Conclusion : la notion de système formel

Finalement, le cas est fondamentalement le même pour la logique et pour les mathématiques : à chaque fois, il s'agit d'un ***système formel*** qu'il s'agit d'interpréter à bon escient. Un système formel est un ensemble d'*axiomes* (ou énoncés de départ) et de règles de transformation permettant de produire de nouveaux énoncés. A partir de là, on peut produire des théorèmes, c'est-à-dire des propositions qui seront « vraies » pour ce système. La question essentielle qui se pose est de savoir comment interpréter ce système. L'interpréter, c'est lui attribuer une signification, c'est-à-dire proposer une manière de l'utiliser qui fonctionne. Par exemple, le mettre en correspondance avec le monde. Le système formel de l'addition mathématique peut être ainsi mis en correspondance avec les additions d'objets que nous faisons dans le monde concret ; la géométrie euclidienne avec l'espace dans lequel nous vivons ; etc.

> Prenons un exemple idiot. Imaginons un système formel qui permet de produire des chaînes de caractères. Il existe un axiome unique, la chaîne de caractères « aPaEaa ». Il y a deux règles de transformations : (1) on peut ajouter simultanément deux « a » aux extrémités de la chaîne ; (2) on peut ajouter simultanément deux « a » de chaque côté du « E ».
>
> En appliquant ces règles, on peut produire les théorèmes suivants : aaPaEaaa (règle 1), aPaaEaaa (règle 2), aaPaaEaaaa (règle 1 puis règle 2), aaaPaEaaaa (règle 1 appliquée deux fois), etc.
>
> Tel quel, ce système formel n'a aucune signification car nous ne l'avons pas encore interpréter. Maintenant, on peut l'interpréter comme le système formel de l'addition : « P » signifie « plus » et « E » signifie « égal ». On remarque que les quatre théorèmes ci-dessus sont « vrais », c'est-à-dire que notre interprétation fonctionne pour ces théorèmes, autrement dit qu'ils sont « vrais » une fois traduits dans le langage de l'addition : 2 + 1 = 3, 1 + 2 = 3, 2 + 2 = 4 et 3 + 1 = 4.
>
> Mais rien ne nous garantit, tant que nous n'en faisons pas la démonstration, que ce système formel correspondra *toujours*, dans chaque cas, à l'addition : il se pourrait tout à fait que dans certains cas les deux systèmes ne correspondent plus. En réalité dans ce cas précis on pourrait démontrer (un simple raisonnement par récurrence y suffit) qu'il sera toujours « vrai » au sens de l'addition.

Conclusion : face à un système formel comme la logique ou les mathématiques, toute la question est de savoir ce que l'on peut faire avec le système, c'est-à-dire comment on peut l'interpréter, ou encore à quoi il correspond. Le problème ne se pose guère, à vrai dire, pour la logique : car elle correspond à la pensée, à la cohérence de tout discours. En revanche la correspondance d'une théorie mathématique avec tel ou tel domaine d'application n'est pas donnée d'avance.

Contrairement à ce que croyait Kant il n'y a donc pas de *jugements synthétiques a priori*, c'est-à-dire de connaissance innée du monde. Toutes les connaissances qui portent sur le monde sont issues de l'expérience. L'adéquation des systèmes formels au monde n'est pas donnée, elle doit être vérifiée expérimentalement. Les « connaissances » les plus innées sont les principes logiques, et ils ne disent rien du monde, ce sont de simple principes de cohérence que nous devons appliquer à notre discours et à notre pensée.

Finalement, tout système *démonstratif* repose sur autre chose que la démonstration, à savoir sur ce que l'on appelle, d'un terme générique, l'« *intuition* ». C'est l'intuition qui nous assure la validité des principes. C'est pourquoi Aristote appelle l'intuition le « principe des principes »[8]. Il y a autant de formes d'intuition que de types de sciences :

---

[8] Aristote, *Seconds analytiques*, II, § 19.

type de science		intuition correspondante
sciences déductives	logique	intuition logique
	mathématiques	intuition mathématique (intuition de l'espace, du temps, du nombre)
sciences naturelles (physique, chimie, biologie, etc.)		intuition empirique (observation) et induction
sciences humaines (économie, sociologie, psychologie, etc.)		intuition empirique (observation) et interprétation

Nous allons voir maintenant de plus près ce qu'il en est pour les deux autres grands types de sciences – sciences naturelles et sciences humaines.