au : T^{le} D | **OG 1** : ANALYSER LA NATURE DU MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

TITRE : **CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL** | **Durée** : **10 H**

Objectifs spécifiques :

OS 1 : Définir les vecteurs vitesse et accélération d'un point dans un repère donné.

OS 2 : Etablir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés.

Moyens :

Vocabulaire spécifique :

Documentation : Livres de Physique AREX Terminale C et D, Eurin-gié Terminale D. Guide pédagogique et Programme.

Amorce :

Plan du cours :

I) Repérage d'un point
- 1° Rappels
  - 1.1° Référentiel
  - 1.2° Repères
  - 1.3° Trajectoire
- 2° Position d'un point dans un repère
  - 2.1° Coordonnées cartésiennes
  - 2.2° Abscisse curviligne

II) Vecteur vitesse
- 1° Vecteur vitesse moyenne
- 2° Expression du vecteur vitesse
  - 2.1° En coordonnées cartésiennes
  - 2.2° A partir de l'abscisse curviligne

III) Vecteur accélération
- 1° Vecteur accélération moyenne
- 2° Vecteur accélération instantanée
- 3° Expression du vecteur accélération dans la base de Frenet

IV) Etude de quelques mouvements particuliers
- 1° Mouvements rectilignes
  - 1.1° Mouvement rectiligne uniforme (MRU)
  - 1.2° Mouvement rectiligne uniformé – ment varié (MRUV)
- 2° Mouvement circulaire uniforme (MCU)
  - 2.1° Définition
  - 2.2° Repérage d'un point mobile M
  - 2.3° Vitesse du point mobile M
  - 2.4° Equation horaire
  - 2.5° Accélération du point mobile M
  - 2.6° Période et fréquence du mouve – ment circulaire uniforme

...s questions | **Activités réponses** | **Ob...**

CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL

La cinématique est l'étude des mouvements dans un repère donné, indépendamment des causes qui les produisent.

I) Repérage d'un point

1° Rappels

1.1° Référentiel

C'est un **solide fixe** (système indéformable) par rapport auquel on étudie le mouvement d'un objet.

Exemples de référentiel :

- Référentiel **terrestre** : constitué par la terre ou lié à la terre ;
- référentiel **géocentrique** : origine centre de la terre, utilisé pour décrire le mouvement des astres du système solaire ;
- référentiel **de Copernic** ou **héliocentrique** : origine centre du soleil, utilisé pour l'étude du mouvement des satellites de la terre.

1.2° Repères

L'étude du mouvement d'un point mobile nécessite la connaissance de **sa position** à **chaque instant**. On définit pour cela un **repère d'espace** associé au référentiel et un **repère de temps**. Le repère de temps est défini par une **origine des dates** notée t_0.

1.3° Trajectoire

Dans un repère donné, la **trajectoire** d'un point mobile est l'ensemble des positions successivement occupées par ce point au cours de son mouvement.

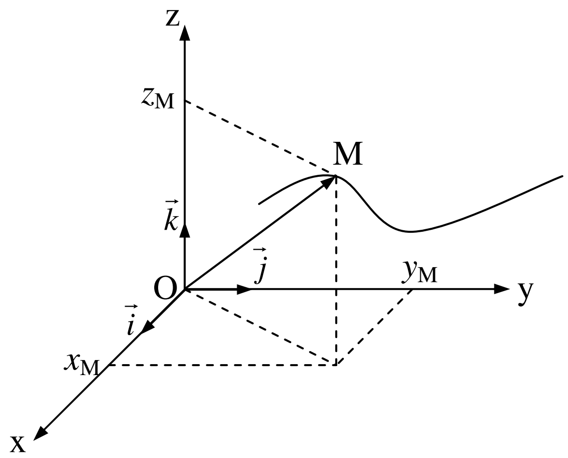
2° Position d'un point dans un repère

A un instant donné, la position d'un point mobile peut être repérée de différentes façons.

2.1° Coordonnées cartésiennes

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

Soit M un point dans le repère $\Re(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le vecteur $\overrightarrow{OM}$ est appelé vecteur position du point M.



On a : $\overrightarrow{OM} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j} + z_M\vec{k}$.

x_M, y_M et z_M sont les **coordonnées cartésiennes** du point M dans le repère $\Re(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont des **vecteurs unitaires**.

<u>Remarques</u> :

* La position du point M varie à chaque instant lors du mouvement ; ses coordonnées sont donc des fonctions du temps : $x_M = f(t)$; $y_M = g(t)$ et $z_M = h(t)$. On les **appelle équations horaires** du mouvement de M.
* L'**équation cartésienne** de la trajectoire du point mobile s'obtient en éliminant le paramètre **temps t** des équations horaires.

<u>Exercice d'application n°1</u>

Dans un repère orthonormé $\Re(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la position d'un point M est donnée à chaque instant par :

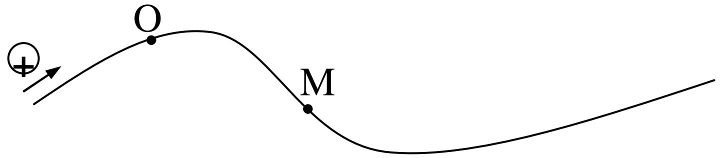
$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x = 2t \\ y = 4t^2 + 3 \\ z = 0 \end{array}\right.$$

1) Donner la position de M à t = 2 s.
2) Quelle est l'équation cartésienne de sa trajectoire.

2.2° <u>Abscisse curviligne</u>

Pour une trajectoire curviligne, la position d'un point mobile peut être repérée à chaque instant par son **abscisse curviligne s**.

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main



$s = \overset{\frown}{OM}$ c'est la longueur de l'arc $\overset{\frown}{OM}$

$s = f(t)$ est l'**équation horaire** du mouvement de M.

II) Vecteur vitesse

1° Vecteur vitesse moyenne

Pour un point mobile M passant de la position M_1 de date t_1 à la position M_2 de date t_2, le vecteur vitesse moyenne est défini par :

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}.$$

2° Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur vitesse d'un point mobile M à la date t est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}.$$

3° Expression du vecteur vitesse

3.1° En coordonnées cartésiennes

Soit $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, vecteur position du point mobile M.

On a : $$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

$$\vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}.$$

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

En posant : $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$ on a : $\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{array}\right.$

La valeur de la vitesse est : $V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ $(m.s^{-1})$

Exercice d'application n°2

Soit le point mobile M en mouvement dans un repère orthonormé $\Re(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que son vecteur-position est :

$\overrightarrow{OM} = 2t\,\vec{i} + (4t^2 + 3)\,\vec{j} + 2\,\vec{k}$.

1) Déterminer les coordonnées de la vitesse du point M à l'instant t.

2) Donner la valeur de la vitesse du point M à la date t = 2 s.

3.2° A partir de l'abscisse curviligne

La mesure algébrique de la vitesse est égale à la dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne s : $V = \dfrac{ds}{dt} = \dot{s}$.

III) Vecteur accélération

L'**accélération** est une grandeur physique qui caractérise la **variation de la vitesse** au cours du temps.

1° Vecteur accélération moyenne

Le **vecteur accélération moyenne** d'un point M entre deux positions M_1 et M_2, pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$ est :

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}}{\Delta t} \quad (m.s^{-2} \text{ ou } m/s^2).$$

$\overrightarrow{V_1}$ et $\overrightarrow{V_2}$ étant respectivement les vitesses instantanées au point M_1 et M_2.

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

2° Vecteur accélération instantanée

Le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point mobile M à la date t est égal à la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse à cet instant : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}$.

Remarques :

* $$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right) = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}.$$

* En coordonnées cartésiennes on a :

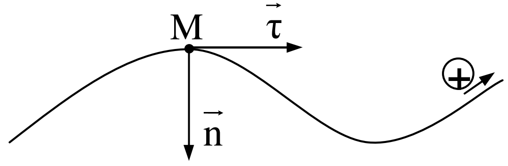
$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}.$$

Soit : $$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \ddot{x} \\ a_y = \ddot{y} \\ a_z = \ddot{z} \end{array}\right..$$

La valeur de l'accélération : $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$ $(m.s^{-2}$ ou $m/s^2)$.

3° Expression du vecteur accélération dans la base de Frenet

Soit un point mobile M décrivant une trajectoire curviligne ;



La **base de Frenet** est constituée de deux vecteurs unitaires $\vec{\tau}$ et $\vec{n}$ **liés** au point mobile M tels que $\vec{\tau}$ est **tangent** à la trajectoire en M et **orienté** dans le **sens positif** ; $\vec{n}$ est **normal** à $\vec{\tau}$ et **orienté** dans la **concavité** de la trajectoire.

Dans cette base, le vecteur accélération s'écrit :

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{dV}{dt} \vec{\tau} + \frac{V^2}{R} \vec{n} \ ;$$

avec : $a_\tau = \dfrac{dV}{dt}$: accélération tangentielle ;

$a_n = \dfrac{V^2}{R}$: accélération normale ; R étant le rayon de courbure de la trajectoire.

IV) Etude de quelques mouvements particuliers

1° Mouvements rectilignes

1.1° Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

C'est un mouvement pour lequel la **vitesse reste constante** :

$$V = V_0 = cste \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 0.$$

L'**équation horaire** du mouvement s'écrit :

$x = V_0 t + x_0$, x_0 est l'abscisse de M à $t = t_0$.

1.2° Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Pour ce type de mouvement, l'accélération est **constante**. Les équations horaires sont :

* Accélération : a = constante ;
* Vitesse : $V = a t + V_0$, V_0 vitesse à $t = t_0$ (vitesse initiale).
* Abscisse : $x = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t + x_0$, x_0 position à $t = t_0$ (position initiale).

Remarque :

Pour le MRUV on a : $V^2 - V_0^2 = 2 a \cdot (x - x_0)$.

- Si le produit $a \cdot V > 0$: le mouvement est **accéléré**.
- Si le produit $a \cdot V < 0$: le mouvement est **retardé**.

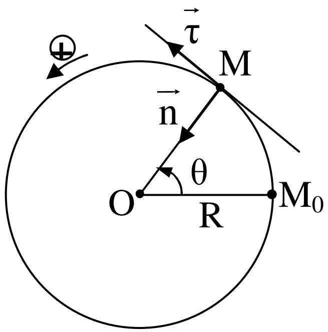
Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

2° Mouvement circulaire uniforme (MCU)

2.1° Définition

Un **mouvement circulaire uniforme** est un mouvement qui s'effectue à **vitesse constante** et dont **la trajectoire** est **un cercle**.

2.2° Repérage d'un point mobile M



Le point M est repéré par son **abscisse curviligne s** ou son **abscisse angulaire θ**.

$s = \overset{\frown}{M_0M}$ et $\theta = \text{mes}\,(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$.

On a : $s = \overset{\frown}{M_0M} = R \times \theta$.

2.3° Vitesse du point mobile M

* Vitesse linéaire

$$V\,(m.s^{-1}) = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = \text{cste.}$$

* Vitesse angulaire

$$\omega\,(rad.s^{-1}) = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \text{cste.}$$

On a : $s = R \times \theta \Rightarrow \dfrac{ds}{dt} = R\dfrac{d\theta}{dt} \Rightarrow V = R\dot{\theta}$ soit : $\boxed{V = R\,\omega}$

2.4° Equation horaire

L'équation horaire du mouvement circulaire uniforme est :

$$s = V\,t + s_0 \quad \text{ou} \quad \theta = \omega\,t + \theta_0.$$

2.5° Accélération du point mobile M

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

Dans la base de Frenet on a : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_\tau = \dfrac{dV}{dt} = 0 \quad \text{car} \quad V = \text{cste} \\ a_n = \dfrac{V^2}{R} = R\omega^2 \end{array}\right.$

<u>Remarque</u> : $\vec{a}$ est **toujours dirigé** vers le **centre** de la trajectoire : on dit que l'accélération est **centripète**.

2.6° <u>Période et fréquence du mouvement circulaire uniforme</u>

* la **période T** est la **durée d'un tour** : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ (s) .
* La **fréquence** N est le **nombre de tours** effectué **par seconde** ; c'est l'**inverse** de la période : $N = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ (Hertz (Hz)) .
*