Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Ch1: Les quadripôles

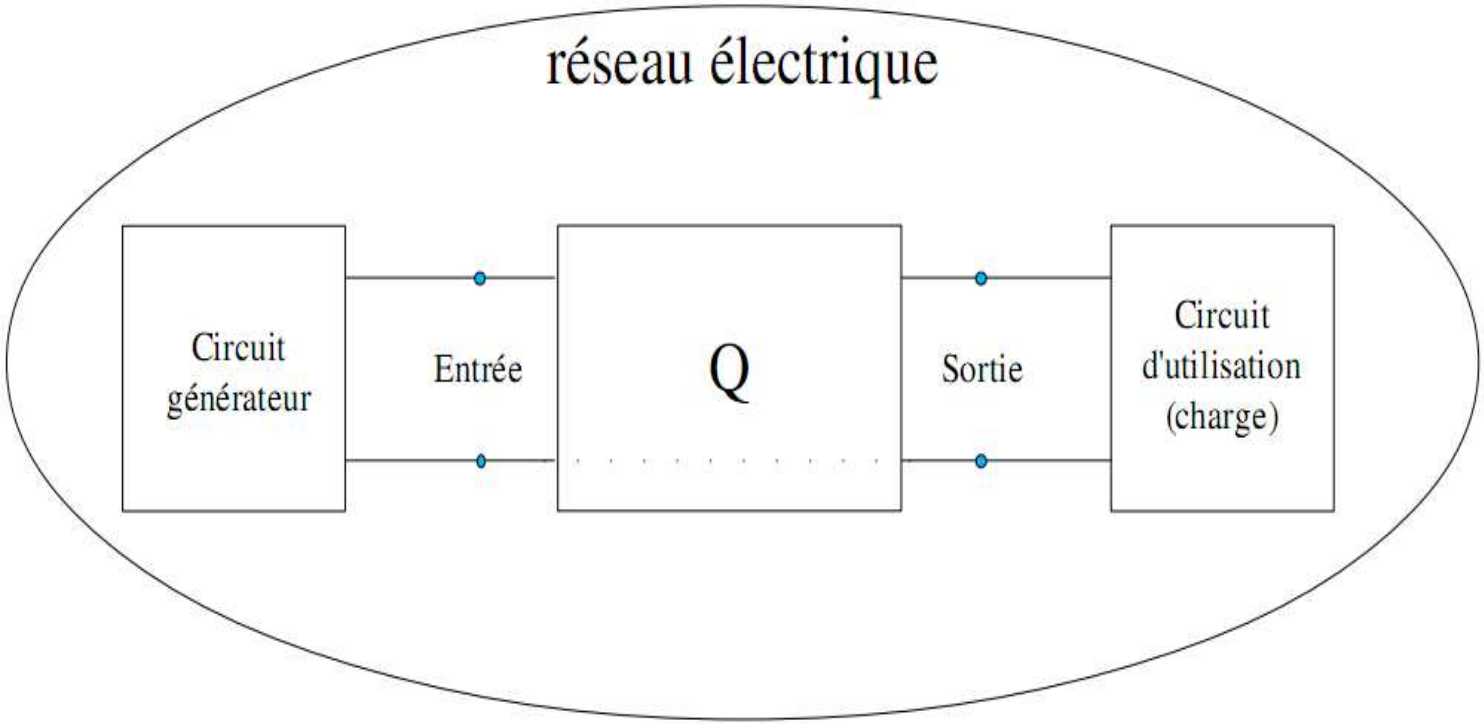
- **OBJECTIF**
  - **Étude des caractéristiques des quadripôles (matrices, impédance, gain…)**
  - **Analyse de quelques montages fondamentaux (filtres)**

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

1. GÉNÉRALITÉS

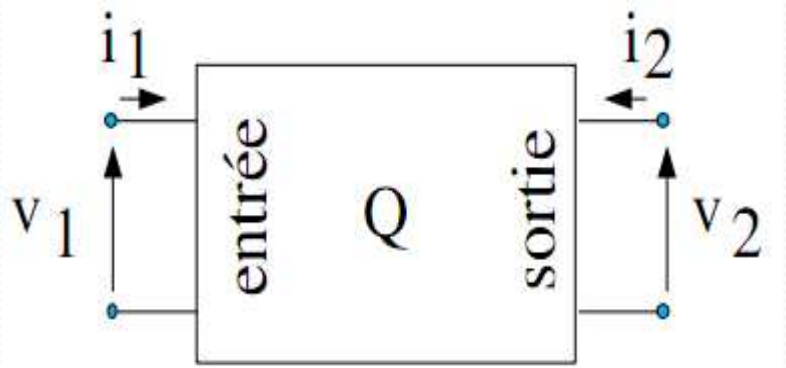
1.1. définition

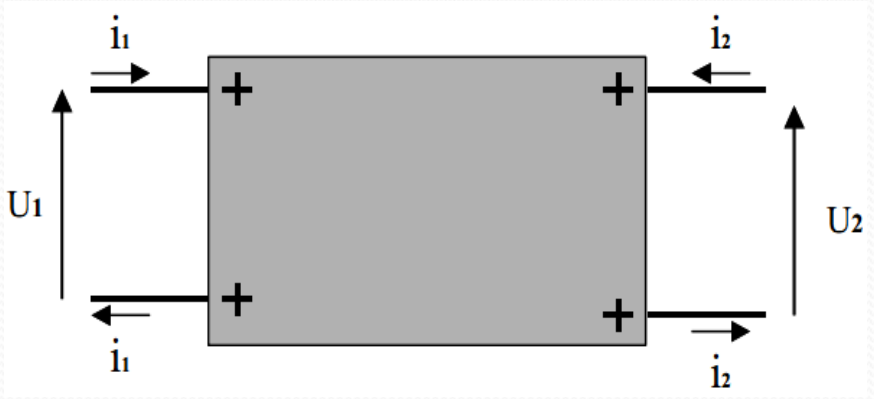
- portion d'un réseau électrique comportant 4 bornes,
  - boite noire comportant 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie



Fomesoutra.com
ça soutra
Docs à portée de main

Représentation d'un quadripôle.





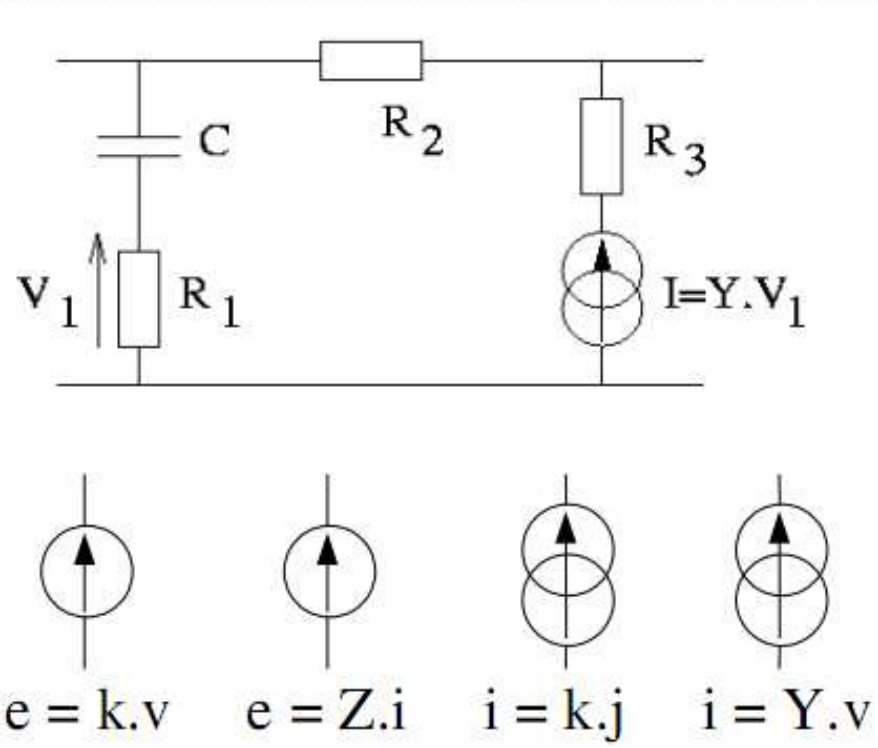
- Le courant entrant par une des bornes d'entrée (resp. de sortie) est égal au courant sortant par l'autre borne d'entrée (resp. de sortie).
- le quadripôle est caractérisé par 4 paramètres électriques : tension et courant d'entrée $\mathbf{v_1}$ et $\mathbf{i_1}$, et tension et courant de sortie $\mathbf{v_2}$ et $\mathbf{i_2}$.
- Par convention on donne le sens positif au courants qui pénètrent dans le quadripôle.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Types de quadripôles

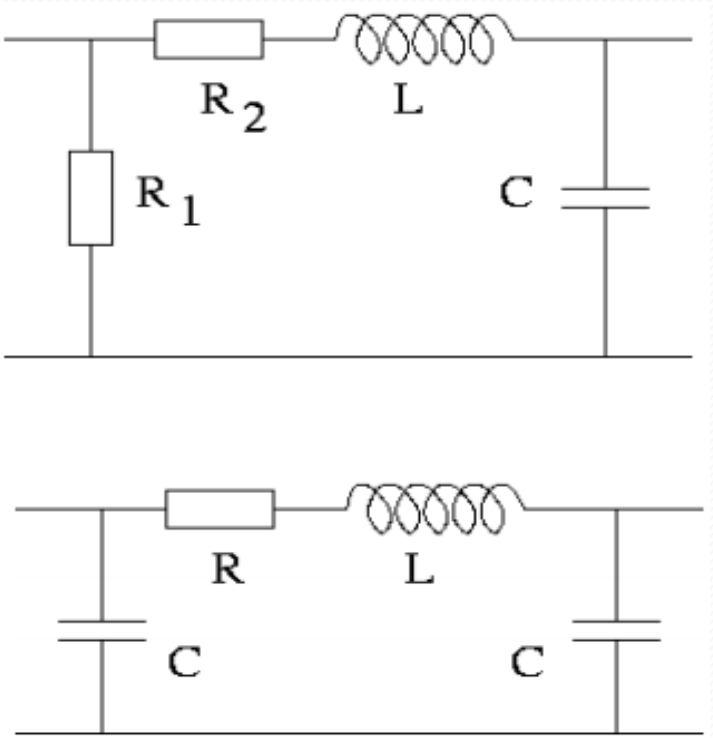
Actifs:

Comportent une source liée à des Grandeurs internes (ex: transistor)



Passifs:

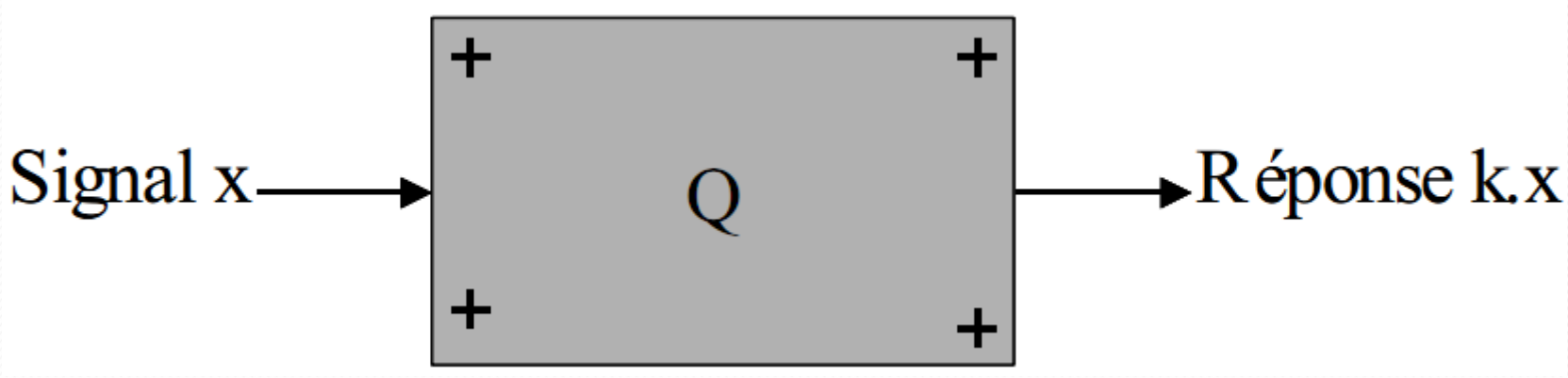
Ne comportent aucune source
Ex: filtre, transformateur



1.2. Utilisation pratique des quadripôles

- Trois fonctions principales:

a. Amplification

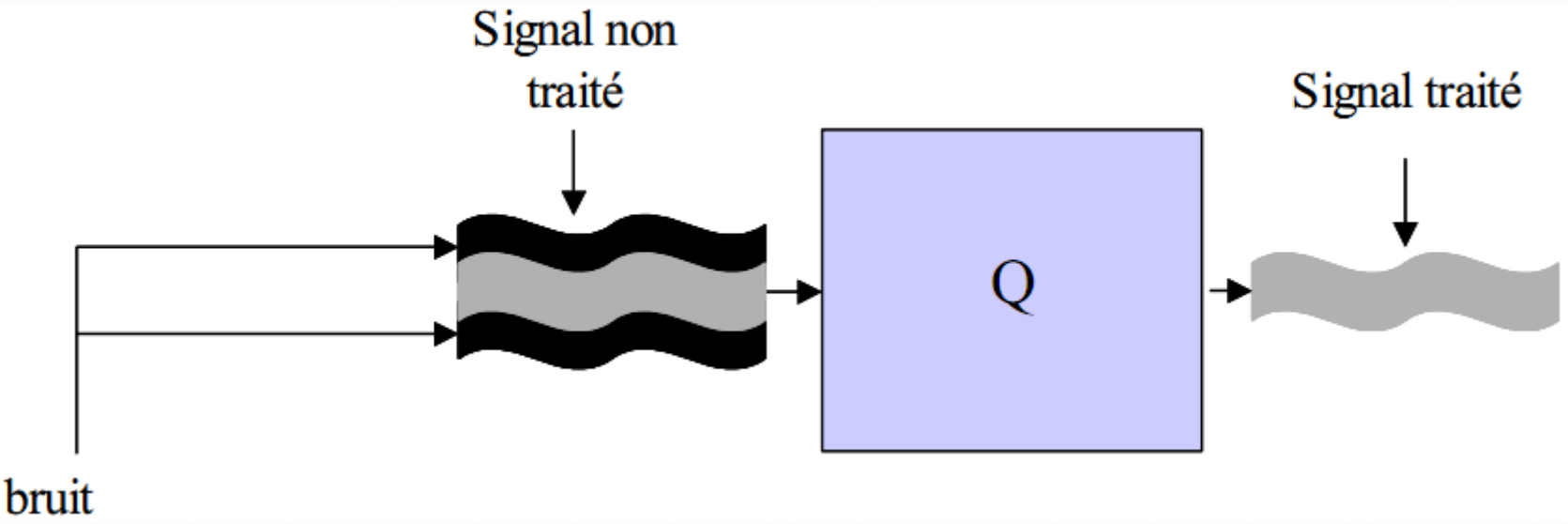


- **k= fonction de transfert**

  $|k|\rangle 1 \Rightarrow$ **Amplification**

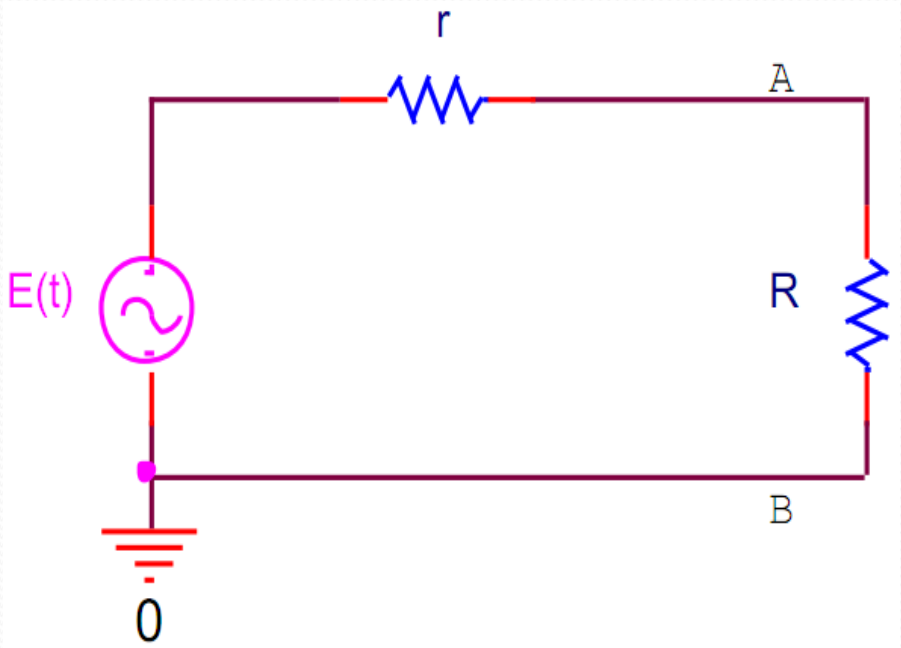
  $|k|\langle 1 \Rightarrow$ **Atténuation**

b. Traitement de signal: extraire le signal utile du bruit de fond



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

c. Adaptation d'impédance

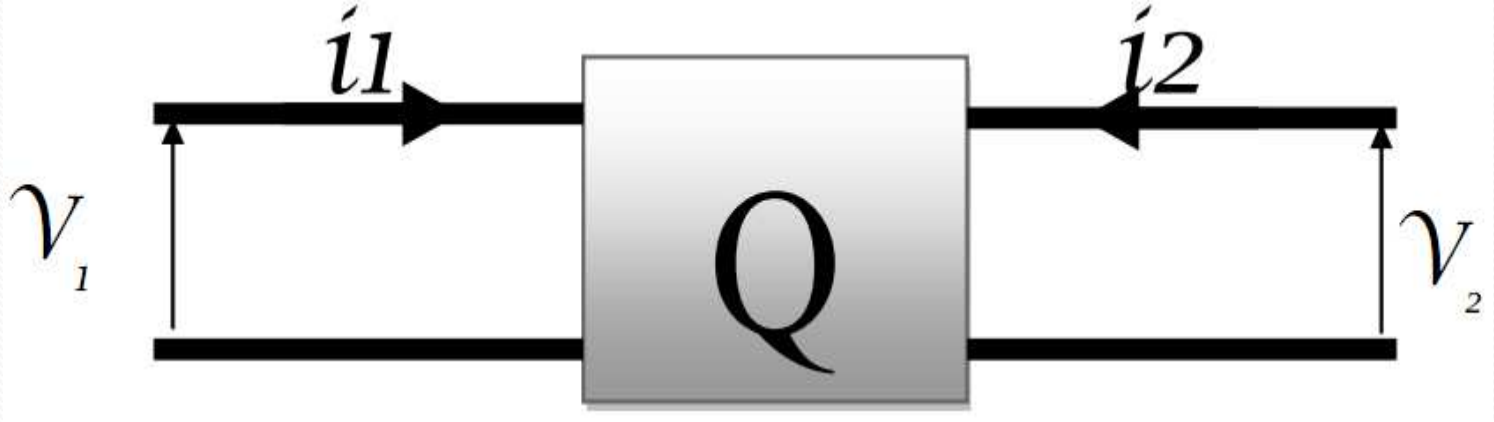


- Pour transférer le maximum de puissance,
  - Il faut R = r (adaptation)
  - Utilisation de quadripôles

2. MISE EN EQUATION D'UN QUADRIPÔLE

- Les quatre grandeurs $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{i_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{i_2}$ sont liées par des relations linéaires;
- Les coefficients de ces relations sont appelés **paramètres.**
- Ces relations de transfert peuvent être représentées sous formes matriciels

2.1. Paramètres impédances (paramètres z)



Paramètres Z

- On exprime les tensions en fonction des courants;
- Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédance.

Equations

$$\begin{cases} v_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 \\ v_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 \end{cases}$$

représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} z_{12} \\ z_{21} z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

(z) est la ***matrice impédance*** du quadripôle.

$$\mathbf{z_{ij}} \rightarrow \Omega$$

Remarque

Dans un quadripôle passif, $\mathbf{z_{12} = z_{21}}$

- **Définition des Paramètres z_{ij}**

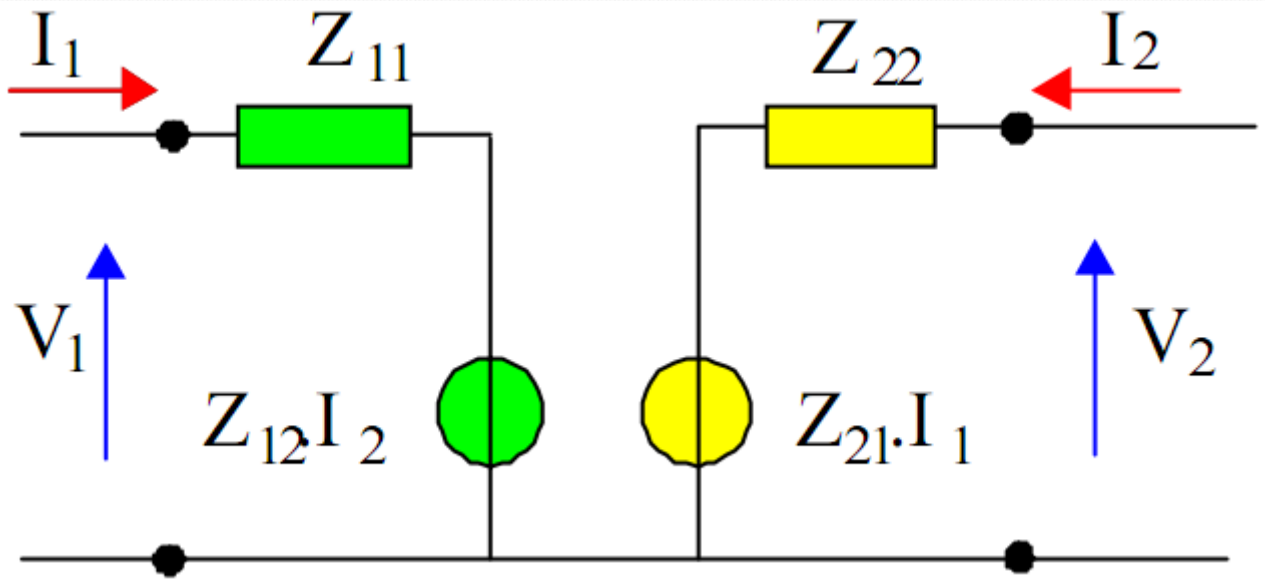
$$z_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0} \rightarrow \text{Impédance d'entrée à sortie ouverte.}$$

$$z_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0} \rightarrow \text{Impédance de transfert inverse à entrée à circuit ouvert}$$

$$z_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0} \rightarrow \text{Impédance de transfert direct à sortie ouverte}$$

$$z_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0} \rightarrow \text{Impédance de sortie à entrée en circuit ouvert.}$$

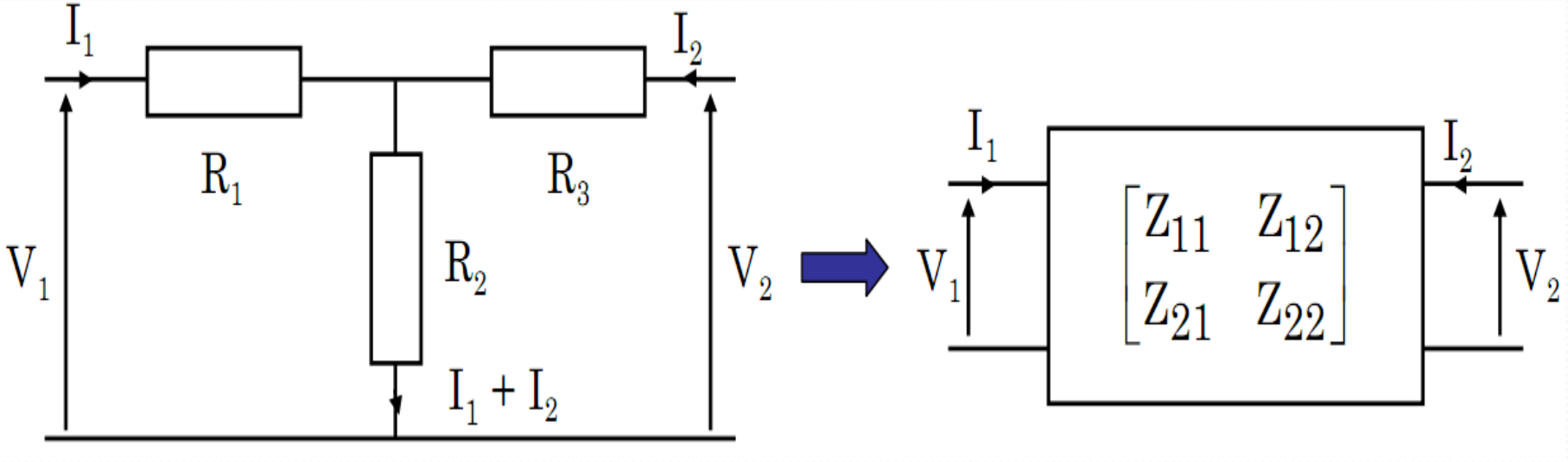
- **schéma équivalent**



- Le circuit équivalent comporte des impédances et des générateurs de tension

Exercice d'application

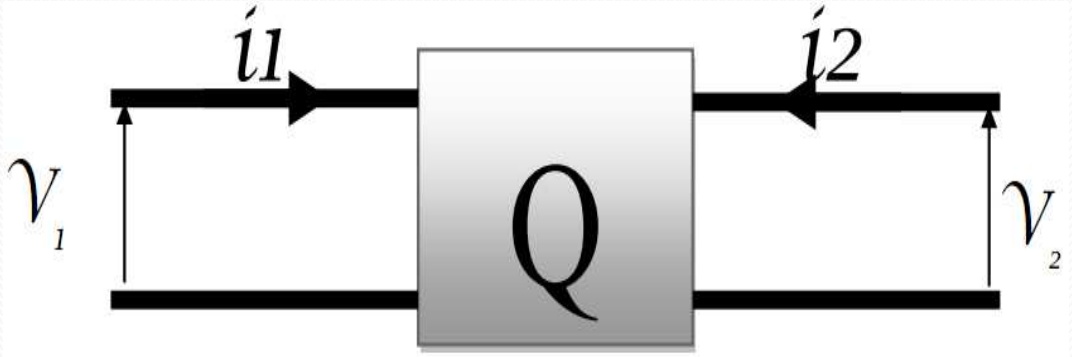
Déterminer les paramètres z du quadripôle en T ci-dessous



solution

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

2.2. Paramètres admittances (paramètres y)



- **Paramètres Y**
  - On exprime les courants en fonction des tensions;

- **Equations**

$$\begin{cases} i_1 = y_{11}v_1 + y_{12}v_2 \\ i_2 = y_{21}v_1 + y_{22}v_2 \end{cases}$$

- **représentation matricielle**

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}y_{12} \\ y_{21}y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

(Y) est la ***matrice admittance*** du quadripôle. $\mathbf{Y_{ij} \rightarrow \Omega^{-1}(Siemens)}$

- **Remarque:** Dans un quadripôle passif, $\mathbf{Y_{12} = Y_{21}}$

- **Définition des Paramètres $\mathbf{Y_{ij}}$**

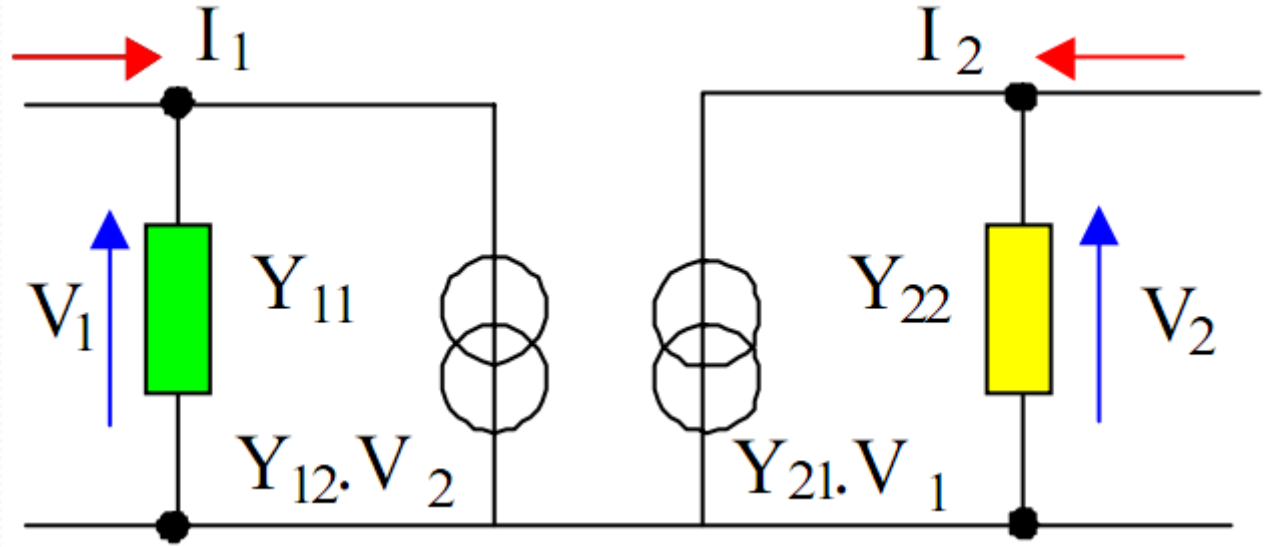
$$y_{11} = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{Admittancœ d'entréé à sortie en court-circuit.}$$

$$y_{12} = \left.\frac{i_1}{v_2}\right|_{v_1=0} \rightarrow \textbf{Admittancœ de transfert inverse à entrée en court-circuit.}$$

$$y_{21} = \left.\frac{i_2}{v_1}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{Admittance de transfert direct à sortie en court-circuit.}$$

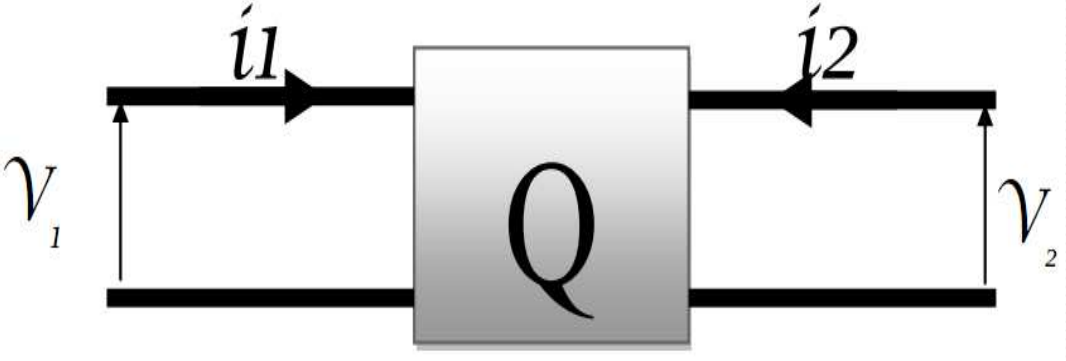
$$z_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{v_1=0} \rightarrow \textbf{Admittancœ de sortie à entréé en court-circuit..}$$

- **schéma équivalent**



- Le circuit équivalent comporte des admittances et des générateurs de courant

2.3. Paramètres hybrides (paramètres H)



- **Paramètres H**
  - Les variables indépendantes sont de natures différentes.
  - On exprimes la tension $\mathbf{v_1}$ et le courant $\mathbf{i_2}$ en fonction de $\mathbf{i_1}$ **et** $\mathbf{v_2}$

- **Equations**

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2 \end{cases}$$

- **représentation matricielle**

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} h_{12} \\ h_{21} h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

(H) est la ***matrice hybride*** du quadripôle.

- **Remarque:** Dans un quadripôle passif, $\mathbf{h_{12} = -h_{21}}$

- **Définition des Paramètres $\mathbf{h_{ij}}$**

$$\mathbf{h_{11}} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{Impédance d'entrée à sortie en CC.}$$

$$\mathbf{h_{12}} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0} \rightarrow \textbf{Rapport de transfert inverse à entrée en CO.}$$

$$\mathbf{h_{21}} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{R}\textit{\textbf{apport}}\textbf{ de transfert direct (gain) à sortie en CC .}$$

$$\mathbf{h_{22}} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0} \rightarrow \textbf{Admittance de sortie à entrée en CO (à vide).}$$

- **Remarque:** Paramètre hybrides inverses: G

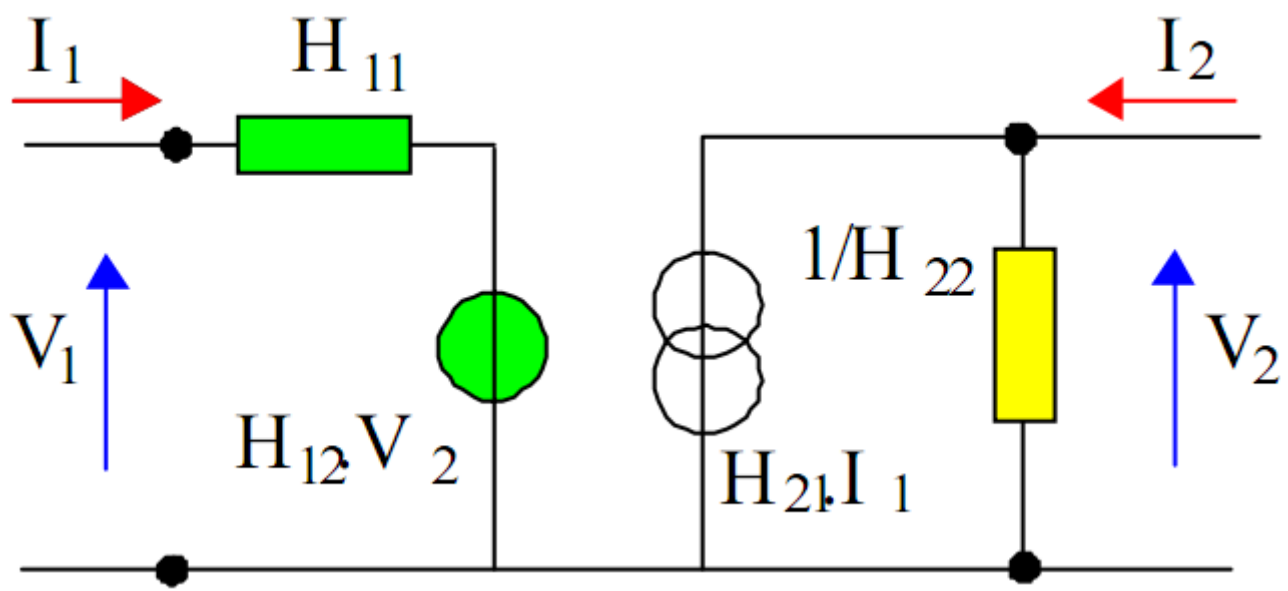
  - On exprime i_1 et v_2 en fonction de v_1 et i_2

$$\begin{cases} i_1 = g_{11} v_1 + g_{12} i_2 \\ v_2 = g_{21} v_1 + g_{22} i_2 \end{cases}$$

    - $\mathbf{G = H^{-1}}$ $\mathbf{H = G^{-1}}$

    - **les paramètres H sont plus utilisés,**

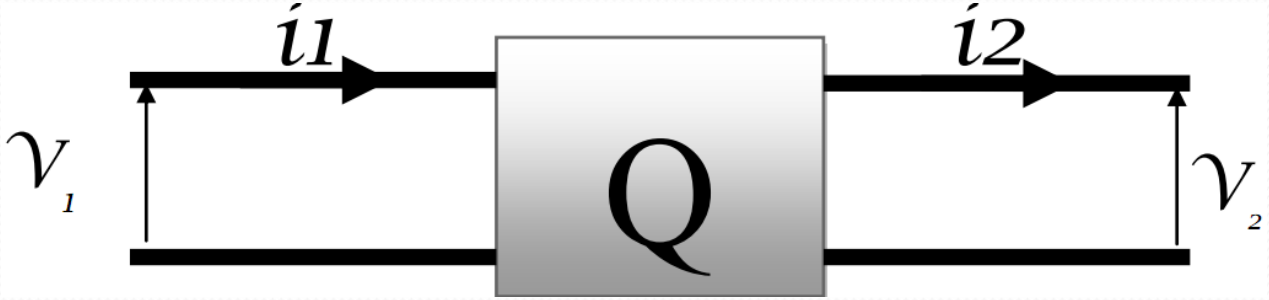
- **schéma équivalent**



Le Ce schéma est typiquement celui qui sera utilisé pour représenter le transistor en petits signaux alternatifs.

- Les paramètres hybrides sont très utilisés en électronique. Sur le schéma du quadripôle en h précédent, on peut lire:
  - la borne d'entrée du quadripôle présente une ***impédance d'entrée*** limitant le courant de charge de la source en amont.
  - Il existe une ***tension de retour***, de la sortie vers l'entrée, tension proportionnelle à la tension de sortie.
  - La sortie est de type ***source de courant :*** le courant de sortie est contrôlé par le courant d'entrée.
  - La sortie présente aussi une ***admittance de sortie***.

2.4. Paramètres de transfert ou paramètres chaine (paramètres T)



- **Paramètres T**
  - Le courant $\mathbf{i_2}$ est sortant par convention.
  - On exprimes la tension $\mathbf{v_1}$ et le courant $\mathbf{i_1}$ en fonction de $\mathbf{i_2}$ **et** $\mathbf{v_2}$

- **Equations**

$$\begin{cases} v_1 = T_{11}v_2 + T_{12}i_2 \\ i_1 = T_{21}v_2 + T_{22}i_2 \end{cases}$$

- **représentation matricielle**

$$\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} T_{12} \\ T_{21} T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

(T) est la ***matrice de transfert*** du quadripôle.

- **Définition des Paramètres T_{ij}**

$$T_{11} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_2=0} \rightarrow \textbf{Gain en tension inverse à sortie en CO.}$$

$$T_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{Impédance de transfert inverse à sortie en CC.}$$

$$T_{21} = \left.\frac{i_1}{v_2}\right|_{i_2=0} \rightarrow \textbf{Admittancœ de transfert inverse à sortie en CO.}$$

$$T_{22} = \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{v_2=0} \rightarrow \textbf{Gain en courant inverse à sortie en CC.}$$

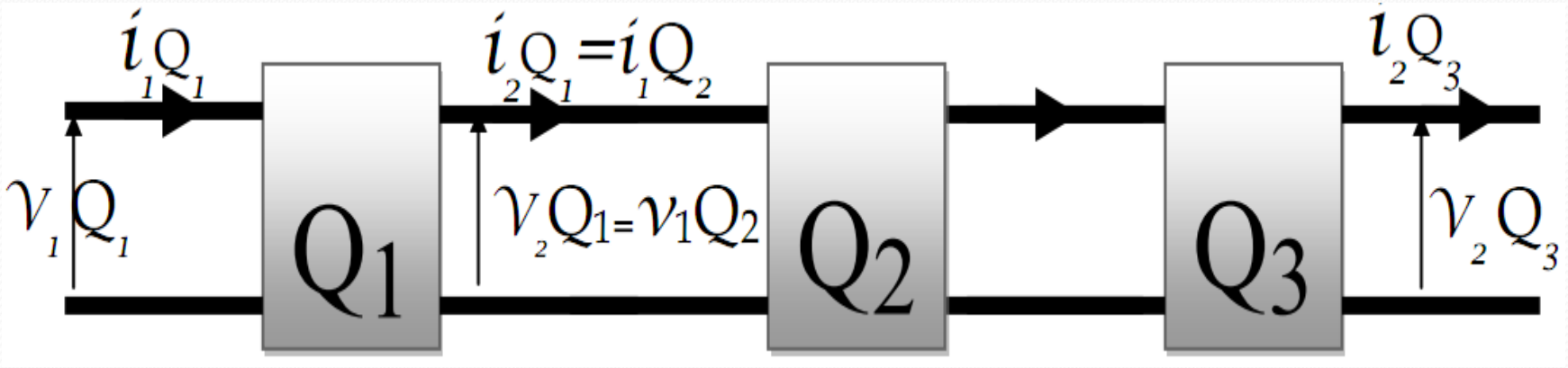
Liens entre tous les Paramètres

	T	Z	Y	h
T	$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{21} & -\Delta Z/Z_{21} \\ 1/Z_{21} & -Z_{22}/Z_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -Y_{22}/Y_{21} & 1/Y_{21} \\ -\Delta Y/Y_{21} & Y_{11}/Y_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\Delta h/h_{21} & -h_{11}/h_{21} \\ -h_{22}/h_{21} & -1/h_{21} \end{bmatrix}$
Z	$\begin{bmatrix} T_{11}/T_{21} & \Delta T/T_{21} \\ 1/T_{21} & T_{22}/T_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{22}/\Delta Y & -Y_{12}/\Delta Y \\ -Y_{21}/\Delta Y & Y_{11}/\Delta Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta h/h_{22} & h_{12}/h_{22} \\ -h_{21}/h_{22} & 1/h_{22} \end{bmatrix}$
Y	$\begin{bmatrix} T_{22}/T_{12} & -\Delta T/T_{12} \\ -1/T_{12} & T_{11}/T_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{22}/\Delta Z & -Z_{12}/\Delta Z \\ -Z_{21}/\Delta Z & Z_{11}/\Delta Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/h_{11} & -h_{12}/h_{11} \\ h_{21}/h_{11} & \Delta h/h_{11} \end{bmatrix}$
h	$\begin{bmatrix} T_{12}/T_{22} & \Delta T/T_{22} \\ -1/T_{22} & T_{21}/T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta Z/Z_{22} & Z_{12}/Z_{22} \\ -Z_{21}/Z_{22} & 1/Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/Y_{11} & -Y_{12}/Y_{11} \\ Y_{21}/Y_{11} & \Delta Y/Y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$

3. ASSOCIATION DE QUADRIPÔLES

3.1. Association en cascade (chaine)

- La mise en cascade de plusieurs quadripôles consiste à relier les sorties du premier quadripôle aux entrées du deuxième quadripôle, les sorties du second quadripôle aux entrées du troisième, et ainsi de suite.



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

- **Matrice de transfert équivalente**

$$\begin{bmatrix} v_1 Q_1 \\ i_1 Q_1 \end{bmatrix} = \underbrace{[TQ_1] \times [TQ_2] \times [TQ_3]} \begin{bmatrix} v_2 Q_3 \\ i_2 Q_3 \end{bmatrix}$$

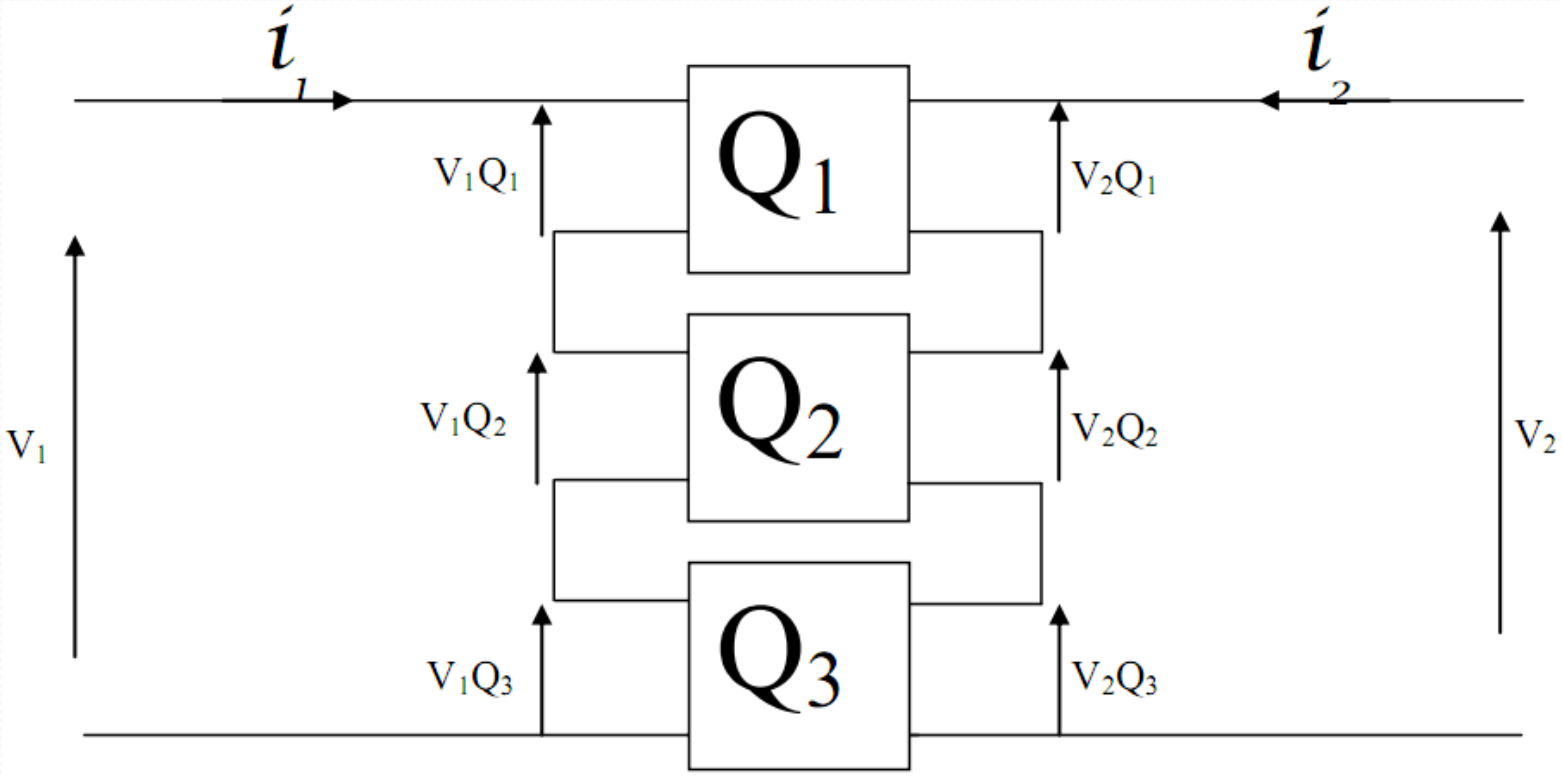
$$[T] = [TQ_1] \times [TQ_2] \times [TQ_3]$$

- Un calcul matriciel du produit des trois matrices permet de déterminer la matrice de transfert équivalente.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

3.2. Association en série: paramètres impédance

- deux quadripôles associés en série, sont parcourus par les mêmes courants d'entrée et de sortie, ce qui conduit au schéma suivant:



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

- **Matrice de transfert équivalente**

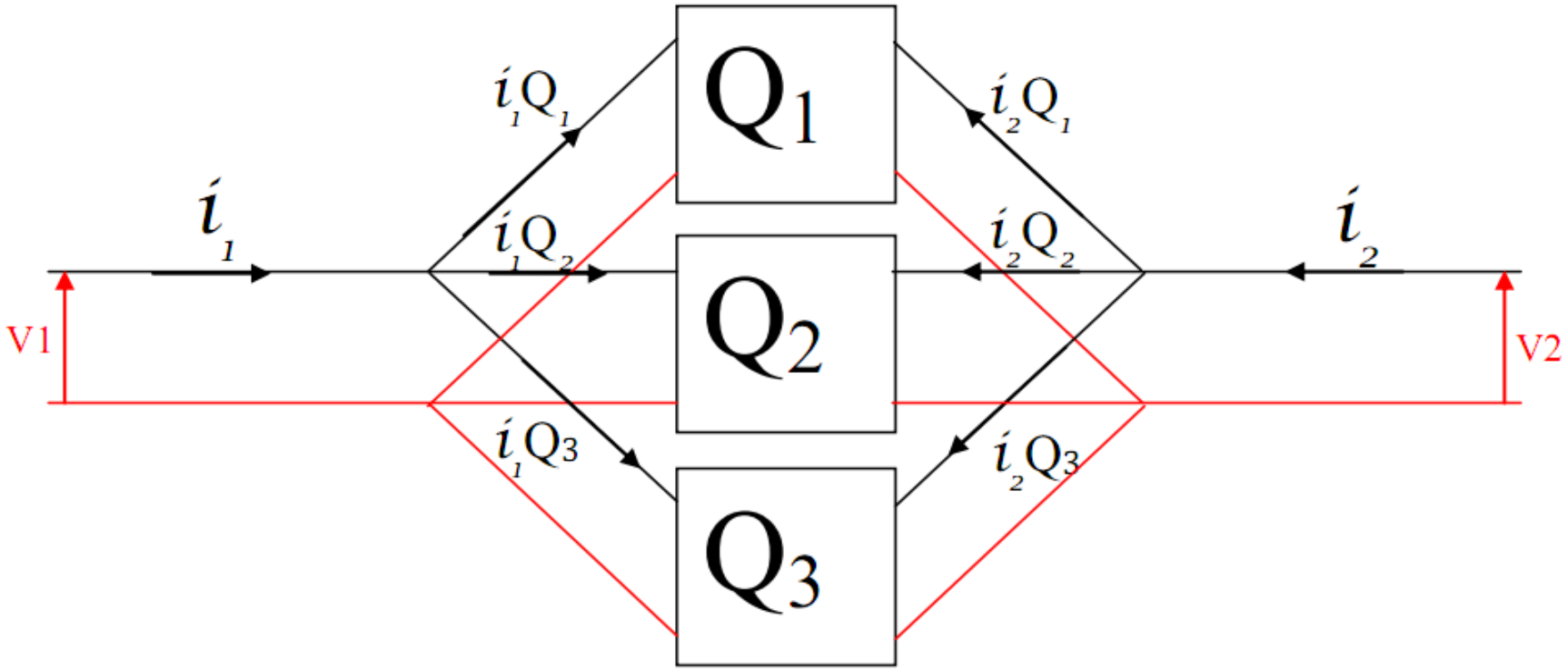
$$\begin{cases} v_1 Q_1 = z_{11} Q_1 i_1 + z_{12} Q_1 i_2 \\ v_2 Q_1 = z_{21} Q_1 i_1 + z_{21} Q_1 i_2 \end{cases} \qquad \begin{aligned} V_1 &= V_1 Q_1 + V_1 Q_2 + V_1 Q_3 \\ V_2 &= V_2 Q_1 + V_2 Q_2 + V_2 Q_3 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \text{ Avec } Z = Z_{Q_1} + Z_{Q_2} + Z_{Q_3}$$

- Les paramètres impédances d'un quadripôle équivalent à l'association de quadripôles série est la **somme** des paramètres impédances des quadripôles mis en série.

3.2. Association en parallèle: paramètres admittances

- La mise en parallèle de plusieurs quadripôles consiste à appliquer la même tension aux bornes de toutes les entrées, et la même tension aux bornes de toutes les sorties.



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

Matrice de transfert équivalente

- i_1 est le même dans les 3 Q
- v_2 est le même dans les 3 Q

$$i_{1_{Q_1}} = y_{11}Q_1V_1 + y_{12}Q_1V_2$$

$$i_{2_{Q_2}} = y_{21}Q_1V_1 + y_{22}Q_1V_2$$

On montre que : $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

$$i_1 = i_1Q_1 + i_1Q_2 + i_1Q_3$$
$$i_2 = i_2Q_1 + i_2Q_2 + i_2Q_3$$

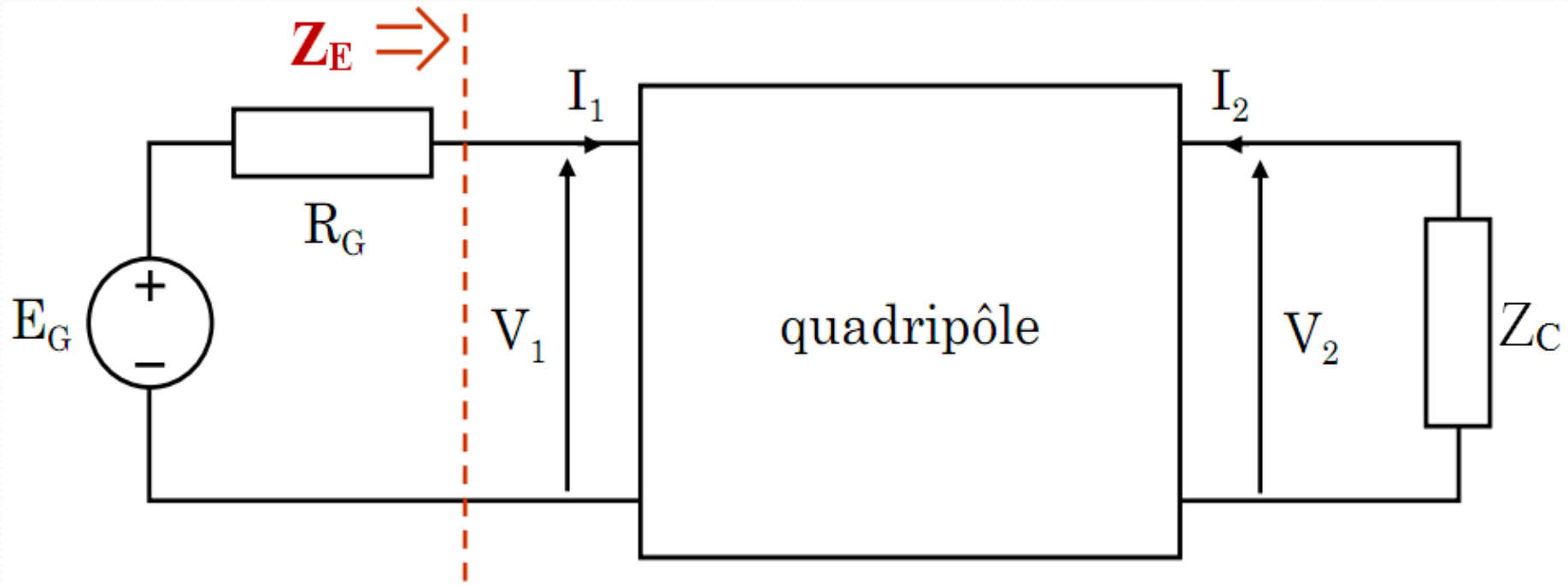
Avec $y = y_{Q_1} + y_{Q_2} + y_{Q_3}$

- La matrice « admittance » d'une association parallèle de quadripôles, est la **somme** des matrices « admittance » constituant cette association.

4. GRANDEURS FONDAMENTALES

4.1. Impédance d'entrée Ze (paramètre d'entrée)

- Ze est l'impédance vue de la source quand la sortie est chargée par une impédance Zc.



- L'impédance d'entrée est donnée par: $\mathbf{Ze} = \frac{v_1}{i_1}$
  - la matrice de transfert permet d'écrire:

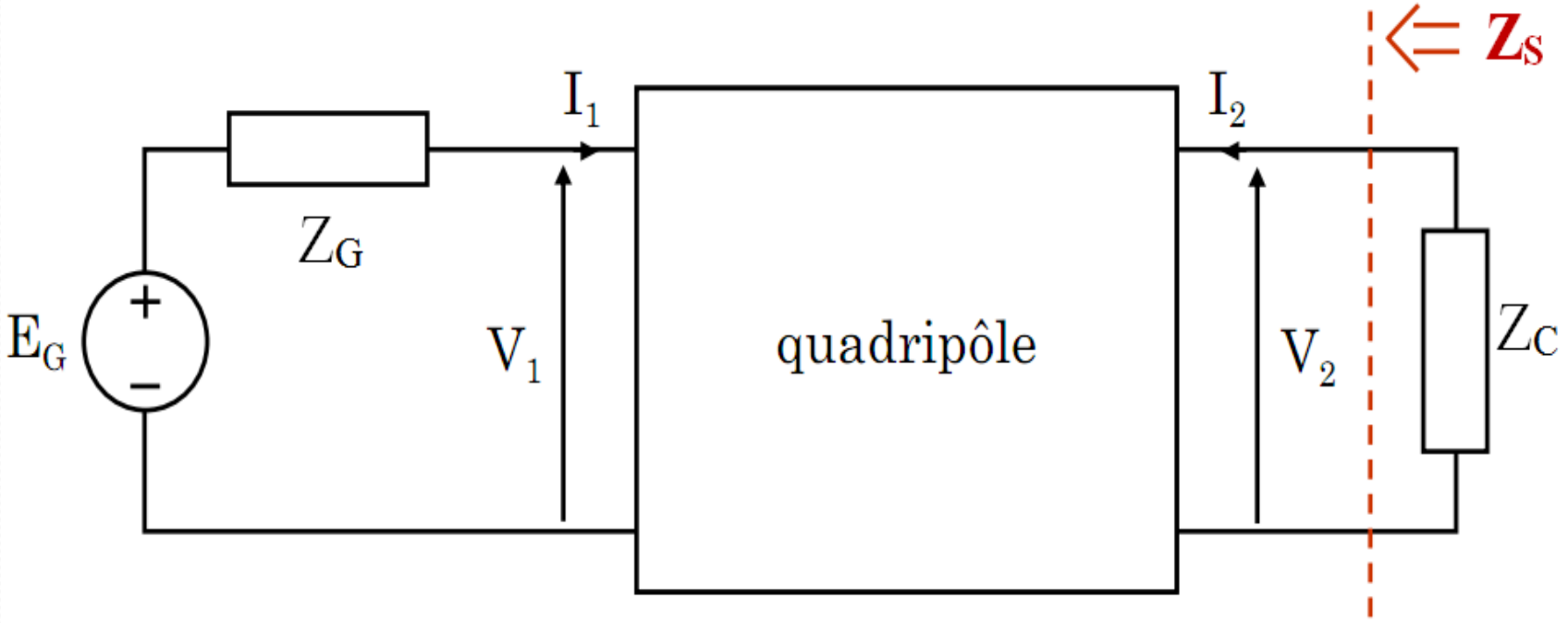
$$\begin{cases} v_1 = T_{11} v_2 + T_{12} i_2 \\ i_1 = T_{21} v_2 + T_{22} i_2 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{Ze} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{T_{12} + T_{11} Z_C}{T_{22} + T_{21} Z_C}$$

avec $v_2 = Z_C i_2$

- si le quadripôle n'est chargé $(\mathbf{Z_C} \to \infty)$ alors $\mathbf{Ze} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{T_{11}}{T_{21}}$
- Cette impédance est en général élevée pour un amplificateur pour ne pas perturber la source qui l'attaque.

4.2. Impédance de sortie Zs (paramètre de sortie)

- Zs est l'impédance vue en sortie (de la charge) quand l'entrée est fermée par une impédance du générateur Zg.



- L'impédance de sortie est donnée par: $\mathbf{Zs} = \left.\frac{v_2}{-i_2}\right|_{E_G=0}$

  - la matrice de transfert permet d'écrire:

$$\textbf{avec} \quad v_1 = -Z_G i_1$$

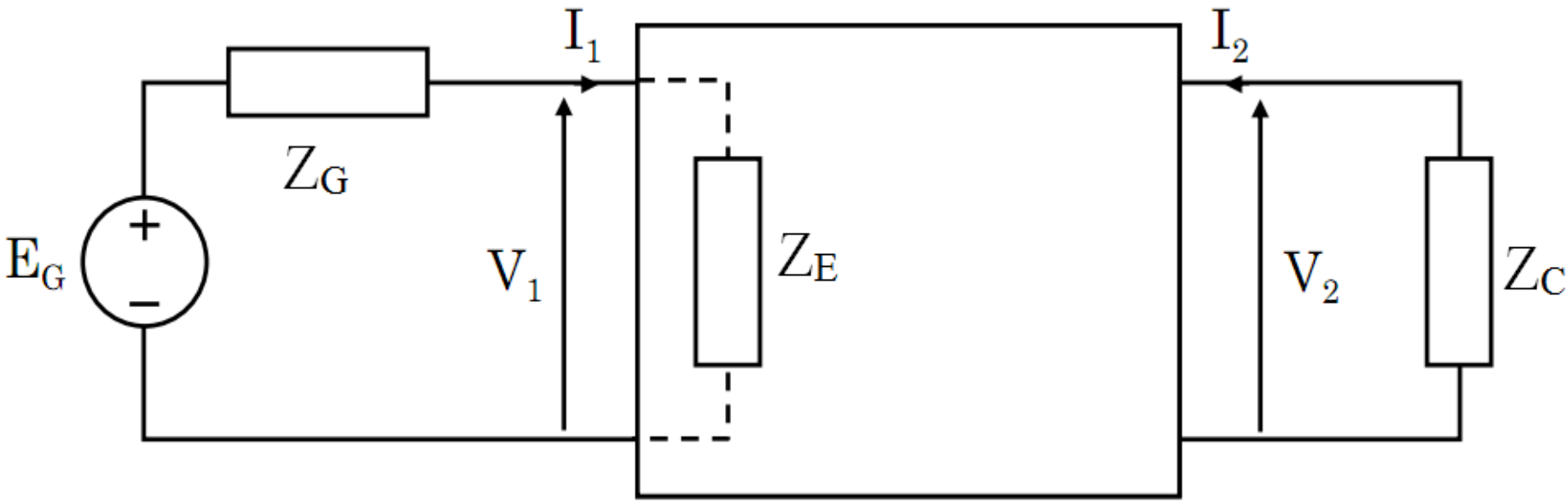
$$\begin{cases} V_1 = T_{11}V_2 + T_{12}i_2 \\ i_1 = T_{21}V_2 + T_{22}i_2 \end{cases} \Rightarrow Z_S = \frac{T_{12} + Z_g T_{22}}{T_{11} + Z_g T_{21}}$$

- si le générateur est parfait $(\mathbf{Z_G = 0})$ alors $\mathbf{Zs} = \frac{T_{12}}{T_{11}}$
- Cette valeur sera en général faible pour un amplificateur

4.3. Autres paramètres caractéristiques des quadripôles

4.3.1 Le gain en tension Av

- C'est le rapport de la tension de sortie sur la tension d'entrée. C'est le facteur multiplicatif d'un amplificateur.



Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

- Le gain en tension donné par:

$$A_v = \frac{v_2}{v_1}$$

4.3.2 Le gain en courant Av

- C'est le rapport du courant de sortie sur le courant d'entrée.

$$A_i = \frac{i_2}{i_1}$$

- **Remarque 1 : Ze, Zs, Av et Ai sont des grandeurs fondamentales des quadripôles.**

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

- **Remarque 2 : Gain en décibels.**
  - Le gain est adimensionnel. Il dépend de la fréquence du signal d'entrée tout en restant pratiquement constant dans la plage de Fréquences constituant la **bande passante**.
  - Très souvent, le gain sera exprimé en décibels (dB)

$$\mathbf{A}_v(dB) = 20\log_{10}\left|\frac{v_2}{v_1}\right|$$

  - Notation très utilisé en électronique : **fondamental !**

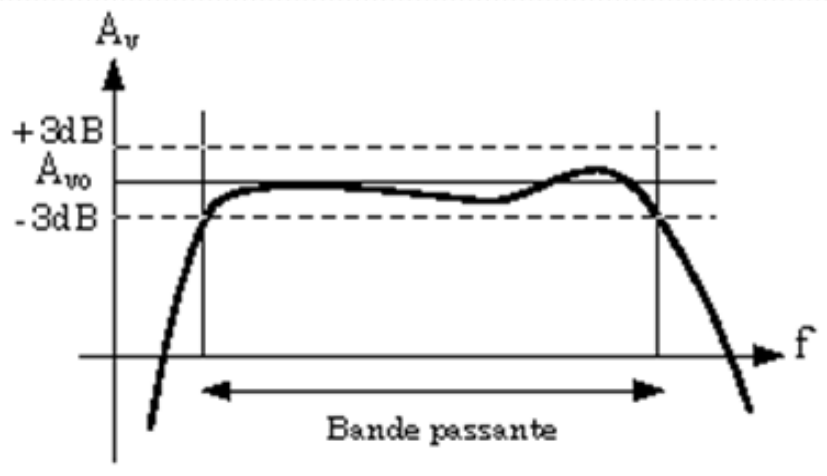
$$si\ \left|\frac{v_2}{v_1}\right| \rangle 1 \rightarrow \mathbf{A}_v(dB) \rangle 0 \rightarrow \textbf{Amplification}$$

$$si\ \left|\frac{v_2}{v_1}\right| \langle 1 \rightarrow \mathbf{A}_v(dB) \langle 0 \rightarrow \textbf{Atténuation}$$

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

- **La bande passante**

- C'est la plage de fréquence pour laquelle le gain en tension A_v reste dans une fourchette comprise entre +/-3dB autour d'une valeur nominale A_{vo}. On parle de bande passante à -3dB.



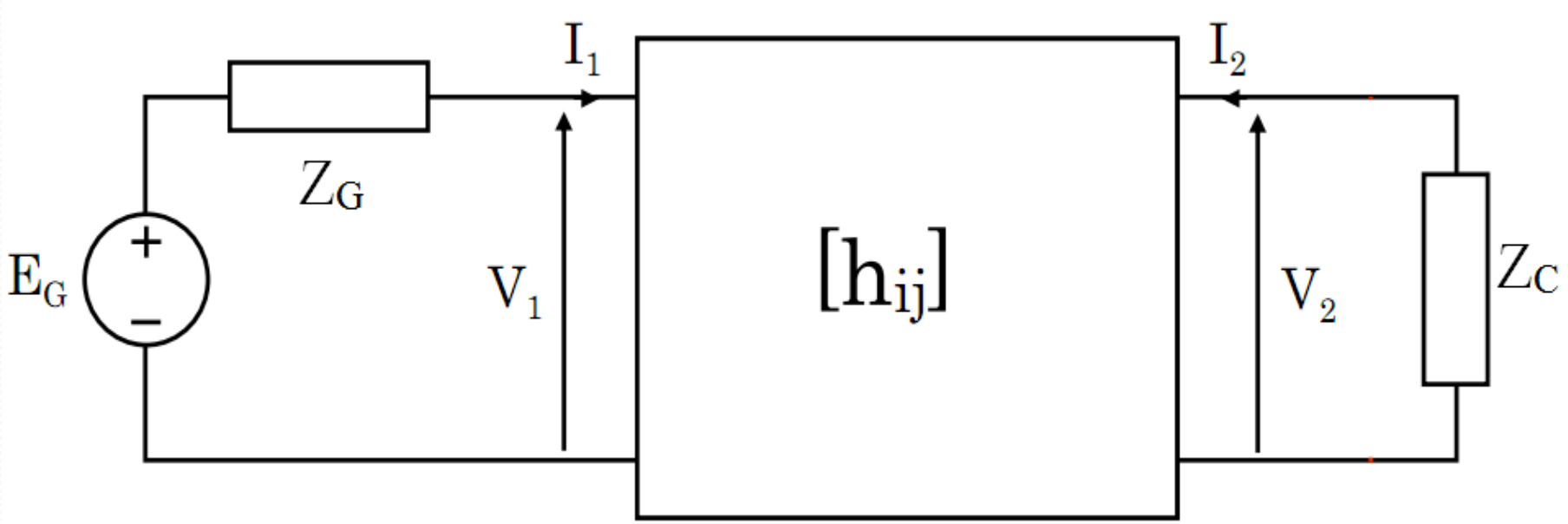
4.3.3 Autres grandeurs

- **Le gain en puissance:** $G = \frac{P_2}{P_1} = \left|\frac{v_2 i_2}{v_1 i_1}\right| = \left|A_v A_i\right|$

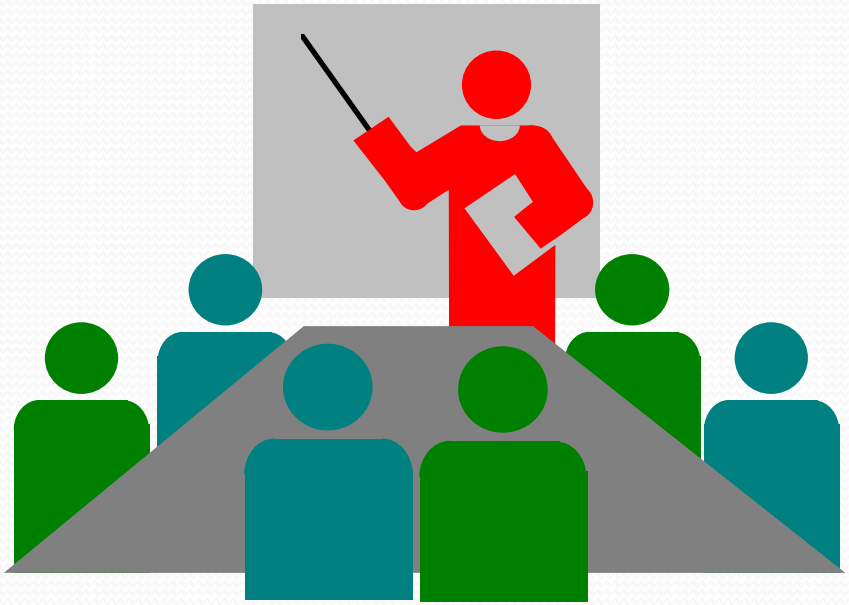
- **Le gain de transrésistance:** $R_m = \frac{v_2}{i_1}$

- **Le gain de transconductance:** $G_m = \frac{i_2}{v_1}$

5. Quadripôle chargé: exemple de calcul des grandeurs caractéristiques



- **Déterminer Ai, Av, Ze et Zs**



FIN