Niveau : **T^le D**	**OG 3** : APPLIQUER LES LOIS DE L'ELECTRICITE A L'ETUDE DE QUELQUES CIRCUITS ELECTRONIQUES.

TITRE : **CIRCUIT RLC EN REGIME SINUSOIDAL FORCE**	**Durée** : **10 H**

Objectifs spécifiques :

OS 1 : Appliquer les lois de l'électrocinétique à un circuit RLC série soumis à un régime sinusoïdal forcé.

OS 2 : Comprendre le phénomène de résonance pour un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

OS 3 : Connaître les expressions de la puissance et de l'énergie échangées dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

Moyens :

Vocabulaire spécifique :

Documentation : Livres de Physique AREX Terminale C et D, Eurin-gié Terminale D. Guide pédagogique et Programme

Amorce :

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Plan du cours :

I) Généralités
- 1° Courant alternatif sinusoïdal
- 2° Tension alternative sinusoïdale
- 3° Différence de phase
- 4° Intensité efficace – tension efficace

II) Etude expérimentale d'un circuit RLC
- 1° Montage expérimental
- 2° Expérience et observations
- 3° Conclusion

III) Etude théorique d'un circuit RLC
- 1° Equation différentielle des oscillations électriques
- 2° Résolution de l'équation différentielle
  - 2.1° Méthode de Fresnel
  - 2.2° Expression de l'impédance du circuit RLC
  - 2.3° Différence de phase $\varphi_{u/i}$

IV) Phénomène de résonance d'intensité du circuit RLC série
- 1° Expérience et résultats
- 2° Tracé de la courbe I = f(N)
- 3° Acuité de la résonance
  - 3.1° Bande passante à 3 décibels (3 dB)
  - 3.2° Facteur de qualité
- 4° Surtension à la résonance

V) Puissance en régime sinusoïdal forcé
- 1° Puissance instantané
- 2° Puissance moyenne
- 3° Facteur de puissance
- 4° Energie consommée dans le circuit RLC série

Activités questions	Activités réponses		Observations

CIRCUIT RLC EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

I) Généralités

1° Courant alternatif sinusoïdal

C'est un courant dont l'intensité est une **fonction sinusoïdale** du temps. Son expression est de la forme : $i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi_i)$.

2° Tension alternative sinusoïdale

C'est une fonction sinusoïdale du temps de la forme : $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_u)$

3° Différence de phase

Soient i(t) et u(t) deux grandeurs sinusoïdales telles que : $i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi_i)$ et $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_u)$. On appelle différence de phase entre u(t) et i(t), la grandeur :

$$\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$$

En considérant $\varphi_i = 0$ comme origine des phases on obtient dans un même repère :

$$i(t) = I_m\cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i})$$

- Si $\varphi_{u/i} < 0$, u est en retard par rapport à i ;
- si $\varphi_{u/i} > 0$, u est en avance par rapport à i ;
- si $\varphi_{u/i} = 0$, u et i sont en phase.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Remarques :

- $|\varphi_{u/i}| = \omega\times\tau = 2\pi N\times\tau = \dfrac{2\pi\times\tau}{T}$, τ étant le décalage horaire entre les courbes représentatives de **u** et **i** sur un oscillogramme.

- Lorsque $\varphi_{u/i} = \pm \frac{\pi}{2}$, on parle de **quadrature avance** ou **retard** de phase. Lorsque $\varphi_{u/i} = \pm \pi$, on parle d'**opposition** de phase.

4° Intensité efficace – tension efficace

L'**intensité efficace I** d'un courant alternatif sinusoïdal et la **tension efficace U** d'une tension alternative sinusoïdale sont données respectivement par les expressions suivantes :

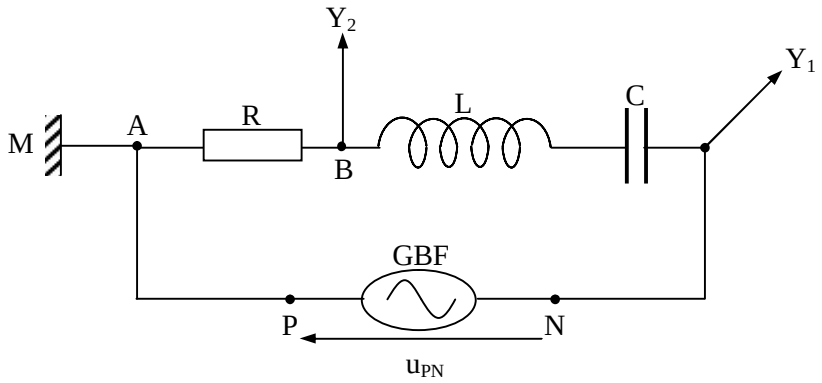
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad \text{et} \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Remarque : En régime alternatif, l'intensité efficace et la tension efficace sont liés par la relation : $U = Z \times I$. Z est appelé **impédance**.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

II) Etude expérimentale d'un circuit RLC

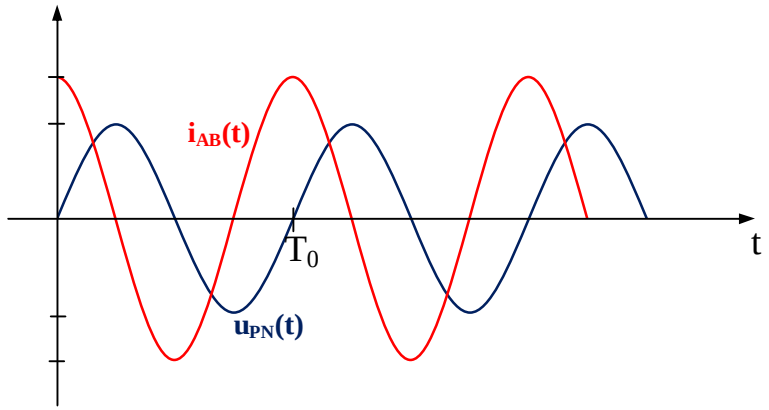
1° Montage expérimental



2° Expérience et observations

Le Générateur Basse Fréquence (GBF) impose une tension sinusoïdale u_{PN}, de fréquence N (ou de pulsation ω), dans le circuit RLC série, observée sur la voie Y_1 de

l'oscilloscope ; la voie Y_2 permettant d'observer l'intensité i ($i = u_{AB}/R$) du courant dans le circuit.



La tension efficace et la fréquence de la tension u_{PN} étant fixées, on observe à l'oscilloscope deux (2) sinusoïdes de même période et généralement décalés dans le temps.

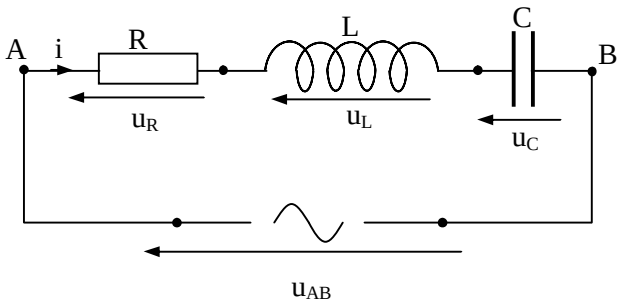
Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

3° Conclusion

Le dipôle RLC est le siège d'oscillations électriques à la fréquence (ou à la pulsation) imposée par le GBF : ces oscillations sont alors dites **forcées**.

III) Etude théorique d'un circuit RLC

1° Equation différentielle des oscillations électriques



- Aux bornes du résistor : $u_R = Ri$;
- aux bornes de la bobine : $u_L = L\dfrac{di}{dt}$;
- aux bornes du condensateur : $u_C = \dfrac{q}{C}$.

La loi d'additivité des tensions $\Rightarrow$ $u_{AB} = u_R + u_L + u_C$

$$u_{AB} = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \quad \text{or} \quad dq = idt \Rightarrow q = \int idt$$

$$u_{AB} = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

2° Résolution de l'équation différentielle

2.1° Méthode de Fresnel

Considérons l'équation différentielle des oscillations : $u_{AB} = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$

On a : $i(t) = I_m\cos(\omega t)$ et $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i})$

$$u_R = Ri = RI_m\cos(\omega t) = RI\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left[I_m\cos(\omega t)\right] = -LI_m\omega\sin(\omega t) = LI\sqrt{2}\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int idt = \frac{1}{C}\int\left[I_m\cos(\omega t)\right]dt = \frac{1}{C\omega}I_m\sin(\omega t) = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_{AB} = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i}) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_{u/i})$$

$$\Rightarrow \quad U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_{u/i}) = RI\sqrt{2}\cos(\omega t) + LI\omega\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

On obtient finalement la relation ci-dessous :

$$U\cos(\omega t + \varphi_{u/i}) = RI\cos(\omega t) + LI\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

A une grandeur sinusoïdale u, on peut faire correspondre un **vecteur de Fresnel** $\vec{u}$ tel que :

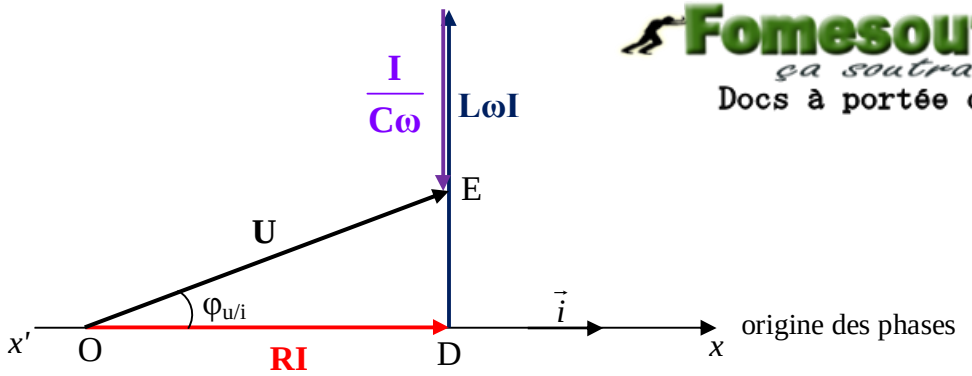
- la norme du vecteur $\vec{u}$ est égale à l'amplitude de u ;
- l'angle entre le vecteur et l'horizontale est égale à la phase à l'origine des dates.

En associant des vecteurs de Fresnel aux différentes tensions on obtient :

$$\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{u_R} + \overrightarrow{u_L} + \overrightarrow{u_C}$$

avec : $\overrightarrow{u_{AB}}\ (U, \varphi_{u,i})$; $\overrightarrow{u_R}\ (RI, 0)$; $\overrightarrow{u_L}\ (LI\omega, +\frac{\pi}{2})$ et $\overrightarrow{u_L}\ (\frac{I\omega}{C\omega}, -\frac{\pi}{2})$

D'où le **diagramme de Fresnel** ci-après :



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

En considérant le triangle rectangle ODE on obtient : $U^2 = RI^2 + (L\omega I - \frac{I}{C\omega})^2$.

2.2° Expression de l'impédance du circuit RLC

D'après le diagramme de Fresnel, $U^2 = RI^2 + (L\omega I - \frac{I}{C\omega})^2$

$$\Rightarrow \quad U^2 = \left[R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2\right] \times I^2 \quad \Rightarrow \quad U = I\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

or $U = Z \times I$ (ou $U_m = Z \times I_m$) $\Rightarrow$ $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

C'est l'expression de l'**impédance du circuit**.

2.3° Différence de phase $\varphi_{u/i}$

D'après la représentation de Fresnel :

$$\text{tg}\ \varphi_{u/i} = \frac{DE}{OD} = \frac{L\omega I - \frac{I}{C\omega}}{RI} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

En considérant le **cosinus** on obtient :

$$\cos \varphi_{u/i} = \frac{OD}{OE} = \frac{RI}{U} \quad \text{or} \quad U = Z \times I \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi_{u/i} = \frac{R}{Z}$$

$$\text{Comme} \quad Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi_{u/i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

* Si $(L\omega > \frac{1}{C\omega})$, tg $\varphi_{u/i} > 0$ ($\varphi_{u/i} > 0$), la tension est **en avance** sur l'intensité. Le circuit est dit **inductif** (fig. 1).
* Si $(L\omega < \frac{1}{C\omega})$, $\varphi_{u/i} < 0$ ($\varphi_{u/i} < 0$), la tension est **en retard** sur l'intensité. Le circuit est dit **capacitif** (fig. 2)
*
* . 2).
* Si $(L\omega = \frac{1}{C\omega})$, tg $\varphi_{u/i} = 0$, la tension et l'intensité sont **en phase**. On est à la **résonance d'intensité** (fig. 3).

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

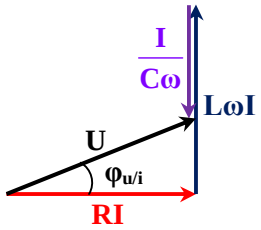


Figure 1

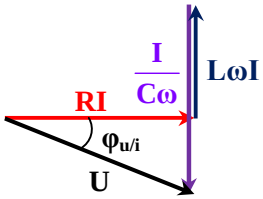


Figure 2

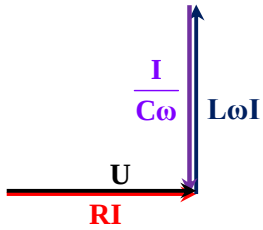
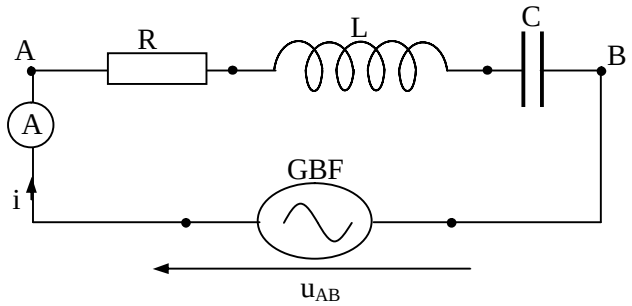


Figure 3

<u>Remarque</u> : Si la bobine possède une résistance interne **r** la résistance totale du circuit est **R + r** et on a : $Z = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

IV) Phénomène de résonance d'intensité du circuit RLC série

1° Expérience et résultats

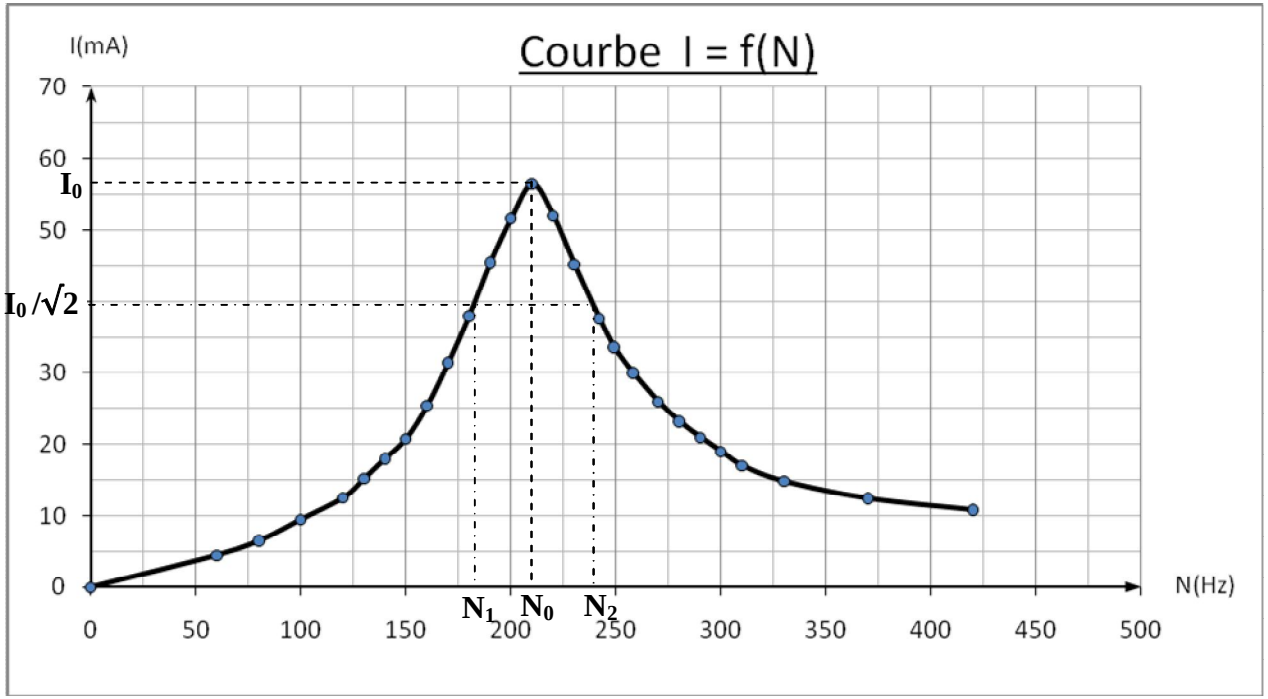


La tension efficace U du GBF étant fixée, on fait varier sa fréquence N et on note les valeurs de l'intensité efficace I du courant qui circule dans le circuit RLC. Les résultats des mesures figurent dans le tableau ci-dessous.

N (Hz)	0	60	80	100	120	130	140	150	160	170	180	190	200	**210**
I (mA)	0	4,5	6,5	9,5	12,5	15,2	18	20,8	25,4	31,4	38	45,4	51,6	**56,4**
N (Hz)	220	230	242	249	258	270	280	290	300	310	330	370	420	
I (mA)	52	45,2	37,6	33,6	30	26	23,2	21	19	17	14,8	12,4	10,8	

2° Tracé de la courbe I = f(N)

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main



La courbe fait apparaître une fréquence pour laquelle I passe par une valeur maximale I_0. Cette fréquence est égale à la fréquence propre $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ du dipôle RLC étudié.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

3° Acuité de la résonance

3.1° Bande passante à 3 décibels (3 dB)

La bande passante à 3 dB d'un circuit RLC série est l'intervalle des fréquences pour lesquelles $I \geq \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$, I_0 étant l'intensité efficace maximale ou intensité à la résonance.

La largeur de la bande passante est donnée par la relation : $\Delta N = N_2 - N_1 = \dfrac{R}{2\pi L}$

Remarques :

* A la résonance, $L\omega = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow$ l'impédance est : **Z = R**.

* La fréquence N_0, aussi appelée fréquence de résonance ne dépend pas de la résistance R du dipôle RLC.
* L'intensité efficace I_0 du courant à la résonance diminue lorsque R augmente.
* La largeur de la bande passante est aussi donnée par : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$, ω_1 et ω_2 correspondant aux fréquences N_1 et N_2. Elle augmente avec la résistance R.

3.2° Facteur de qualité

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Le facteur de qualité d'un dipôle RLC est défini par :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$\omega_0 = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est la pulsation propre du circuit RLC série.

Le facteur de qualité d'un circuit RLC mesure l'acuité de la résonance. Lorsque Q est élevé, la résonance est dite **aiguë**. Le circuit est sélectif car la bade passante est étroite. Si est Q est faible, la résonance est dite **floue**.

Le facteur de qualité diminue lorsque la résistance **R** du circuit augmente.

4° Surtension à la résonance

A la résonance, on a : $U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$ or $Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{I_0}{RC\omega_0 I_0} = \frac{I_0 / C\omega_0}{RI_0}$

$\Rightarrow Q = \frac{U_C}{U}$ avec $U = RI_0$ tension efficace à la résonance.

D'où : $U_C = Q \times U$.

Q étant très grand alors $\mathbf{U_C} >> \mathbf{U}$: il y'a une **surtension** aux bornes du condensateur. Cette surtension, également observée aux bornes de la bobine ($U_L = Q \times U$), peut avoir des conséquences néfastes.

V) Puissance en régime sinusoïdal forcé

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

1° Puissance instantané

La puissance instantanée reçue par un dipôle RLC est :

$$P = u \times i$$

En posant : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$, on obtient :,

$$P = U_m I_m \cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$$

or $\cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \varphi_{u/i}) = \frac{1}{2}[\cos(\omega t + \varphi_{u/i} + \omega) + \cos(\omega t + \varphi_{u/i} - \omega t)]$;

d'où : $\boxed{P = UI\,[\cos(2\omega t + \varphi_{u/i}) + \cos\varphi_{u/i}]}$

2° Puissance moyenne

La puissance moyenne consommée par un dipôle RLC est :

$$P = UI \cos\varphi_{u/i}\,.$$

Le produit U × I est la **puissance apparente**, exprimée en **volt-ampère** (**V.A**).

Le terme $\cos\varphi_{u/i}$ s'appelle **facteur de puissance** du circuit RLC.

Remarque : La puissance moyenne reçue par un dipôle RLC apparaît sous forme thermique dans la résistance : $P = UI\cos\varphi_{u/i} = RI^2$ car $\cos\varphi_{u/i} = \frac{R}{Z}$.

Un condensateur parfait et une bobine parfaite ne consomment donc pas de puissance.

3° Energie consommée dans le circuit RLC série

L'énergie consommée par un dipôle RLC pendant une durée Δt est :

$$E = P \times \Delta t = UI\,\Delta t \cos\varphi_{u/i}\,.$$

Cette énergie est transformée en chaleur (énergie thermique).