra donc le rayon venu de B en premier (car il va à sa rencontre). Donc les observateurs qui sont dans le train diront que l'éclair survenu en B est antérieur à celui survenu en A.



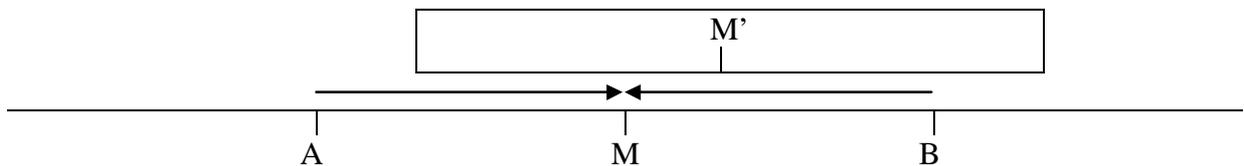
Les rayons lumineux partent des points A et B :



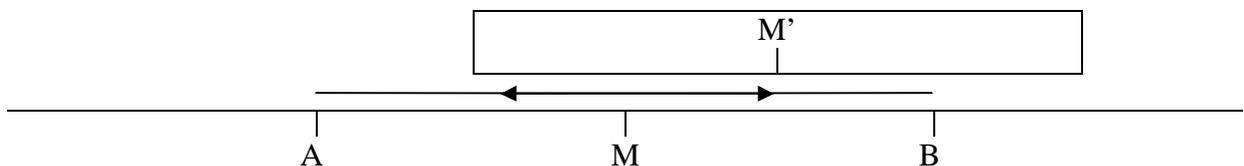
Le rayon lumineux venu de B atteint le point M' :



Les rayons lumineux atteignent simultanément le point M :



Le rayon lumineux venu de A atteint le point M' :



Donc des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train (et inversement). *La simultanéité est relative au référentiel choisi.* Chaque système de référence a son temps propre. Si on rejette l'idée naturelle qu'il existe un seul temps, il n'y a plus de conflit entre le principe de relativité (classique) et la loi de propagation de la lumière dans le vide.

Celui qui marche dans le train parcourt, en une seconde, une distance d . Nous en avons conclu qu'il parcourt cette distance *aussi en une seconde* par rapport à la voie. Mais la durée d'un événement n'est pas la même par rapport au train et par rapport à la voie.

Cette déconstruction du concept de simultanéité constitue un exemple frappant illustrant le principe positiviste selon lequel *le sens d'un énoncé, c'est sa méthode de vérification* : la signification du concept de simultanéité n'est rien d'autre que les expériences possibles par lesquelles nous vérifions et utilisons ce concept. De manière plus générale, être et temps ne sont rien de plus que des êtres d'imagination, ou de comparaison²⁶, qui procèdent de la comparaison de corps (espace) ou de mouvements (temps).

L'espace aussi est relatif au référentiel choisi

De plus la distance mesurée dans le train n'est pas nécessairement égale à la distance mesurée sur le talus. Supposons que l'on veuille mesurer le train. Depuis le train : on peut le mesurer facilement, avec une règle. Depuis le talus : on peut déterminer les points A et B qui coïncident avec les extrémités du train à un instant donné *du point de vue du talus*. On mesure alors la distance entre A et B. Mais on ne trouve pas la même méthode qu'avec la méthode précédente.

Si l'on rejette l'idée d'un espace et d'un temps absolus, le théorème de l'addition des vitesses n'est plus valable, donc la contradiction disparaît.

Attention : les différences d'espace et de temps *apparaissent, et seulement du point de vue de l'autre référentiel* ! Il n'y a pas une variation « en soi » du temps ou des grandeurs.

Formalisation mathématique

On peut formaliser mathématiquement tout cela. Appelons K le référentiel terrestre et K' le référentiel du train. K' se déplace selon l'axe des x à la vitesse v.

La « transformation de Lorentz » est un système d'équations qui nous donne les coordonnées (x', y', z', t') dans K' de tout événement en fonction de ses coordonnées (x, y, z, t) dans K.

$$x' = x - vt / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = (t - vx/c^2) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$



On vérifie facilement qu'un rayon lumineux qui se déplace, dans K, à la vitesse c (équation : x = ct) se déplace aussi, dans K', à la vitesse c (équation : x' = ct'). Exercice : vérifiez-le. (Montrez que si x = ct alors x' = ct'.)

On peut montrer également qu'une règle orientée selon l'axe des x mesurant 1 mètre et restant immobile dans K', donc se déplaçant à la vitesse v dans K, mesure $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ mètre dans K. Elle est donc plus courte que la même règle au repos, et d'autant plus courte que son mouvement est rapide. A la limite, si elle se déplace à la vitesse de la lumière, sa longueur est nulle !

Réciproquement, une règle de 1 mètre dans K mesure $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ mètre dans K'. La situation est donc parfaitement symétrique, ce qui est conforme au principe de relativité. Cela montre que le train raccourcit par rapport au talus, mais le talus raccourcit aussi par rapport au train !

De même, une horloge sur K' semble ralentir si on l'observe depuis K : l'intervalle de temps qui sépare deux battements successifs n'est pas une seconde mais $1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ secondes, c'est-à-dire un temps un peu plus long. A la limite, c'est-à-dire si elle se déplaçait à la vitesse de la lumière, l'horloge *paraîtrait* arrêtée.

Enfin, on peut en conclure le résultat suivant : si un mobile se déplace à w dans K', sa vitesse dans K est $W = v + w / (1 + vw/c^2)$. Selon la relativité galiléenne (théorème de l'addition des vitesses), $W = v + w$. L'expérience *cruciale* réalisée par Fizeau, consistant à mesurer la vitesse de la lumière dans un fluide en mouvement, confirma que c'est Einstein qui a raison contre Galilée.

La relativité générale

Tout ceci ne concerne que la relativité restreinte. La théorie de la relativité générale généralise ce résultat aux référentiels non galiléens, c'est-à-dire aux référentiels en accélération. Elle montre que l'accélération et la gravité sont essentiellement la même chose : de sorte qu'on peut dire qu'un objet massif a pour effet de déformer l'espace-temps, ce qui entraîne un champ gravitationnel. Bref, ressentir la pesanteur terrestre, c'est tout comme être dans un

²⁶ Selon la formule utilisée par Spinoza dans sa lettre (n° 12) à Louis Meyer.

vaisseau qui accélère constamment avec l'accélération g : aucune différence n'est perceptible entre ces deux expériences.