

ELECTRONIQUE ANALOGIQUE 1

LICENCE 1
ANNEE ACADEMIQUE 2013/2014

Objectif de l'enseignement

- ▶ Comprendre les composants actifs de base
- ▶ Etre capable :
 - d'expliquer le fonctionnement des composants électroniques élémentaires
 - d'exposer et d'utiliser les concepts de base nécessaires à l'analyse des circuits électroniques analogiques.

Contenu du cours

- ▶ Les semi-conducteurs, modèles, redressement mono et double alternance, diode Zener, Varicap, photodiode, le transistor bipolaire, le transistor bipolaire en régime statique, en régime dynamique.
- ▶ Les quadripôles
- ▶ Régime dynamique.
- ▶ Montages EC, CC, BC.
- ▶ Fonction amplification.
- ▶ Le transistor à effet de champ.
- ▶ Modèle physique.
- ▶ Polarisation.
- ▶ Modèle équivalent en dynamique.
- ▶ Montages SC, DC, GC.
- ▶ L'amplificateur différentiel.
- ▶ L'amplificateur opérationnel en régime linéaire

Prérequis

- ▶ Mathématique
- ▶ Electrocinétique



Evaluations



Plan du cours

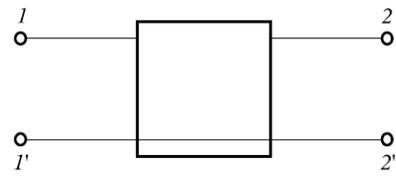
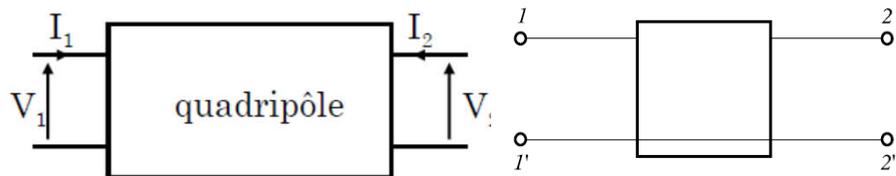
- ▶ Chapitre 1 : Les quadripôles
- ▶ Séance de TD
- ▶ Chapitre 2: Les diodes
- ▶ Séance de TD
- ▶ Chapitre 3 : Transistor bipolaire
- ▶ Séance de TD
- ▶ Chapitre 4 : Amplificateur Opérationnel en régime linéaire
- ▶ Chapitre 5: Amplificateur différentiel Filtres du 1^{er}
- ▶ Séance de TD

Chapitre 1

Les quadripôles

Généralités

- ▶ Un quadripôle est un composant ou un circuit à deux entrées et deux sorties qui permet le transfert d'énergie entre deux dipôles



Très souvent, le quadripôle est un tripôle: une borne de l'entrée et une borne de la sortie sont reliées par un court-circuit interne et souvent mise à la terre

- ▶ Les signaux électriques en entrée et en sortie peuvent être de nature différente (tension, courant, puissance)
- ▶ Représentation
 - Par convention, on donne le sens positif aux courants qui pénètrent dans le quadripôle

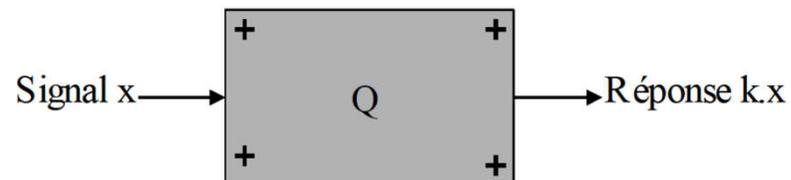
Généralités

- ▶ Utilisation pratique
 - On distingue deux types de quadripôles
 - Quadripôle actif: contient des sources liées (Amplificateur...)
 - Quadripôle passif: constitué uniquement de composant passifs (bobine, résistors, condensateurs, diodes,...)
 - Le quadripôle peut être linéaire
- ▶ La représentation quadripôle a pour principal intérêt de considérablement simplifier l'étude des circuits électroniques.

Généralités

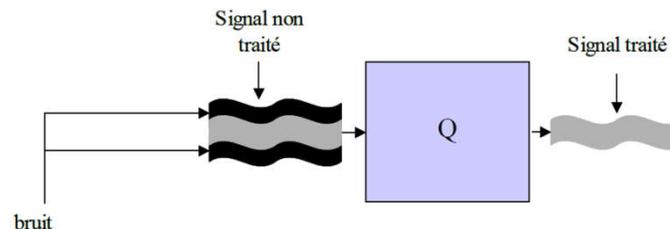
▶ Les 3 principales fonctions:

- Amplification: la structure réalise une amplification ou une atténuation

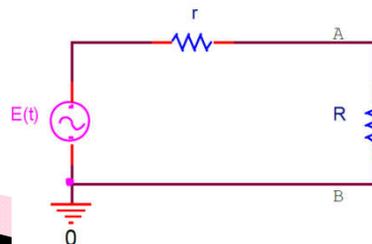


Si $|k| > 1$ on parle d'amplification
Si $|k| < 1$ on parle d'atténuation

- Traitement de signal: le but est d'extraire le signal utile du bruit de fond



- Adaptation d'impédance : le but est d'optimiser le transfert d'une puissance électrique entre un émetteur (source) et un récepteur électrique (charge)



Pour avoir le maximum de puissance, il faut que $R = r$
 \Rightarrow pour réaliser cela, on utilise des quadripôles.

Mise en équation d'un quadripôle

- ▶ Si le système est linéaire, les relations de transfert peuvent être représentées en termes matriciels
- ▶ Dans ce cas il existe quatre (04) possibilités
 - Les paramètres impédances (paramètre z)
 - Les paramètres admittances (paramètre y)
 - Les paramètres hybrides (paramètre h)
 - Les paramètres transferts (paramètre T)

Rappel sur les matrices 2×2

► Multiplication

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} Y_1 = a.X_1 + b.X_2 \\ Y_2 = c.X_1 + d.X_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{bmatrix}$$



Ce produit n'est pas commutatif.

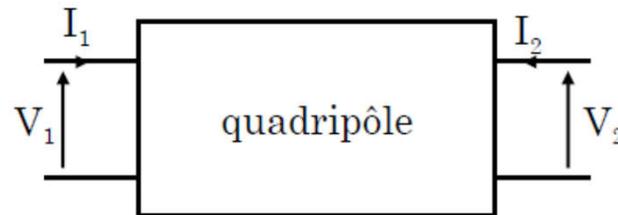
► Inversion

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad a.d - b.c \neq 0$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

► Définition

- On exprime les tensions en fonction des courants
- Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances)



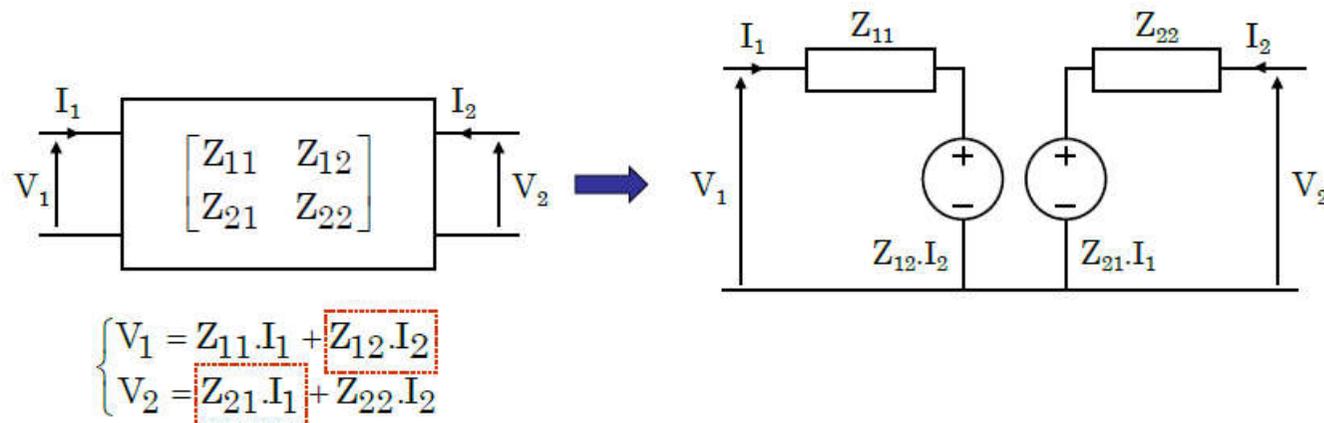
► Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

► Schéma équivalent

- Il est parfois commode de remplacer le quadripôle étudié par son schéma équivalent donné par la matrice du quadripôle.
- La connaissance de ce schéma équivalent est particulièrement utile lorsque le réseau réel n'est pas connu et que la détermination des paramètres résulte de mesures.



Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ On déduit les définitions suivantes:

$$z_{11} = \frac{v_1}{i_1} \left| \begin{array}{l} \rightarrow : \text{impédance d'entrée du quadripôle à sortie ouverte} \\ i_2 = 0 \end{array} \right.$$

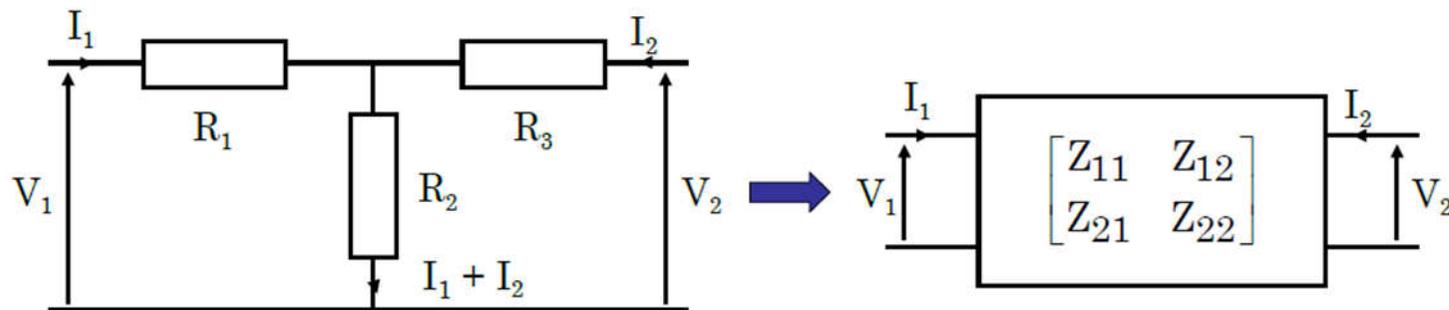
$$z_{12} = \frac{v_1}{i_2} \left| \begin{array}{l} \rightarrow \text{ impédance de transfert inverse à entrée en Circuit ouvert} \\ i_1 = 0 \end{array} \right.$$

$$z_{21} = \frac{v_2}{i_1} \left| \begin{array}{l} \rightarrow : \text{Impédance de transfert direct à sortie ouverte} \\ i_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$z_{22} = \frac{v_2}{i_2} \left| \begin{array}{l} \rightarrow \text{ Impédance de sortie à entrée en Circuit ouvert} \\ i_1 = 0 \end{array} \right.$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile ou T (méthode 1)



- On trouve Z_{11} et Z_{21} en annulant I_2

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + \cancel{Z_{12} \cdot I_2} \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + \cancel{Z_{22} \cdot I_2} \end{cases}$$

- On trouve Z_{12} et Z_{22} en annulant I_1

$$\begin{cases} V_1 = \cancel{Z_{11} \cdot I_1} + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = \cancel{Z_{21} \cdot I_1} + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)

Détermination de Z_{11} : Si $I_2 = 0$ alors $V_1 = Z_{11} \cdot I_1$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0}$$

Détermination de Z_{21} : Si $I_2 = 0$ alors $V_2 = Z_{21} \cdot I_1$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0}$$

Détermination de Z_{12} : Si $I_1 = 0$ alors $V_1 = Z_{12} \cdot I_2$

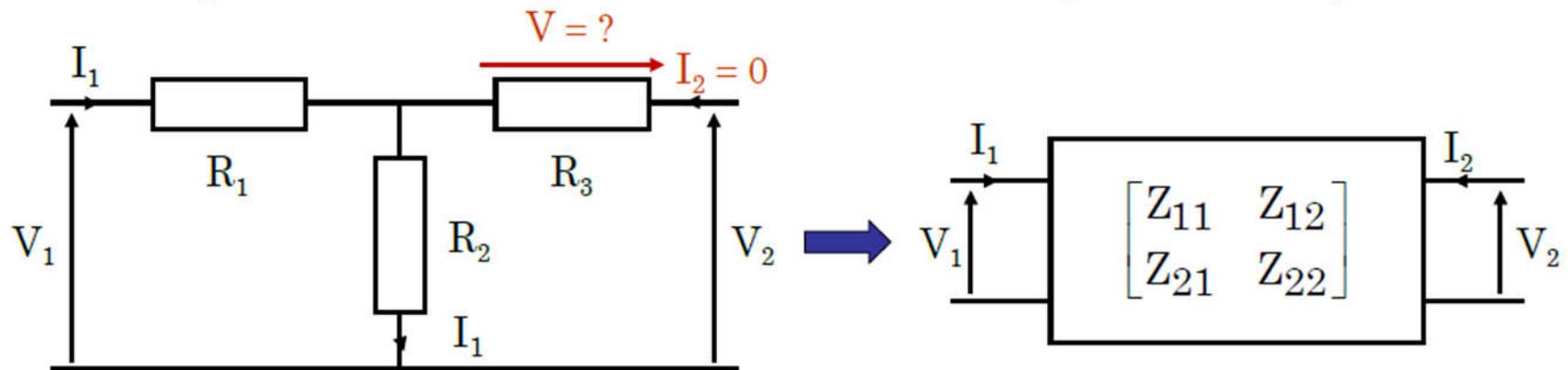
$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1 = 0}$$

Détermination de Z_{22} : Si $I_1 = 0$ alors $V_2 = Z_{22} \cdot I_2$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1 = 0}$$

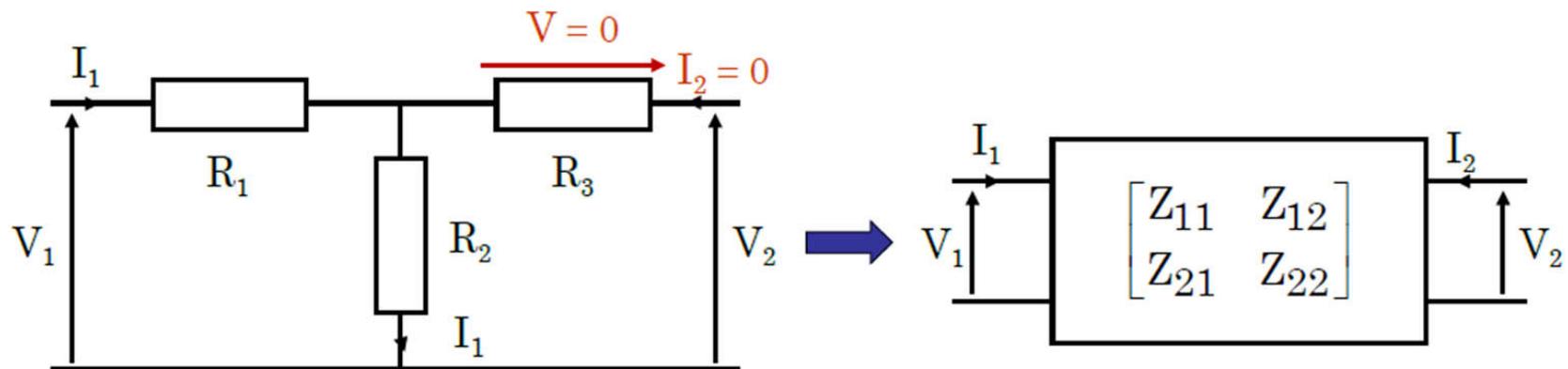
Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)



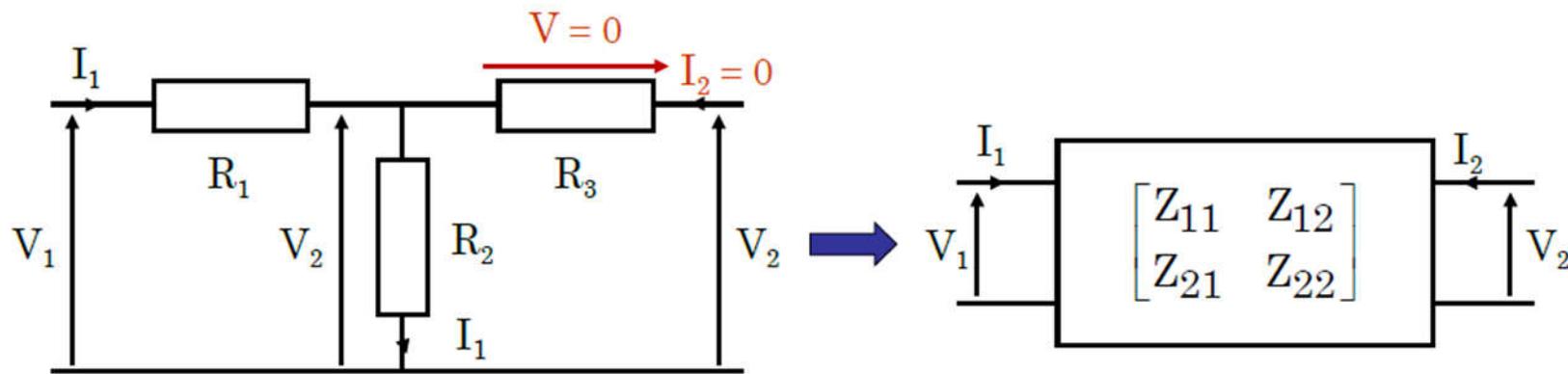
Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)



Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)



- ▶ D'où

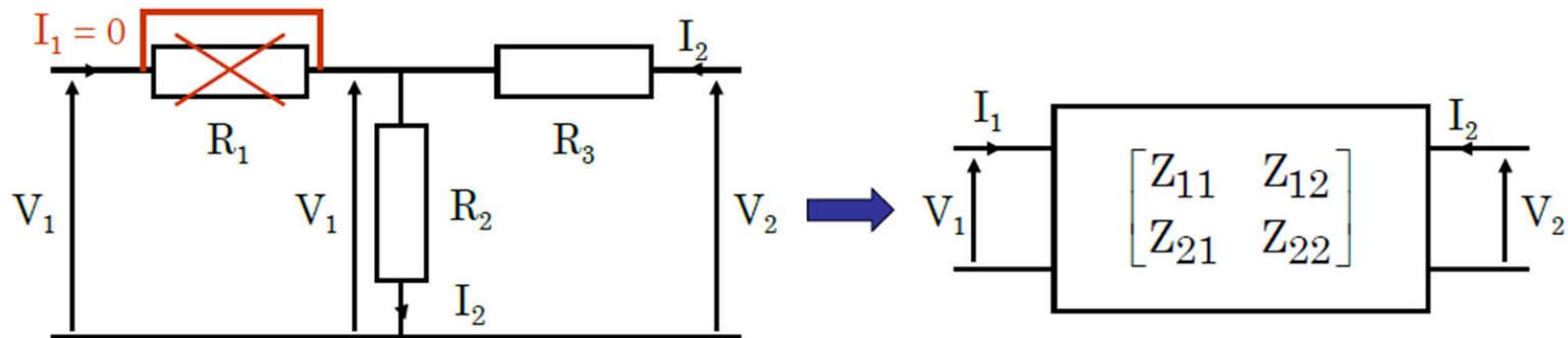
- $V_1 = R_1 I_1 + R_2 I_1 = (R_1 + R_2) I_1$
- $V_2 = R_2 I_1$

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} = R_1 + R_2$$

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0} = R_2$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)



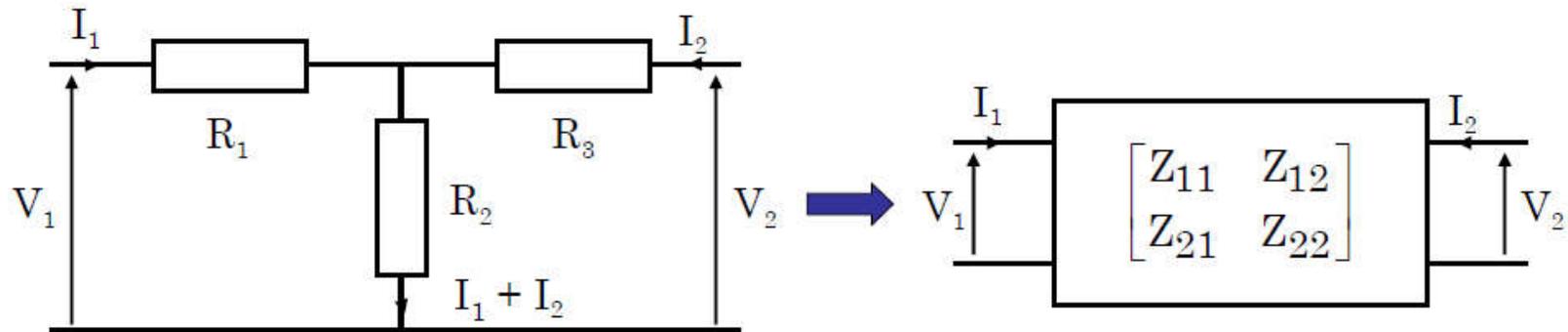
- $V_1 = R_2 I_2$
- $V_2 = R_3 I_2 + R_2 I_2 = (R_2 + R_3) I_2$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1 = 0} = R_2$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1 = 0} = R_2 + R_3$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 1)
 - Ecriture matricielle

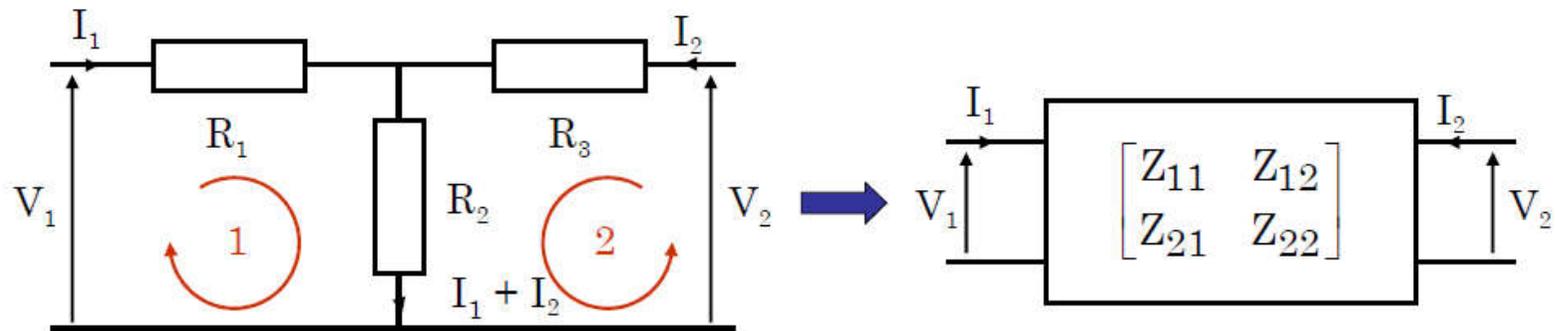


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

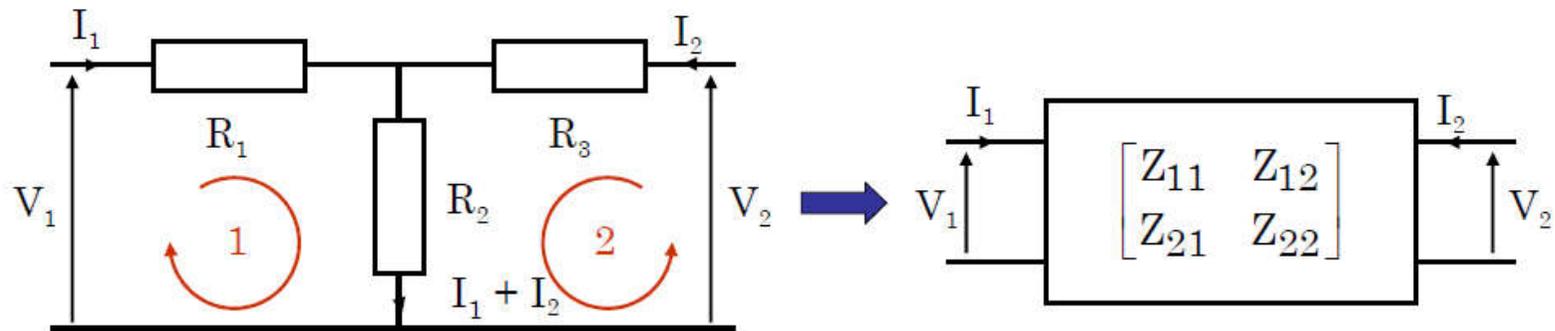
- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (méthode 2)



- Autre méthode : on écrit la loi des mailles en entrée et en sortie:

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (2ème méthode)



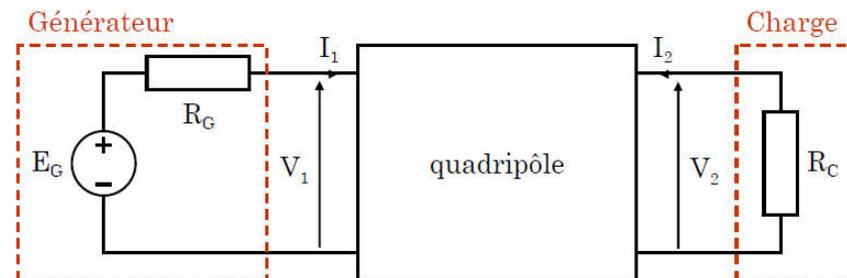
- Autre méthode : on écrit la loi des mailles en entrée et en sortie:

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I_1 + R_2 (I_1 + I_2) = (R_1 + R_2) I_1 + R_2 I_2 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = R_3 I_2 + R_2 (I_1 + I_2) = (R_2 + R_3) I_2 + R_2 I_1 = Z_{22} I_1 + Z_{21} I_2 \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

▶ Grandeurs fondamentales

- Quand le quadripôle est attaqué par un générateur (E_G , R_G) et qu'il est fermé sur une charge (R_C), il existe un état électrique du quadripôle qui dépend du générateur et de la charge.



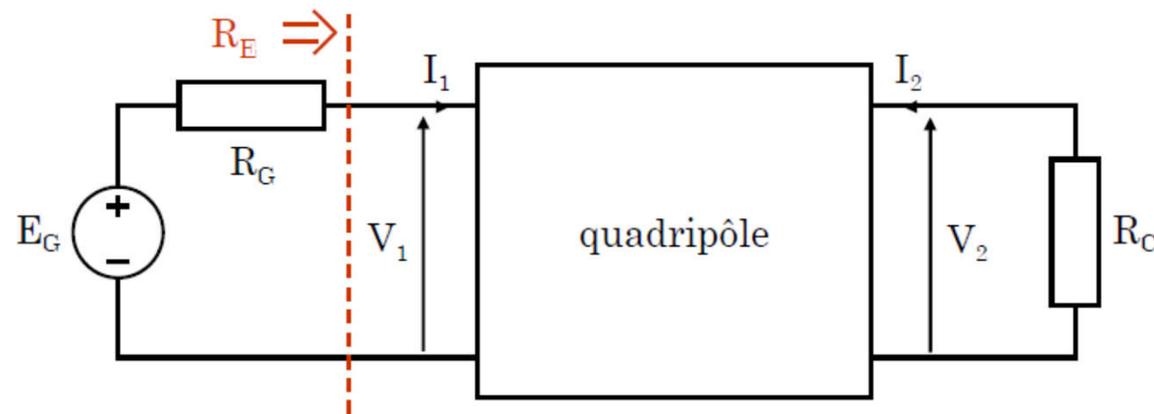
- Il est possible de définir des grandeurs caractéristiques comme l'impédance d'entrée, l'impédance de sortie, les gains en courant, tension et puissance.

Les paramètres impédances (paramètre z)

- Impédance d'entrée R_E

- R_E est l'impédance vue en entrée quand la sortie est chargée par une impédance R_C . La matrice impédance permet d'écrire :

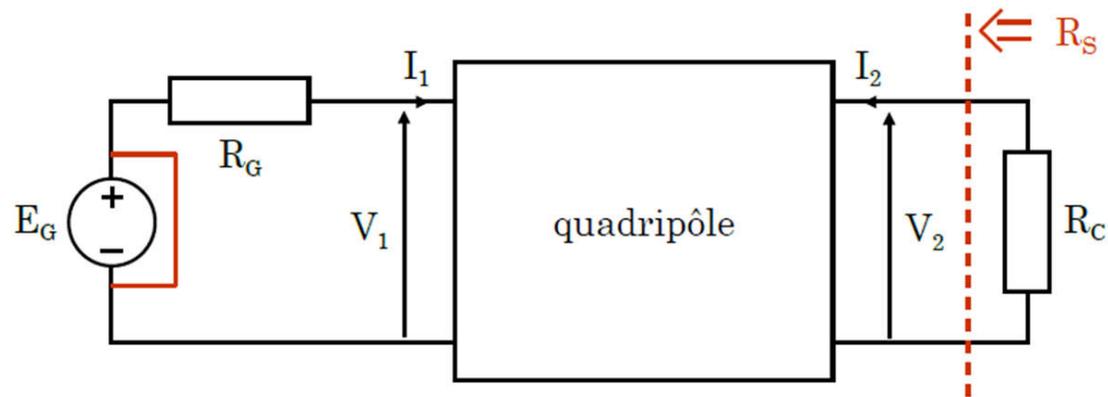
$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = -R_C \cdot I_2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad R_E = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + R_C}$$



- Si le quadripôle n'est pas chargé ($R_C \rightarrow \infty$) alors $R_E = Z_{11}$.

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Impédance de sortie R_S

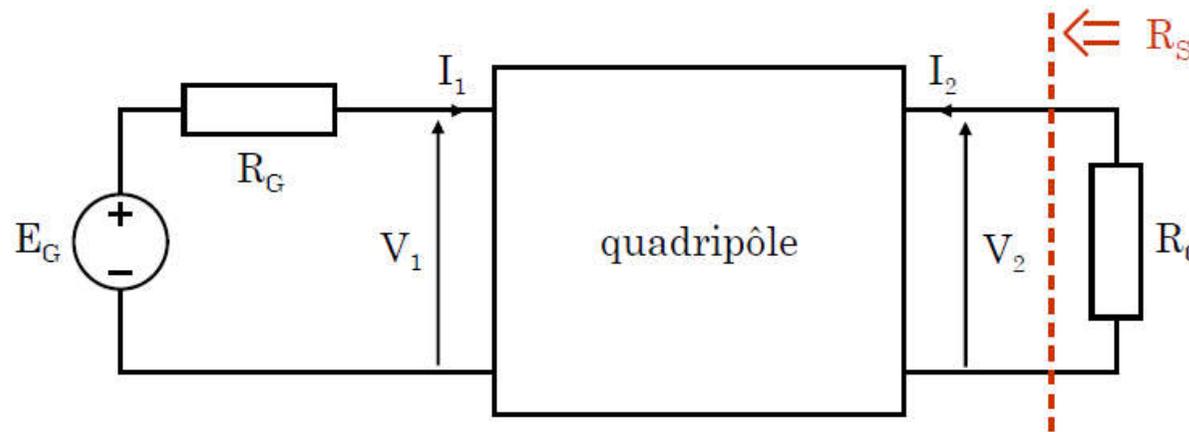


- R_S est l'impédance vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance du générateur R_G . La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = \\ V_2 = \end{cases} \quad \rightarrow \quad R_S = \frac{V_2}{I_2} =$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Impédance de sortie R_S

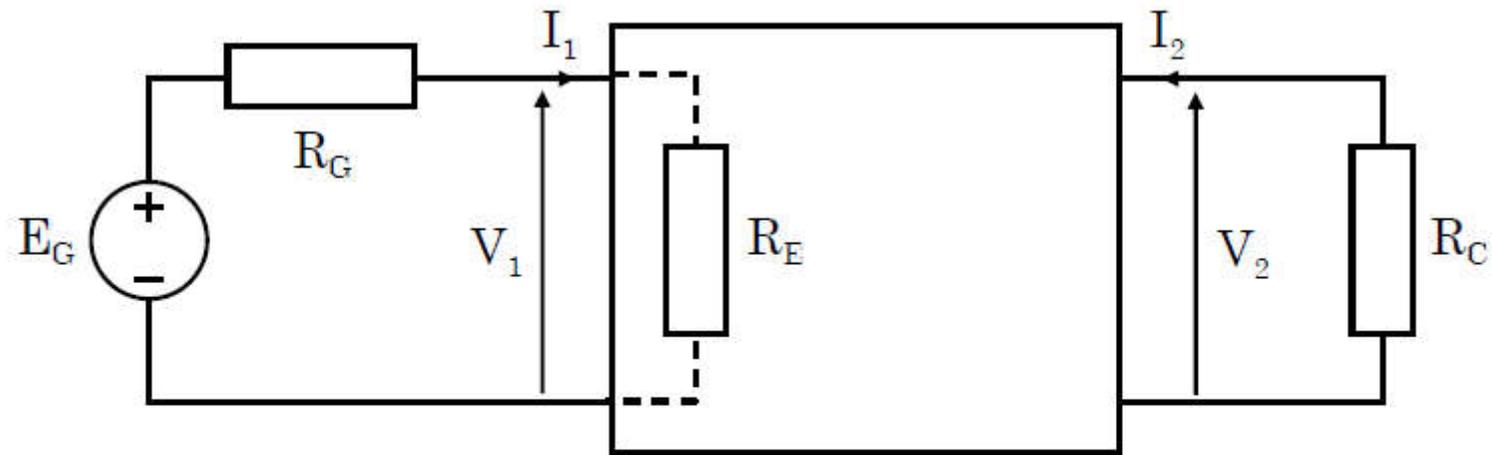


- R_S est l'impédance vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance du générateur R_G . La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 = -R_G.I_1 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad R_S = Z_{22} - \frac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{11} + R_G}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

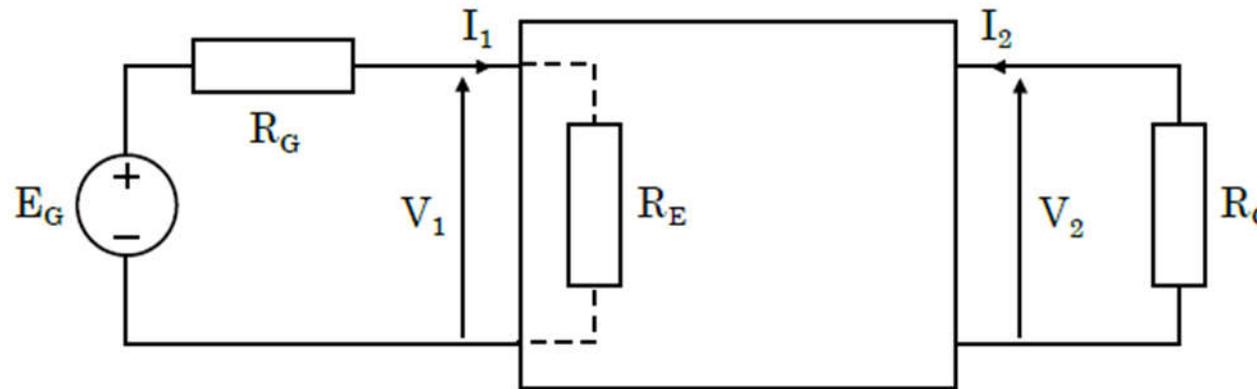
- ▶ Gain en courant A_i



$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = -R_C \cdot I_2 \quad \Rightarrow \quad A_i = \frac{I_2}{I_1} =$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Gain en courant A_i

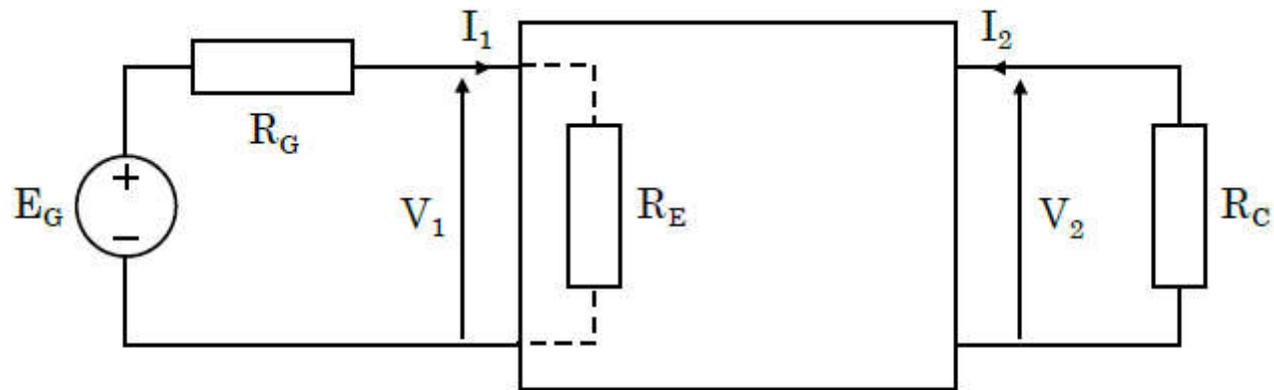


$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 = -R_C \cdot I_2 \quad \Rightarrow \quad A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{R_C + Z_{22}}$$

- Ce gain n'a de sens si la charge est présente : $I_2 \neq 0$

Les paramètres impédances (paramètre z)

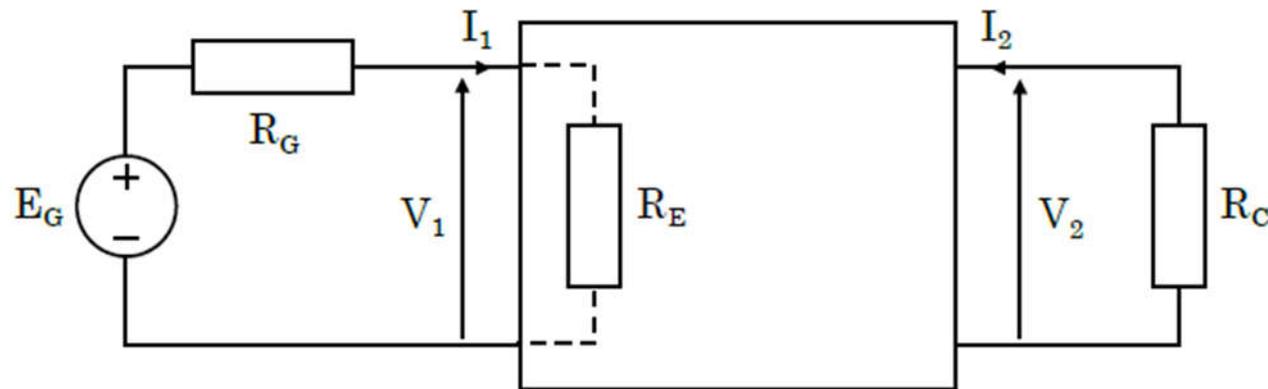
- ▶ Gain en tension A_v



$$A_v = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_C}{R_E} \frac{I_2}{I_1}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Gain en tension A_v

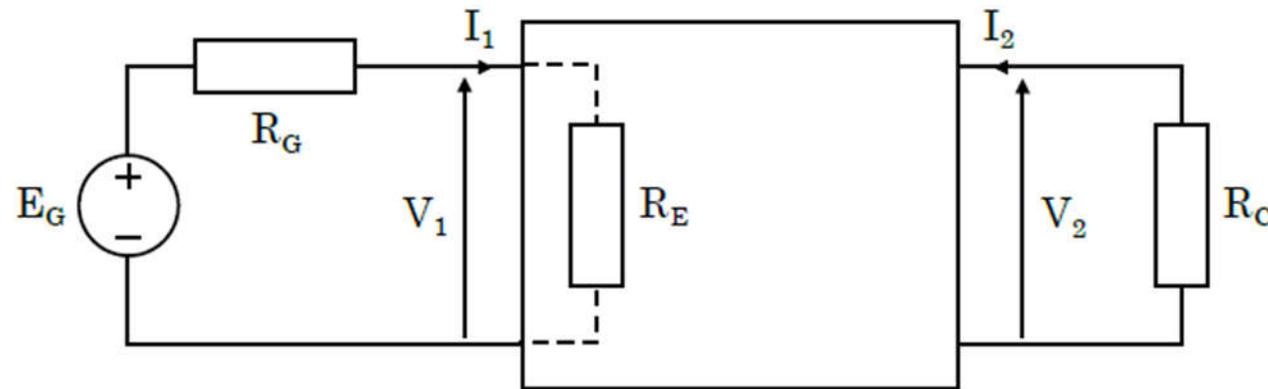


$$A_v = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_C}{R_E} \frac{I_2}{I_1} = \frac{-R_C}{Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + R_C}} \cdot \frac{-Z_{21}}{R_C + Z_{22}} = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + \frac{Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}}{R_C}}$$

- Si le quadripôle n'est pas chargé ($R_C \rightarrow \infty$) alors : $A_v = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Gain composite en tension A_{VG}

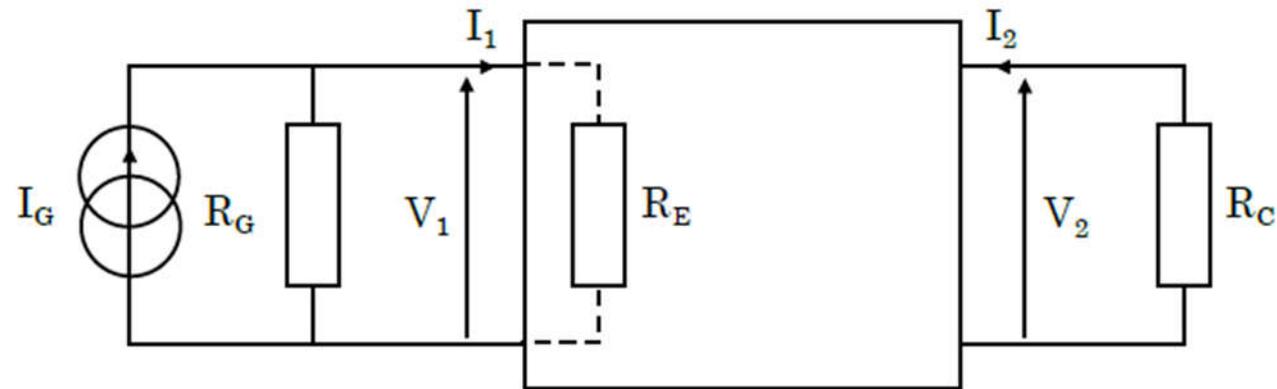


$$A_{vg} = \frac{V_2}{E_G} = \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{V_1}{E_G} = A_v \cdot \frac{R_E}{R_E + R_G}$$

- Si le quadripôle n'est pas chargé ($R_C \rightarrow \infty$) alors : $A_{vg} = \frac{R_E}{R_E + R_G} \frac{Z_{21}}{Z_{11}}$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Gain composite en courant A_{iG}

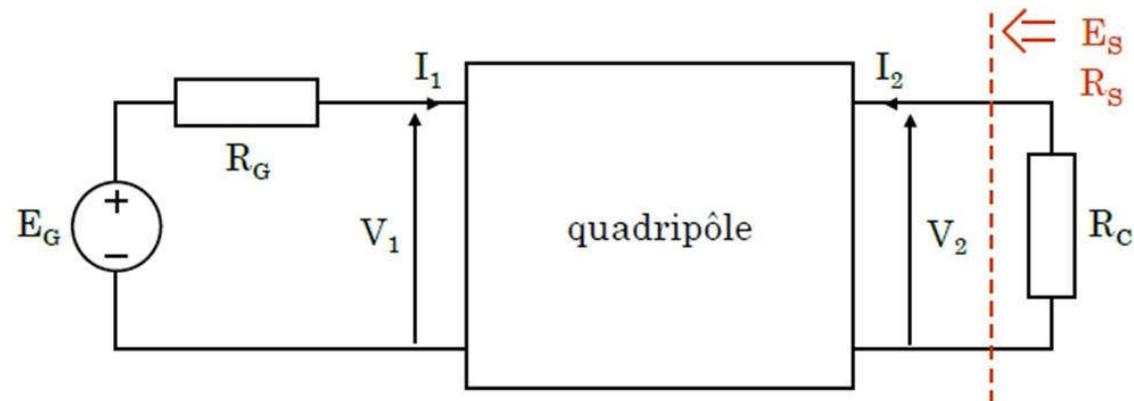


$$A_{ig} = \frac{I_2}{I_G} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_G} = A_i \cdot \frac{R_G}{R_G + R_E}$$

- Ce gain n'a de sens que si la charge est présente : $I_2 \neq 0$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- Modélisation du quadripôle étoile



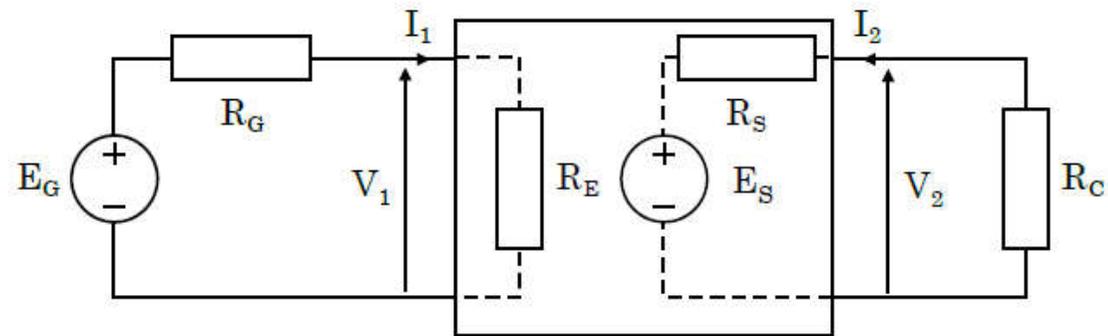
- Pour cette représentation équivalente du quadripôle on a :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 = E_G - R_G \cdot I_1 \\ V_2 = Z_{21} \cdot \frac{E_G - Z_{12} \cdot I_2}{Z_{11} + R_G} + Z_{22} \cdot I_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \cdot E_G + \left(Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \right) I_2 \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- Modélisation du quadripôle étoile



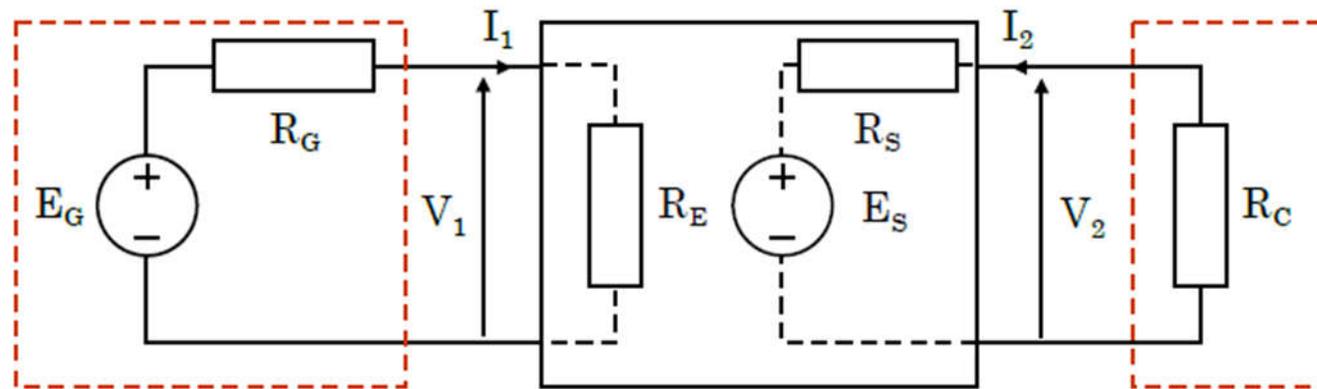
- Pour cette représentation équivalente du quadripôle on a :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = E_G - R_G.I_1 \\ V_2 = E_S + R_S.I_2 \end{cases}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 = E_G - R_G.I_1 \\ V_2 = Z_{21} \frac{E_G - Z_{12}.I_2}{Z_{11} + R_G} + Z_{22}.I_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + R_G} . E_S + \left(Z_{22} - \frac{Z_{12}.Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \right) I_2 \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Modélisation du quadripôle étoile

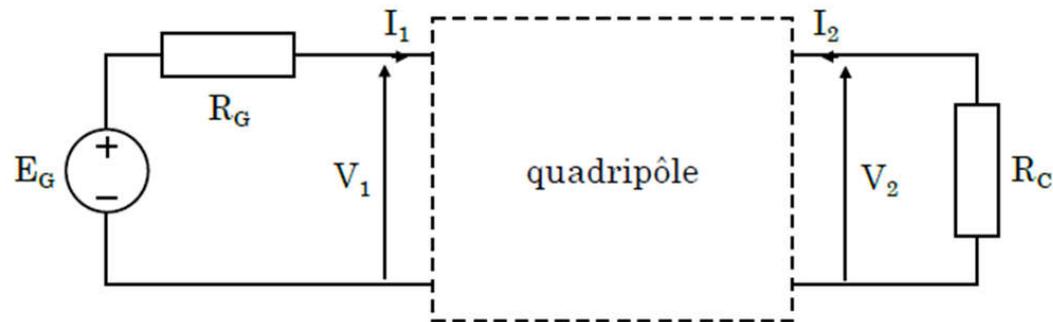


- Pour cette représentation équivalente du quadripôle on a :

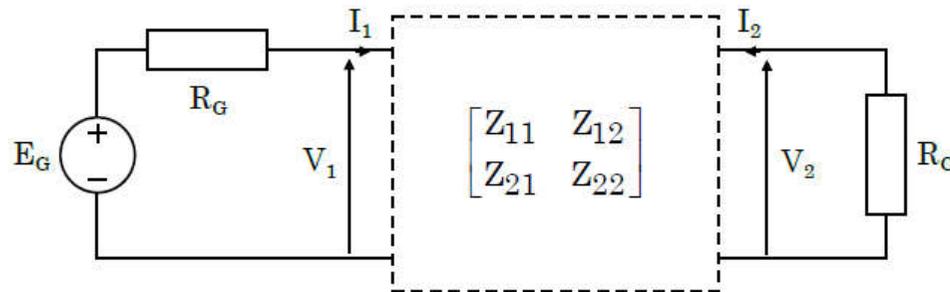
$$\begin{cases} R_E = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + R_C} \\ R_S = R_S = Z_{22} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \\ E_S = \frac{Z_{21}}{Z_{11} + R_G} \cdot E_G = A_{vg} \cdot E_G \end{cases}$$

Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Schéma équivalent du circuit ci-dessous:

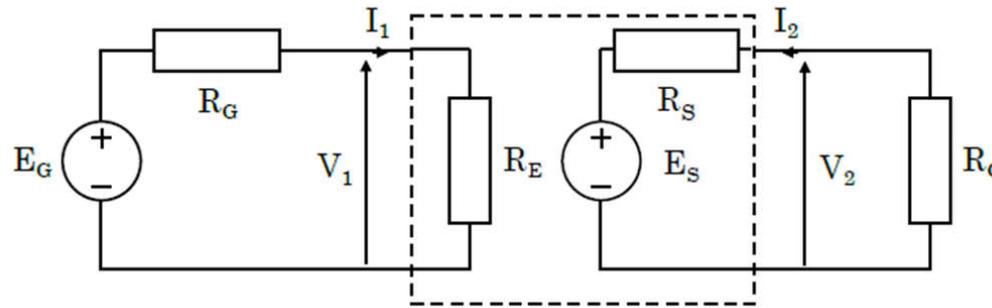


- ▶ Le quadripôle inconnu est remplacé par la matrice du quadripôle

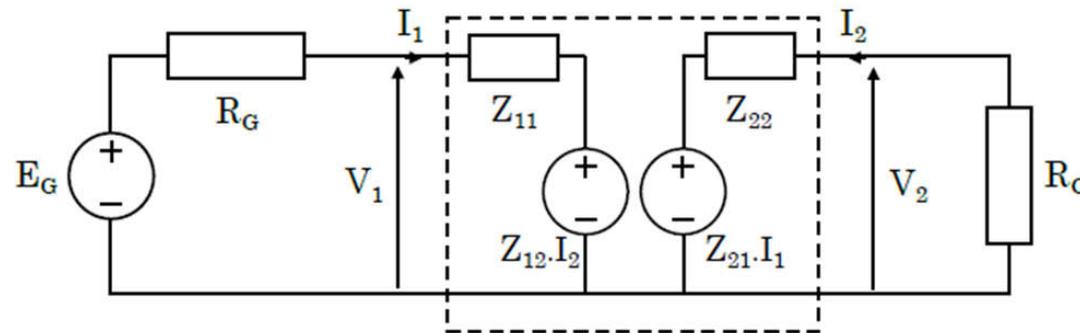


Les paramètres impédances (paramètre z)

- ▶ Schéma équivalent avec les grandeurs fondamentales



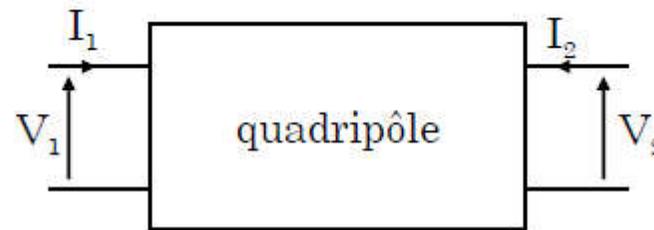
- ▶ Schéma équivalent avec les impédances



Les paramètres admittances (paramètre y)

► Définition

- On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension d'admittances.



► Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ On déduit les définitions suivantes:

$$y_{11} = \frac{i_1}{v_1} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Admittance d'entrée à sortie en court-circuit} \\ v_2 = 0 \end{array} \right.$$

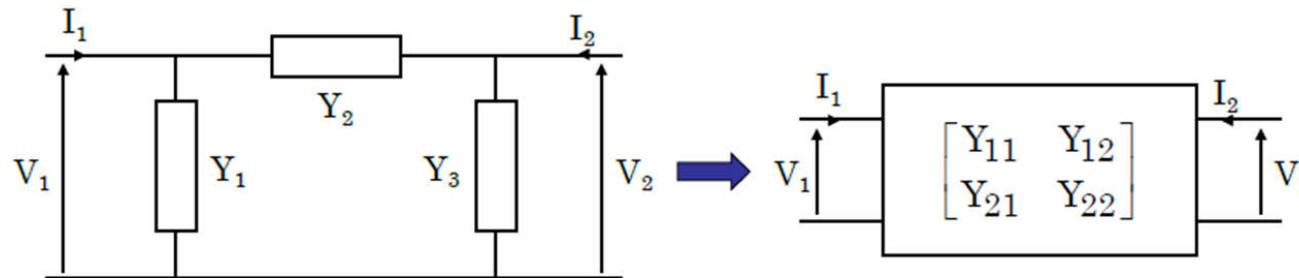
$$y_{12} = \frac{i_1}{v_2} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Admittance de transfert inverse à entrée en court circuit} \\ v_1 = 0 \end{array} \right.$$

$$y_{21} = \frac{i_2}{v_1} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Admittance de transfert direct à sortie en court circuit} \\ v_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$y_{22} = \frac{i_2}{v_2} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Admittance de sortie à entrée en court-circuit} \\ v_1 = 0 \end{array} \right.$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- On trouve Y_{11} et Y_{21} , en annulant V_2

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot V_1 + \cancel{Y_{12} \cdot V_2} \\ I_2 = Y_{21} \cdot V_1 + \cancel{Y_{22} \cdot V_2} \end{cases}$$

- On trouve Y_{12} et Y_{22} , en annulant V_1

$$\begin{cases} I_1 = \cancel{Y_{11} \cdot V_1} + Y_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = \cancel{Y_{21} \cdot V_1} + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)

Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11} \cdot V_1$

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0}$$

Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21} \cdot V_1$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0}$$

Détermination de Y_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $I_1 = Y_{12} \cdot V_2$

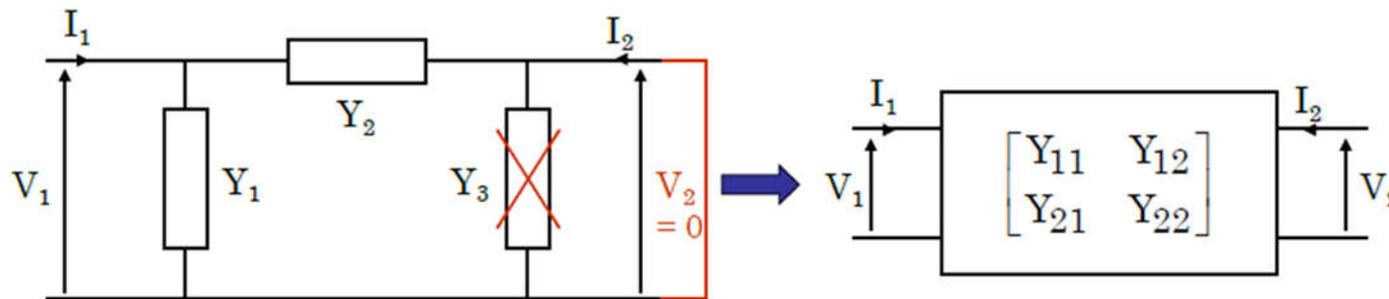
$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1 = 0}$$

Détermination de Y_{22} : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = Y_{22} \cdot V_2$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1 = 0}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11} \cdot V_1$

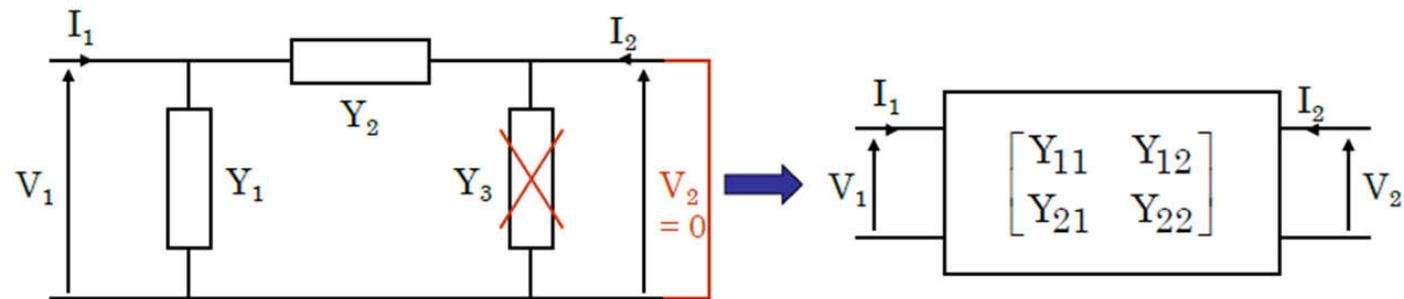
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0}$$

- Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21} \cdot V_1$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11} \cdot V_1$

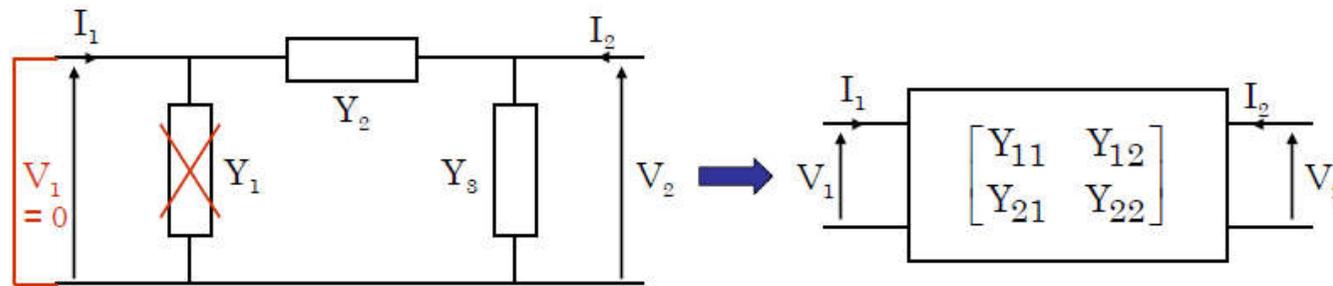
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = Y_1 + Y_2$$

- Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21} \cdot V_1$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = -Y_2$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de Y_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $I_1 = Y_{12} \cdot V_2$

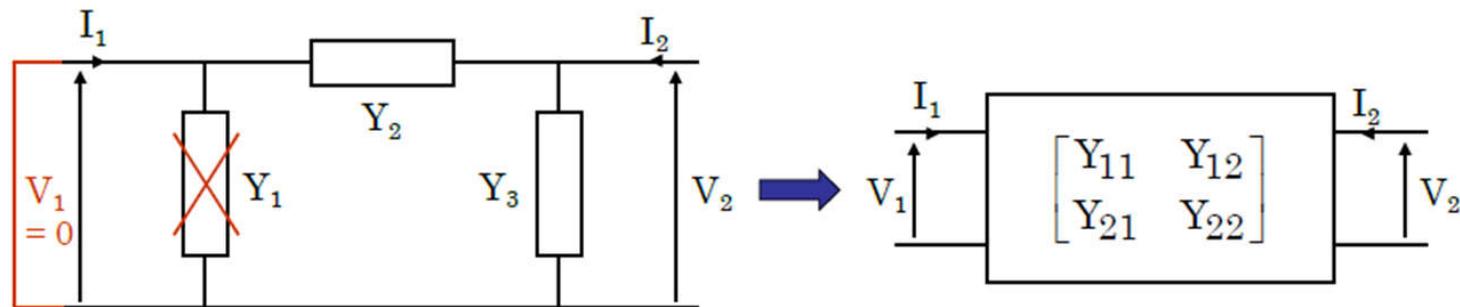
$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1 = 0} =$$

- Détermination de Y_{22} : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = Y_{22} \cdot V_2$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1 = 0} =$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de Y_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $I_1 = Y_{12} \cdot V_2$

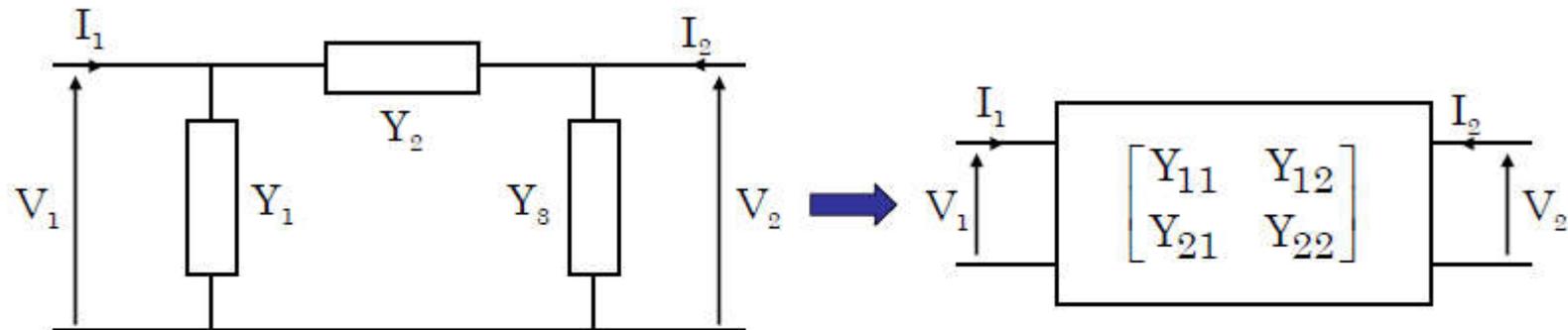
$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1 = 0} = -Y_2$$

- Détermination de Y_{22} : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = Y_{22} \cdot V_2$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1 = 0} = Y_2 + Y_3$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)

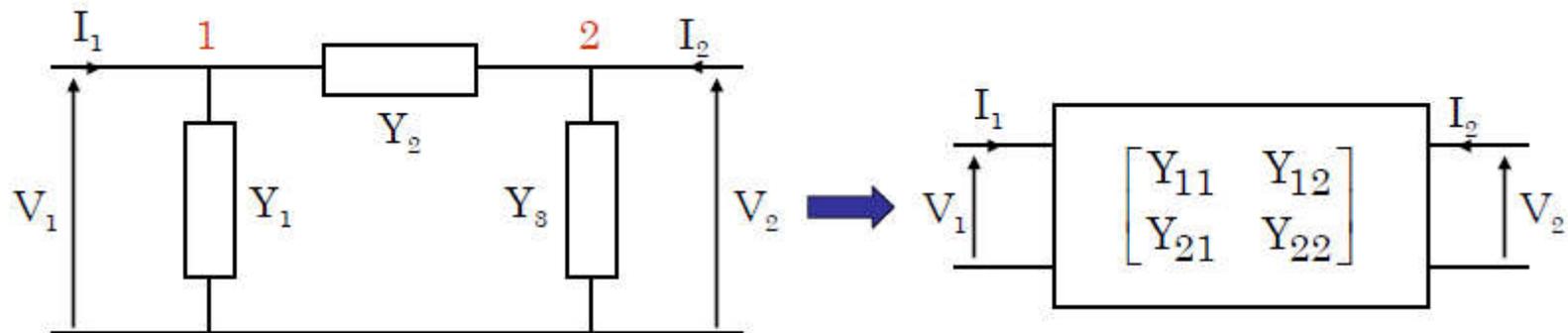


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)

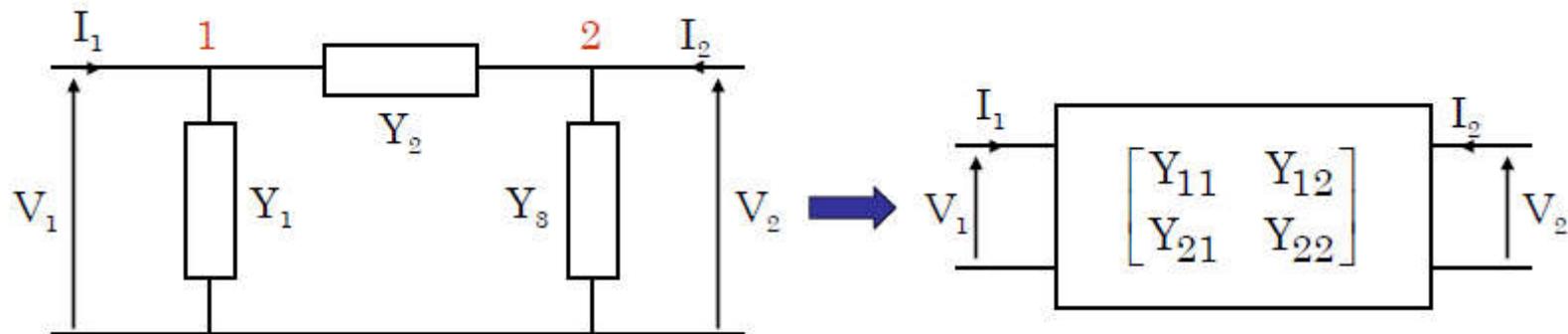


- Autre méthode : on écrit la loi des noeuds en entrée et en sortie:

$$\begin{array}{l} 1 \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \\ I_2 = \end{array} \right. \\ 2 \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \\ I_2 = \end{array} \right. \end{array}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)



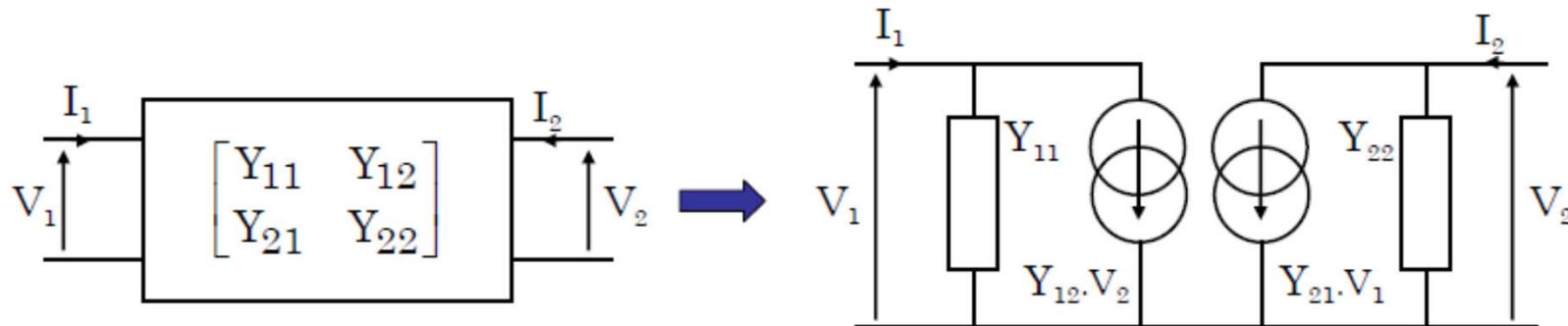
- Autre méthode : on écrit la loi des noeuds en entrée et en sortie:

$$\begin{cases} 1 & I_1 = Y_1 \cdot V_1 + Y_2 \cdot (V_1 - V_2) = (Y_1 + Y_2) \cdot V_1 - Y_2 \cdot V_2 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2 \\ 2 & I_2 = Y_3 \cdot V_2 + Y_2 \cdot (V_2 - V_1) = -Y_2 \cdot V_1 + (Y_2 + Y_3) \cdot V_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres admittances (paramètre y)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)

□ Schéma équivalent avec admittances et sources de courant



Lien entre les paramètres impédances et admittances

- ▶ Pour des raisons de simplicité, la détermination de la matrice admittance peut passer par la détermination de la matrice impédance

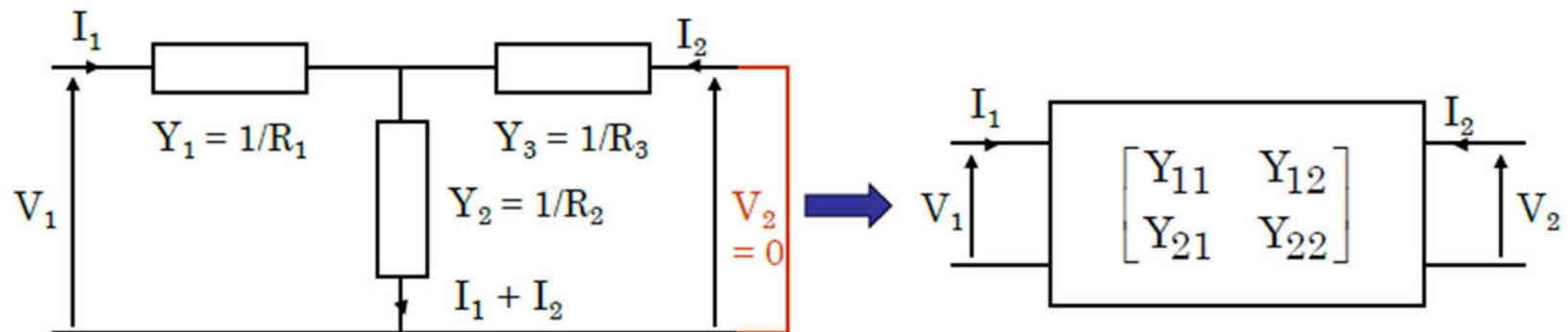
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec} \quad \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

Lien entre les paramètres impédances et admittances

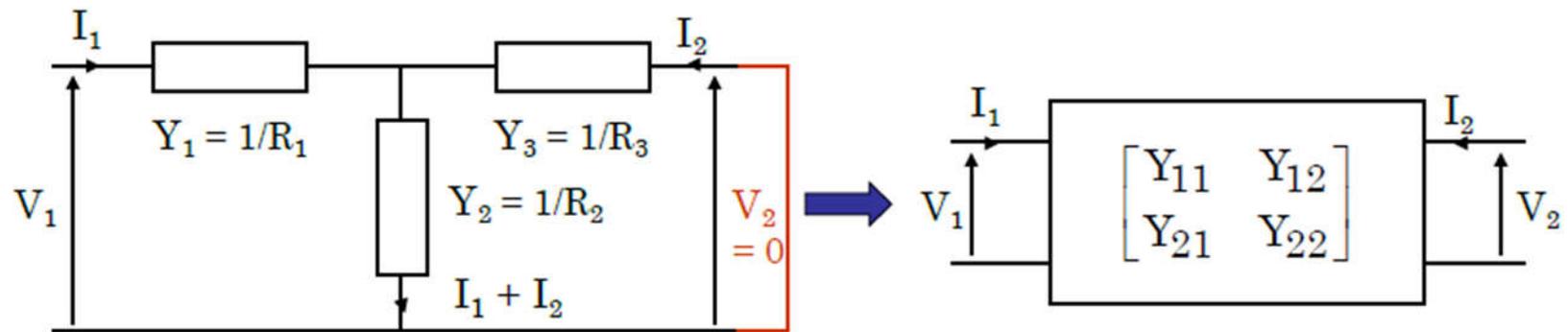
- ▶ Exemple: association de résistances en étoile

- Déterminer $\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$



Lien entre les paramètres impédances et admittances

- ▶ Exemple: association de résistances en étoile



- Détermination de Y_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $I_1 = Y_{11} \cdot V_1$

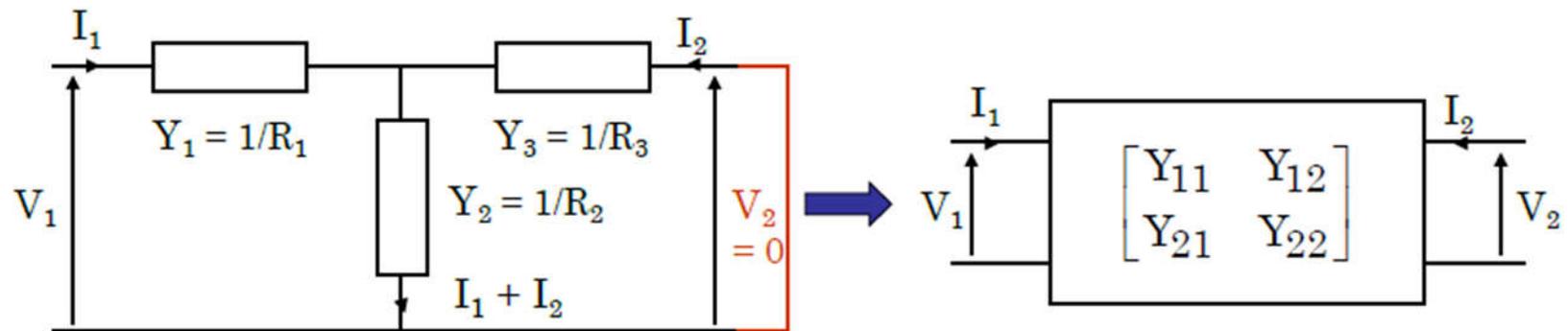
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{(Y_2 + Y_3) \cdot Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

- Détermination de Y_{21} : Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = Y_{21} \cdot V_1$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{-Y_1}{1 + \frac{Y_1}{Y_3} + \frac{Y_2}{Y_3}} = \frac{-R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Lien entre les paramètres impédances et admittances

- ▶ Exemple: association de résistances en étoile



- Détermination de Y_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $I_1 = Y_{12} \cdot V_2$

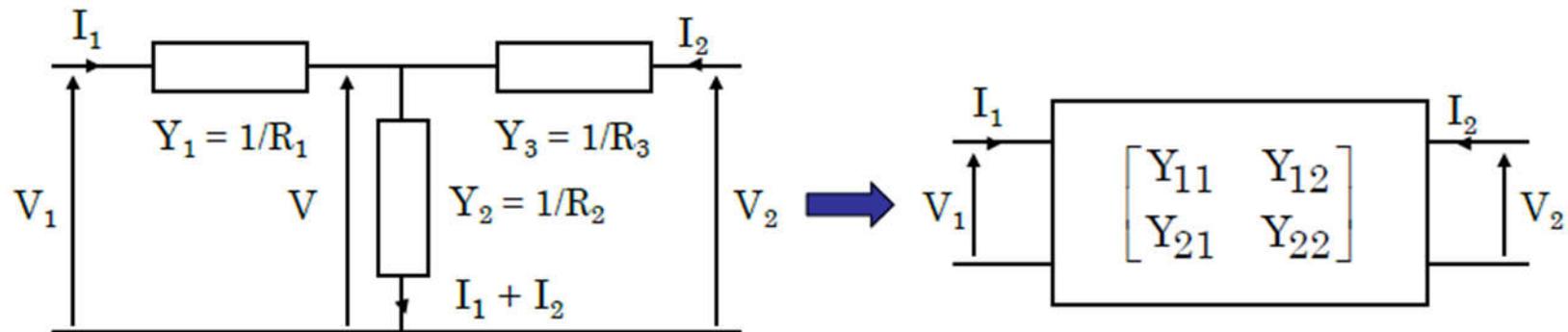
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{(Y_2 + Y_3) \cdot Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

- Détermination de Y_{22} : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = Y_{22} \cdot V_2$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{-I_1}{1 + \frac{Y_1}{Y_3} + \frac{Y_2}{Y_3}} = \frac{-I_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Lien entre les paramètres impédances et admittances

- ▶ Exemple: association de résistances en étoile



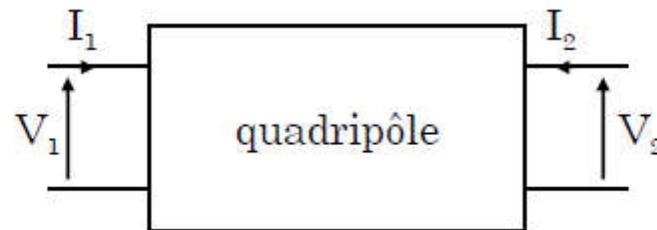
- La matrice admittance s'obtient plus rapidement à partir de la matrice impédance (plus simple à déterminer) :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \begin{bmatrix} R_2 + R_3 & -R_2 \\ -R_2 & R_1 + R_2 \end{bmatrix}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Définition

- On exprime le courant de sortie et la tension d'entrée en fonction du courant d'entrée et de la tension de sortie. C'est une représentation utilisée pour l'étude des transistors.



□ Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

- h_{11} est une impédance, h_{22} une admittance, h_{12} et h_{21} sont des nombres.

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ On déduit les définitions suivantes:

$$h_{11} = \frac{v_1}{i_1} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Impédance d'entrée à sortie en court-circuit} \\ v_2 = 0 \end{array} \right.$$

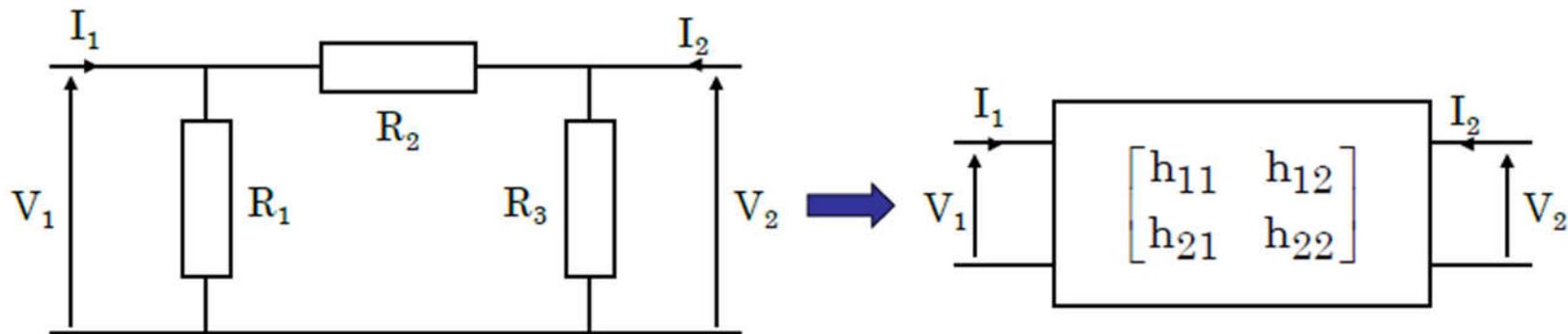
$$h_{12} = \frac{v_1}{v_2} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Rapport de transfert inverse à entrée en C.O} \\ i_1 = 0 \end{array} \right.$$

$$h_{21} = \frac{i_2}{i_1} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Rapport de transfert direct à sortie en C.C} \\ v_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$h_{22} = \frac{i_2}{v_2} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Admittance de sortie à entrée en C.O} \\ i_1 = 0 \end{array} \right.$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- On trouve Y_{11} et Y_{21} , en annulant V_2

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

- On trouve Y_{12} et Y_{22} , en annulant I_1

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)

Détermination de h_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $V_1 = h_{11} \cdot I_1$

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2 = 0}$$

Détermination de h_{21} (gain en courant): Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = h_{21} \cdot I_1$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2 = 0}$$

Détermination de h_{12} (gain en tension inverse): Si $I_1 = 0$ alors $V_1 = h_{12} \cdot V_2$

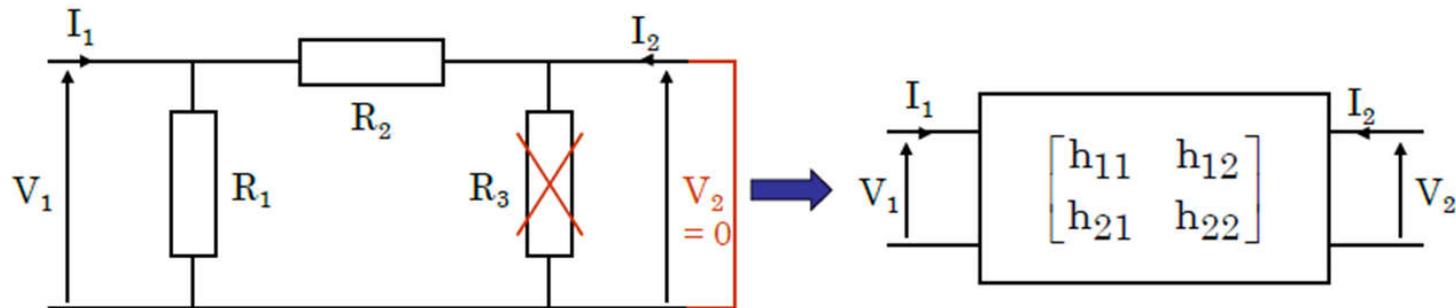
$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1 = 0}$$

Détermination de h_{22} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = h_{22} \cdot V_2$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1 = 0}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de h_{11} : Si $V_2 = 0$ alors $V_1 = h_{11} \cdot I_1$

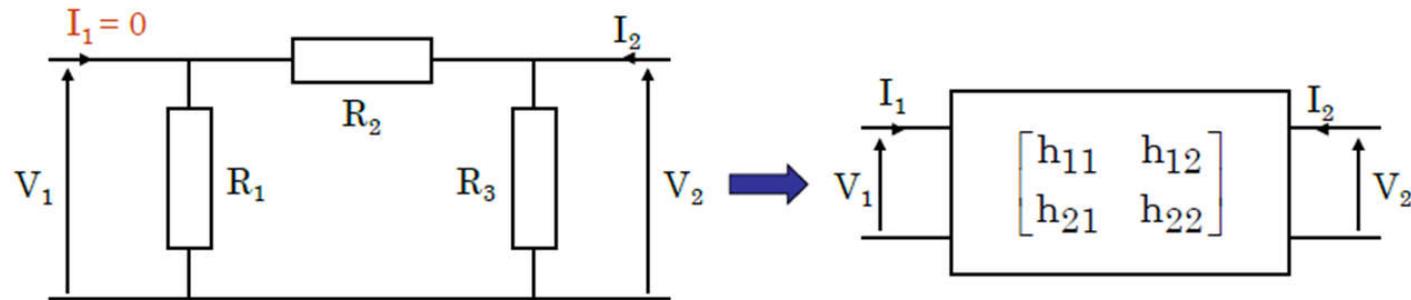
$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- Détermination de h_{21} (gain en courant): Si $V_2 = 0$ alors $I_2 = h_{21} \cdot I_1$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2 = 0} = \frac{-R_1}{R_1 + R_2}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)



- Détermination de h_{12} (gain en tension inverse): Si $I_1 = 0$ alors $V_1 = h_{12} \cdot V_2$

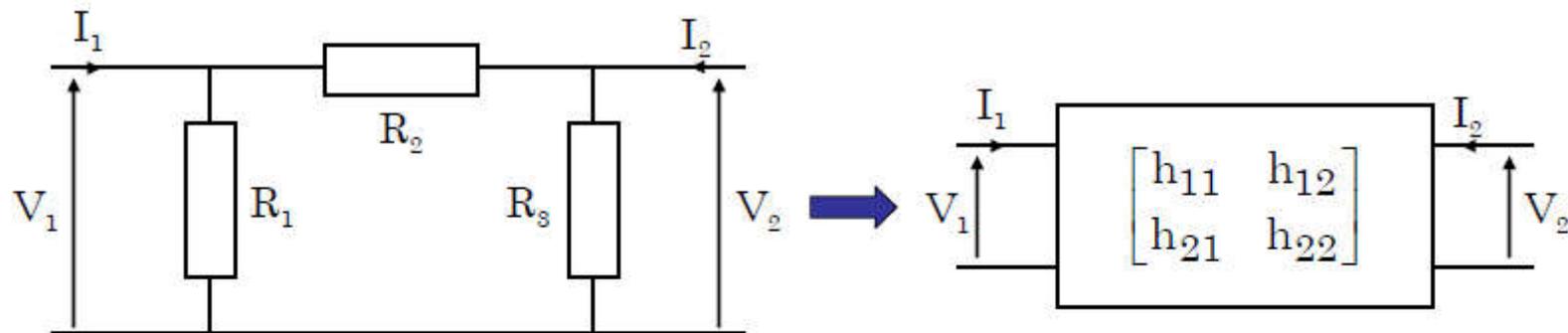
$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1 = 0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- Détermination de h_{22} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = h_{22} \cdot V_2$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1 = 0} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2) \cdot R_3}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)

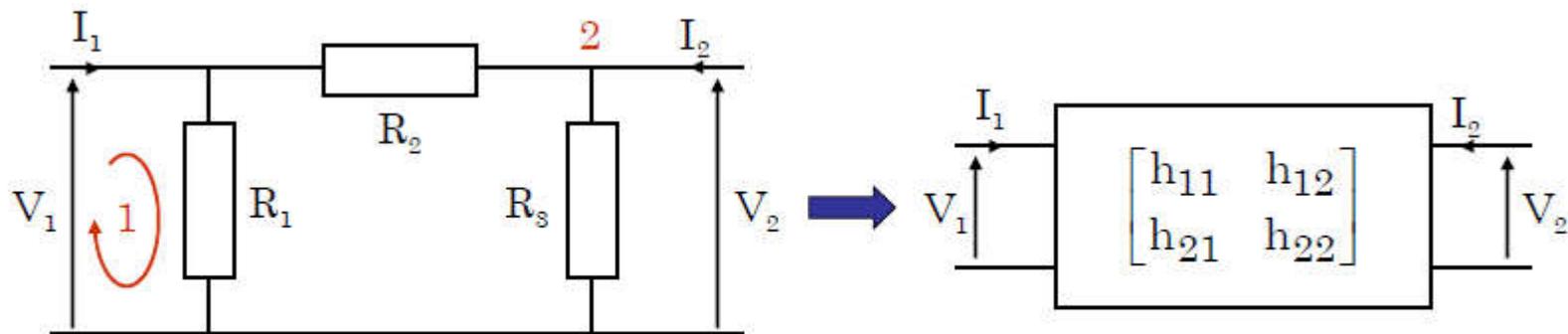


- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} & \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ \frac{-R_1}{R_1 + R_2} & \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2) \cdot R_3} \end{bmatrix}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)

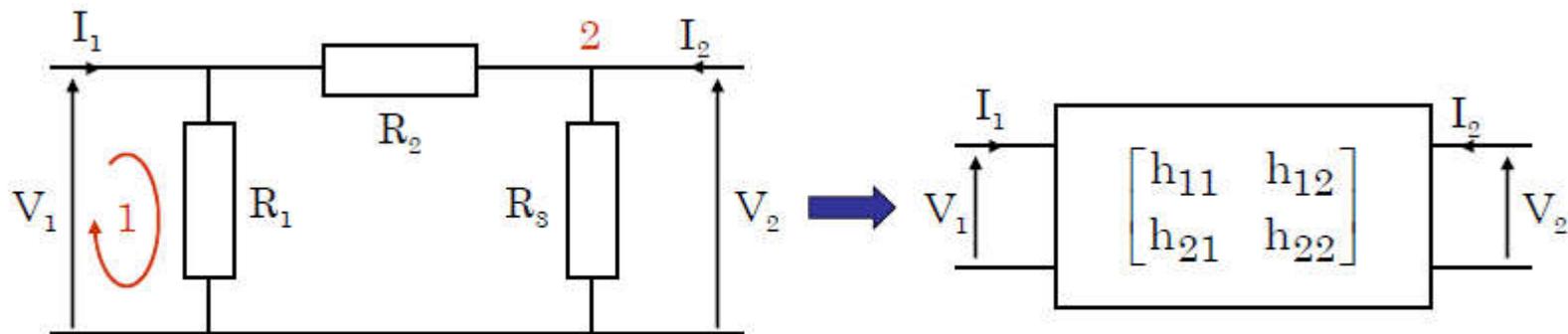


- On écrit la loi des mailles en entrée et des noeuds en sortie:

$$\begin{cases} 1 & V_1 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_2 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ 2 & I_2 = \frac{-R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_1 + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2) \cdot R_3} \cdot V_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (2ème méthode)



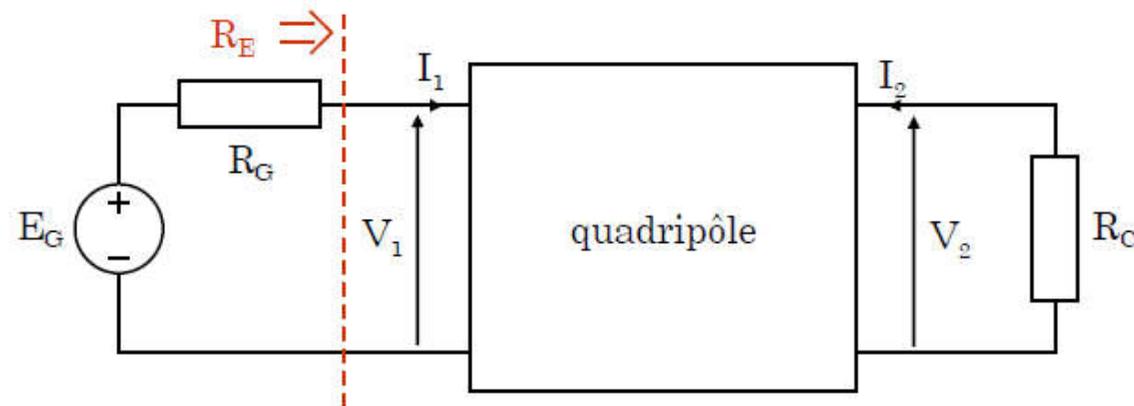
- On écrit la loi des mailles en entrée et des noeuds en sortie:

$$\begin{cases} 1 & V_1 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_2 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ 2 & I_2 = \frac{-R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_1 + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2) \cdot R_3} \cdot V_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Grandeurs fondamentales

□ Impédance d'entrée R_E



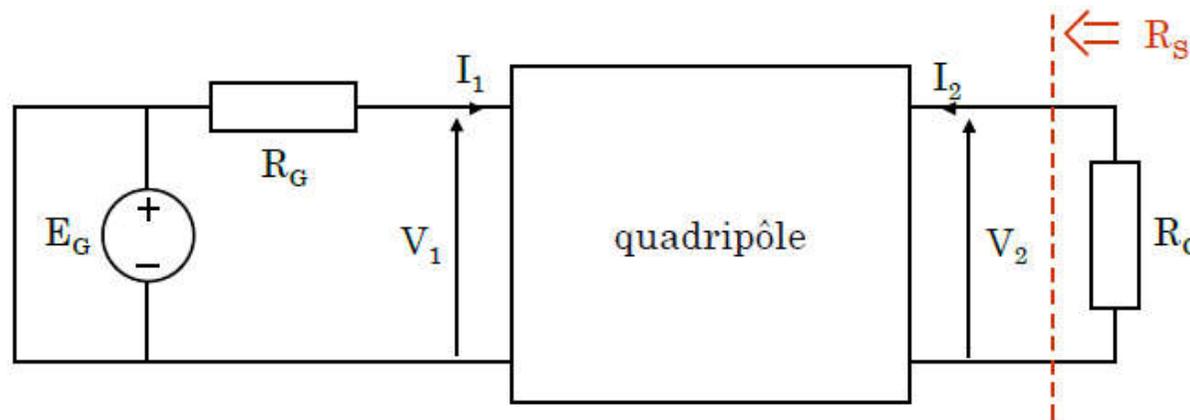
- R_E est l'impédance vue en entrée quand la sortie est chargée par une impédance R_C . La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 = -\frac{V_2}{R_C} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad R_E = \frac{V_1}{I_1} = h_{11} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{22} + \frac{1}{R_C}}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Grandeurs fondamentales

□ Impédance de sortie R_S



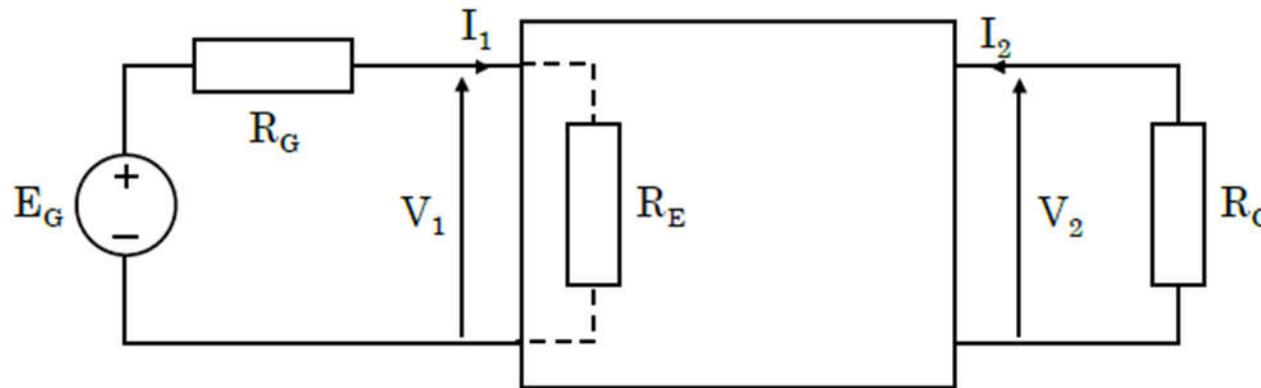
- R_S est l'impédance vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance du générateur R_G . La matrice impédance permet d'écrire :

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2 = -R_G \cdot I_1 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad R_S = \frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{h_{22} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{11} + R_G}}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Grandeurs fondamentales

□ Gain en courant A_i

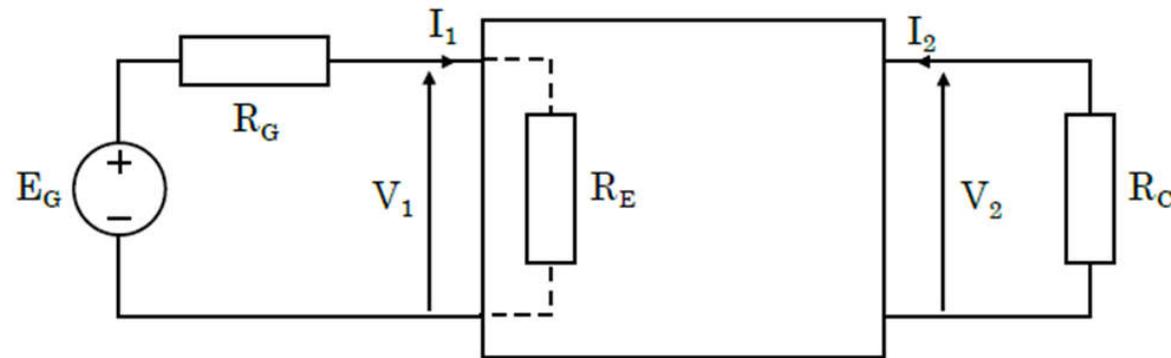


$$I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2 = h_{21} \cdot I_1 - h_{22} \cdot R_C \cdot I_2 \quad \Rightarrow \quad A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} \cdot R_C}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Grandeurs fondamentales

□ Gain en tension A_v



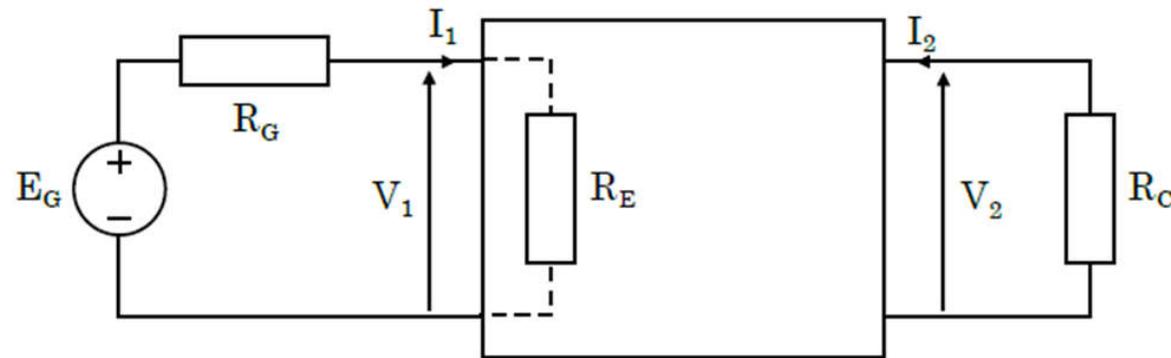
$$A_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-R_C \cdot I_2}{R_E \cdot I_1} = \frac{-R_C}{h_{11} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{22} + \frac{1}{R_C}}} \cdot \frac{h_{21}}{1 + h_{22} \cdot R_C}$$

$$A_v = \frac{-R_C \cdot h_{21}}{h_{11} + h_{11} \cdot h_{22} \cdot R_C - h_{12} \cdot h_{21} \cdot R_C}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Grandeurs fondamentales

□ Gain en tension A_v

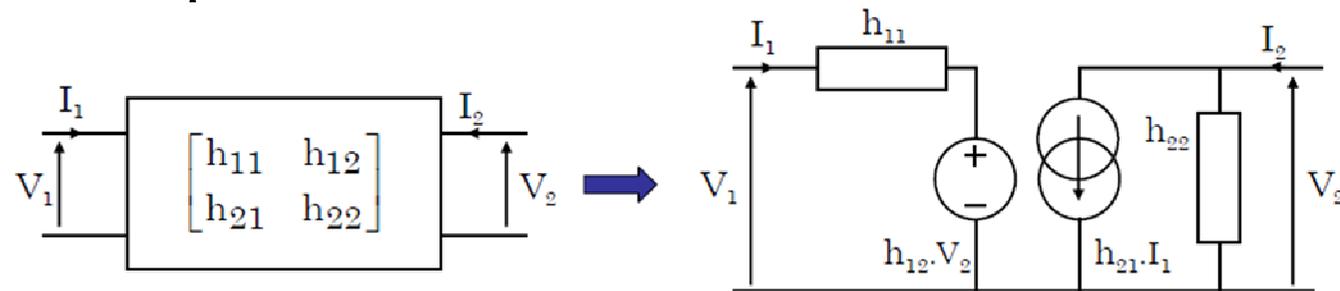


$$A_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-R_C \cdot I_2}{R_E \cdot I_1} = \frac{-R_C}{h_{11} - \frac{h_{12} \cdot h_{21}}{h_{22} + \frac{1}{R_C}}} \cdot \frac{h_{21}}{1 + h_{22} \cdot R_C}$$

$$A_v = \frac{-R_C \cdot h_{21}}{h_{11} + h_{11} \cdot h_{22} \cdot R_C - h_{12} \cdot h_{21} \cdot R_C}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

► Le schéma équivalent



- Le circuit équivalent est composé d'une impédance (h_{11}), d'une admittance (h_{22}), d'une source de tension ($h_{12} \cdot V_2$) et d'une source de courant ($h_{21} \cdot I_1$).

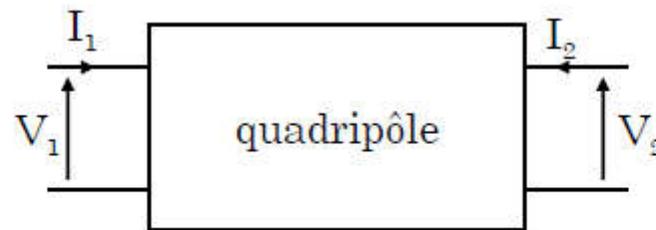
Les paramètres hybrides sont très utilisés en électronique. Sur le schéma du quadripôle en h on peut lire que :

- la borne d'entrée du quadripôle présente une impédance d'entrée limitant le courant de charge de la source en amont.
- Il existe une tension de retour, de la sortie vers l'entrée, tension proportionnelle à la sortie.
- La sortie est de type source de courant ; le courant de sortie est contrôlé par le courant d'entrée.
- La sortie présente aussi une admittance de sortie.

Les paramètres transferts (paramètre T)

► Définition

- On exprime les grandeurs de sortie en fonction des grandeurs d'entrée



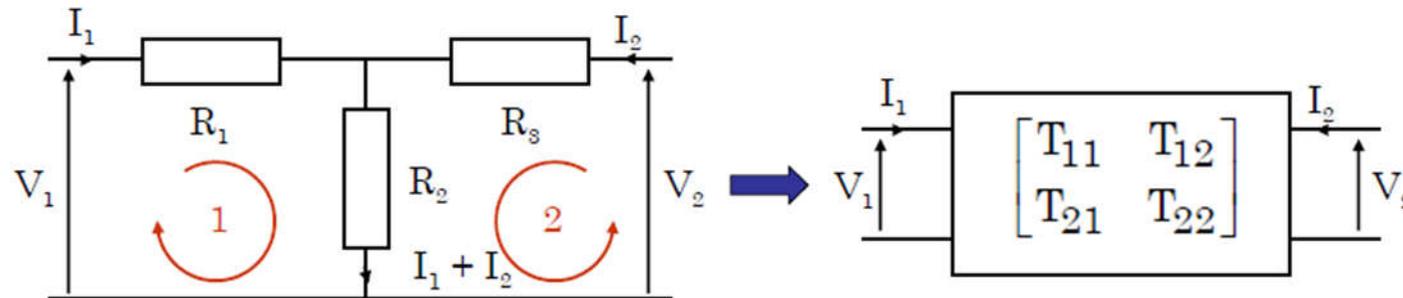
□ Représentation matricielle

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_2 = T_{11} \cdot V_1 - T_{12} \cdot I_1 \\ I_2 = T_{21} \cdot V_1 - T_{22} \cdot I_1 \end{cases}$$

- T_{12} est une impédance, T_{21} une admittance, T_{11} et T_{22} sont des nombres.

Les paramètres transferts (paramètre T)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)



- On trouve T_{12} et Y_{22} , en annulant V_1

$$\begin{cases} V_2 = \cancel{T_{11}} \cdot V_1 - T_{12} \cdot I_1 \\ I_2 = \cancel{T_{21}} \cdot V_1 - T_{22} \cdot I_1 \end{cases}$$

- On trouve T_{11} et Y_{21} , en annulant I_1

$$\begin{cases} V_2 = T_{11} \cdot V_1 - \cancel{T_{12}} \cdot I_1 \\ I_2 = T_{21} \cdot V_1 - \cancel{T_{22}} \cdot I_1 \end{cases}$$

Les paramètres transferts (paramètre T)

- ▶ Exemple : association de résistances en triangle (1ère méthode)

Détermination de T_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $V_2 = T_{12} \cdot I_1$

$$T_{12} = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1 = 0}$$

Détermination de T_{22} (gain en courant) : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = T_{22} \cdot I_1$

$$T_{22} = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1 = 0}$$

Détermination de T_{11} (gain en tension) : Si $I_1 = 0$ alors $V_2 = T_{11} \cdot V_1$

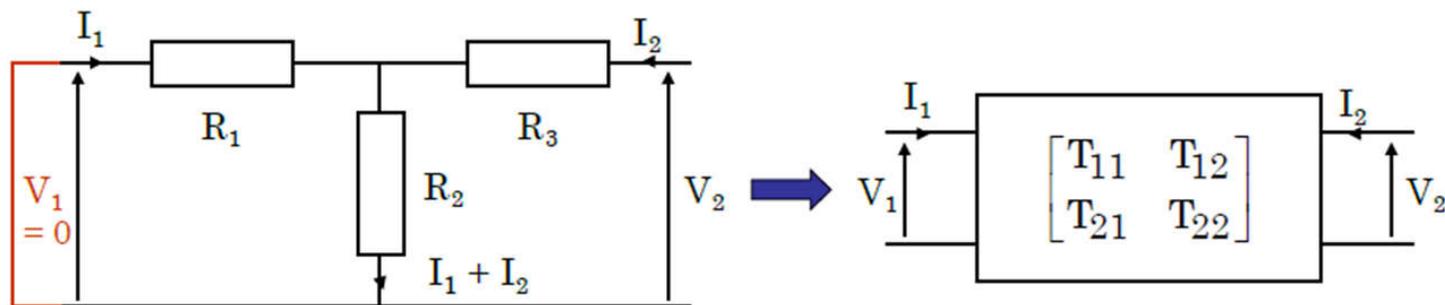
$$T_{11} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1 = 0}$$

Détermination de T_{21} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = T_{21} \cdot V_1$

$$T_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1 = 0}$$

Les paramètres hybrides (paramètre h)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)



- Détermination de T_{12} : Si $V_1 = 0$ alors $V_2 = T_{12} \cdot I_1$

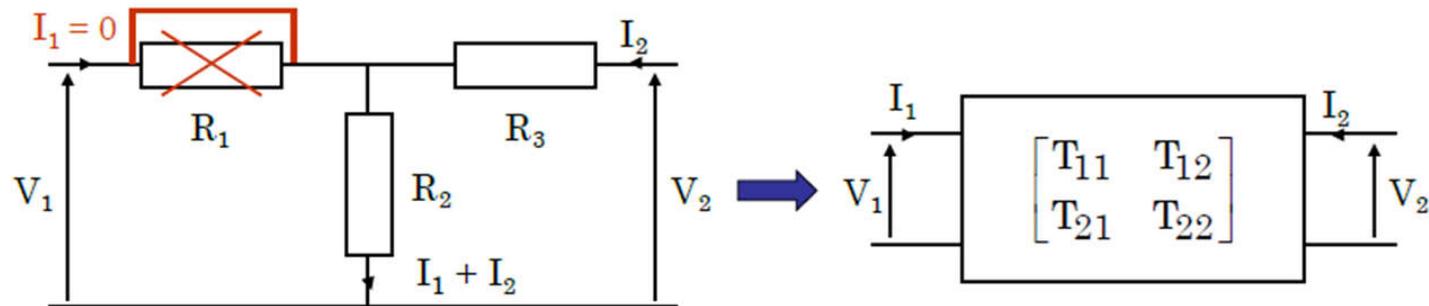
$$T_{12} = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1 = 0} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

- Détermination de T_{22} (gain en courant) : Si $V_1 = 0$ alors $I_2 = T_{22} \cdot I_1$

$$T_{22} = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1 = 0} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Les paramètres transferts (paramètre T)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)



- Détermination de T_{11} (gain en tension) : Si $I_1 = 0$ alors $V_2 = T_{11} \cdot V_1$

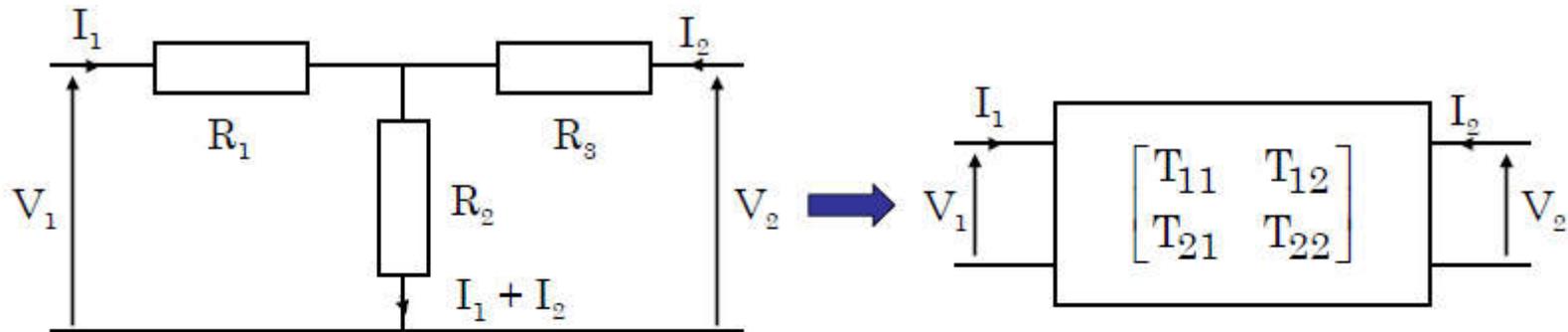
$$T_{11} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1 = 0} = \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

- Détermination de T_{21} : Si $I_1 = 0$ alors $I_2 = T_{21} \cdot V_1$

$$T_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1 = 0} = \frac{1}{R_2}$$

Les paramètres transferts (paramètre T)

- ▶ Exemple : association de résistances en étoile (1ère méthode)



- Écriture de la matrice :

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_3}{R_2} & R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \\ \frac{1}{R_2} & 1 + \frac{R_1}{R_2} \end{bmatrix}$$

Associations de quadripôles

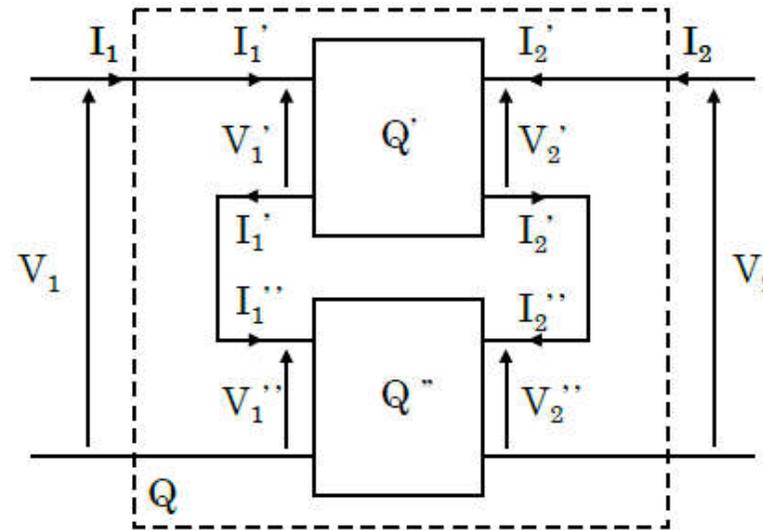
► Association série

- On utilise les matrices impédances $[Z]$ et $[Z']$ des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}' & Z_{12}' \\ Z_{21}' & Z_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}'' & Z_{12}'' \\ Z_{21}'' & Z_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$



- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' = I_1'' \\ I_2 = I_2' = I_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' + V_1'' \\ V_2 = V_2' + V_2'' \end{cases}$

alors :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z'] \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + [Z''] \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = ([Z'] + [Z'']) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Associations de quadripôles

► Association parallèle

- On utilise les matrices admittances $[Y']$ et $[Y'']$ des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}' & Y_{12}' \\ Y_{21}' & Y_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix}$$

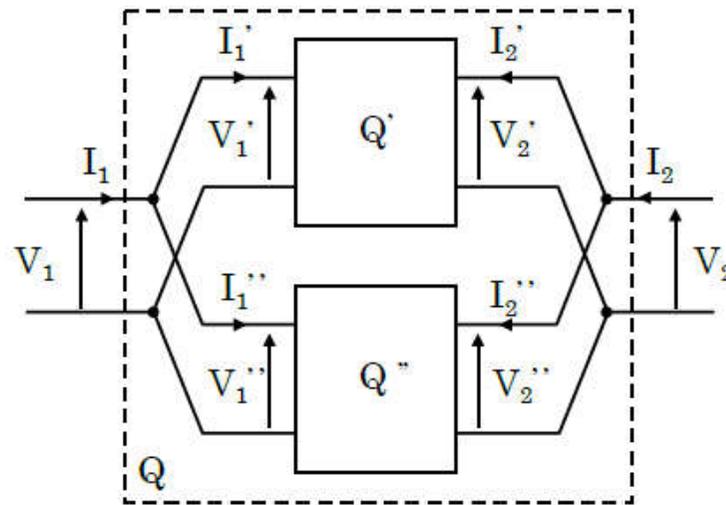
et

$$\begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}'' & Y_{12}'' \\ Y_{21}'' & Y_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix}$$

- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' + I_1'' \\ I_2 = I_2' + I_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' = V_1'' \\ V_2 = V_2' = V_2'' \end{cases}$

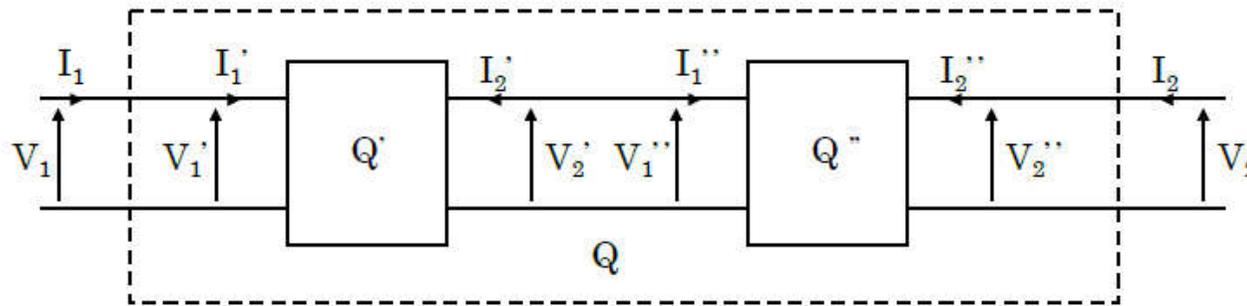
alors :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [Y'] \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + [Y''] \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = ([Y'] + [Y'']) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



Associations de quadripôles

► Association en cascade



- On utilise les matrices de transfert \$[T]\$ et \$[T']\$ des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}' & T_{12}' \\ T_{21}' & T_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ -I_1' \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} V_2'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1'' \\ -I_1'' \end{bmatrix}$$

- Comme \$V_1'' = V_2'\$ et \$I_1'' = I_2'\$ alors :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'' & T_{12}'' \\ T_{21}'' & T_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11}' & T_{12}' \\ T_{21}' & T_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

- La matrice de transfert du quadripôle équivalent est donc égale au produit de la deuxième matrice, \$[T']\$, par la première, \$[T]\$.

Associations de quadripôles

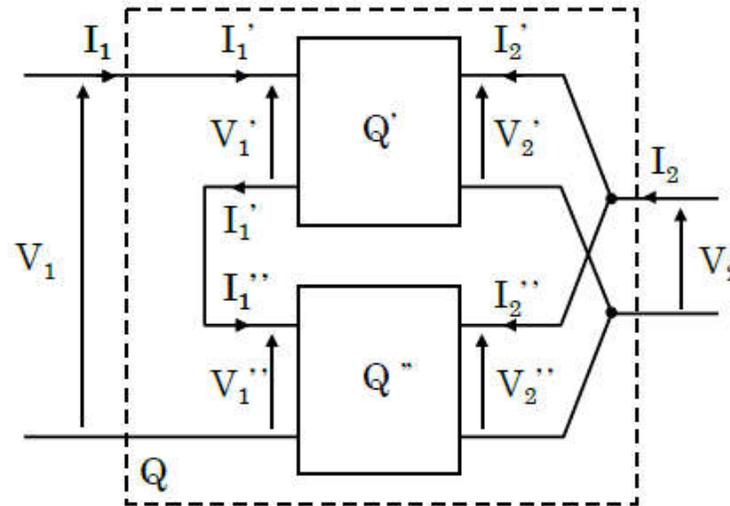
► Association série parallèle

- On utilise les matrices hybrides $[h']$ et $[h'']$ des deux quadripôles associés.

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}' & h_{12}' \\ h_{21}' & h_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ V_2' \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{bmatrix} V_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}'' & h_{12}'' \\ h_{21}'' & h_{22}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix}$$



- Comme $\begin{cases} I_1 = I_1' = I_1'' \\ V_2 = V_2' = V_2'' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = V_1' + V_1'' \\ I_2 = I_2' + I_2'' \end{cases}$

$$\text{alors : } \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [h'] \begin{bmatrix} I_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + [h''] \begin{bmatrix} I_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = ([h'] + [h'']) \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Lien entre tous les paramètres

► Tableau

	T	Z	Y	h
T	$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{21} & -\Delta Z/Z_{21} \\ 1/Z_{21} & -Z_{22}/Z_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -Y_{22}/Y_{21} & 1/Y_{21} \\ -\Delta Y/Y_{21} & Y_{11}/Y_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\Delta h/h_{21} & -h_{11}/h_{21} \\ -h_{22}/h_{21} & -1/h_{21} \end{bmatrix}$
Z	$\begin{bmatrix} T_{11}/T_{21} & \Delta T/T_{21} \\ 1/T_{21} & T_{22}/T_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{22}/\Delta Y & -Y_{12}/\Delta Y \\ -Y_{21}/\Delta Y & Y_{11}/\Delta Y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta h/h_{22} & h_{12}/h_{22} \\ -h_{21}/h_{22} & 1/h_{22} \end{bmatrix}$
Y	$\begin{bmatrix} T_{22}/T_{12} & -\Delta T/T_{12} \\ -1/T_{12} & T_{11}/T_{12} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_{22}/\Delta Z & -Z_{12}/\Delta Z \\ -Z_{21}/\Delta Z & Z_{11}/\Delta Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/h_{11} & -h_{12}/h_{11} \\ h_{21}/h_{11} & \Delta h/h_{11} \end{bmatrix}$
h	$\begin{bmatrix} T_{12}/T_{22} & \Delta T/T_{22} \\ -1/T_{22} & T_{21}/T_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Delta Z/Z_{22} & Z_{12}/Z_{22} \\ -Z_{21}/Z_{22} & 1/Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/Y_{11} & -Y_{12}/Y_{11} \\ Y_{21}/Y_{11} & \Delta Y/Y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$

Autres paramètres fondamentaux

- ▶ Impédance itérative Z_0
 - Z_0 est une charge telle que branchée à la sortie, l'impédance d'entrée Z_E soit Z_0
- ▶ Impédance caractéristique Z_C

Brancher à la sortie l'impédance d'entrée est égale à celle-ci.

Brancher à l'entrée, l'impédance de sortie est égale à celle-ci.

$$Z_c = \frac{V_1}{i_1} = \frac{V_2}{-i_2}$$

Autres paramètres fondamentaux

▶ Impédance caractéristique Z_C

⚠ Attention au sens de I_2 % au paramètre T

✚ Pour un Q symétrique $Z_0 = Z_C$

✚ Dans le cas d'un Q non symétrique Z_0 n'est pas toujours égal à Z_C

Un quadripôle est dit réversible mais on dit le plus souvent symétrique si en inversant les bornes d'entrée et de sortie, on introduit aucune modification sur le réseau dans lequel le quadripôle est inséré.

Il en résulte que : $Z_{11} = Z_{22}$ et $Y_{11} = Y_{22}$, $T_{22} = T_{11}$

Autres paramètres fondamentaux

- ▶ Impédance image: Z_{ie} et Z_{is}

Z_{ie} et Z_{is} sont 2 impédances images, si et seulement si

- ✦ Z_{is} branchée à la sortie, l'impédance d'entrée soit Z_{ie} et

$$Z_{ie} = \frac{T_{11}Z_{is} + T_{12}}{T_{21}Z_{is} + T_{22}}$$

- ✦ Z_{ie} branchée à l'entrée, l'impédance de sortie soit Z_{is} et

$$Z_{is} = \frac{T_{22}Z_{ie} + T_{12}}{T_{21}Z_{ie} + T_{11}}$$

Quadripôles particuliers

▶ Quadripôle passif

Nous appelons quadripôle passif un quadripôle ne comportant pas de générateurs de tension ou de courant.

$$Z_{21} = Z_{12} \quad \text{et} \quad Y_{21} = Y_{12}$$

Nous montrons aussi que : $h_{12} = -h_{21}$

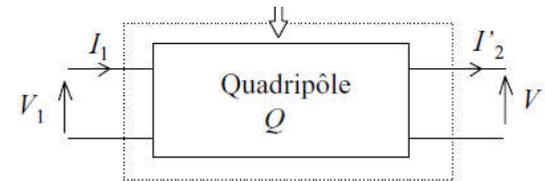
✚ Pour tous les Q passifs, on a la condition

$$T_{11} \cdot T_{22} - T_{12} \cdot T_{21} = 1 \rightarrow \det[T] = 1$$

▶ Quadripôle symétrique

Un quadripôle est dit réversible mais on dit le plus souvent symétrique si en inversant les bornes d'entrée et de sortie, on introduit aucune modification sur le réseau dans lequel le quadripôle est inséré.

Il en résulte que : $Z_{11} = Z_{22}$ et $Y_{11} = Y_{22}$, $T_{22} = T_{11}$



▶ Quadripôle réciproque

- Un quadripôle est dit réciproque s'il est à la fois passif et symétrique