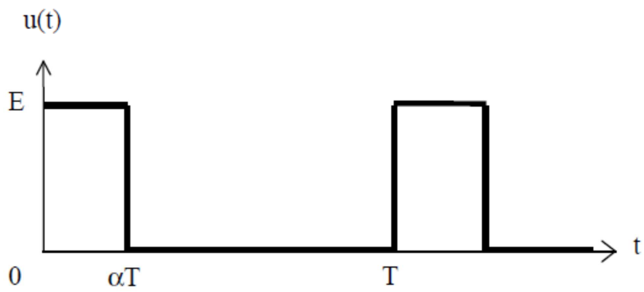
TD N° 1 D'ELECTROCINETIQUE 1

EXERCICE 1 Tension rectangulaire



u(t) est une tension de période T et de rapport cyclique α.
Calculer la valeur moyenne <u> et la valeur efficace U de la tension u.

A.N. E = 5V ; α = 0,5.

Avec les valeurs numériques ci-dessus, calculer la valeur efficace U' de la composante alternative.

Vérifier que $U^2 = \langle u \rangle^2 + U'^2$.

EXERCICE 2 Notation complexe

Déterminer le nombre complexe associé à la tension

$$u_1(t) = 4\sqrt{2}\sin \omega t$$

$$u_2(t) = 2\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_3(t) = -5\sqrt{2}\cos\ \omega t$$

$$u_4(t) = -4\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

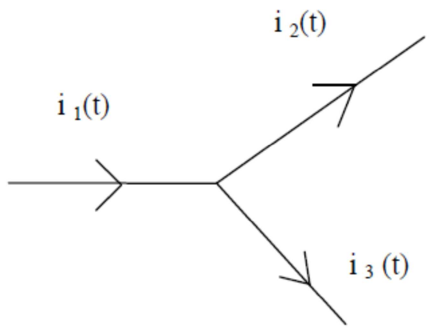
EXERCICE 3 Notation complexe

Déterminer le nombre complexe associé à :

$i_1(t) = 200\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ $\qquad$ $i_2(t) = 100\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{7\pi}{6})$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

EXERCICE 4 Régime sinusoïdal

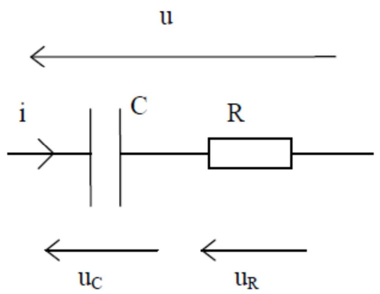


$$i_1(t) = 4\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

$$i_2(t) = 2\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{5\pi}{6})$$

Déterminer $i_3(t)$ par la méthode des vecteurs de Fresnel et par la méthode des nombres complexes.
Calculer $\varphi_{i1/i2}$, $\varphi_{i2/i3}$ et $\varphi_{i1/i3}$.

<u>EXERCICE 5</u> Dipôle RC série



1) Représentation de Fresnel :

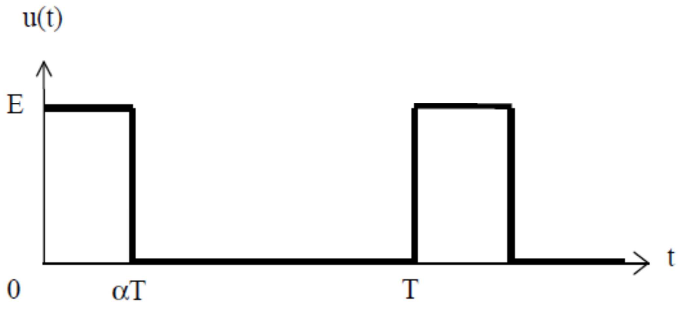
Construire $\vec{U}_R$, $\vec{U}_C$ et $\vec{U}$.
En déduire l'expression de Z_{eq} ainsi que l'expression du déphasage φ de u par rapport à i.
Quelle plage de valeurs peut prendre le déphasage?

2) Utilisation des nombres complexes :
Déterminer $\underline{Z}_{eq}$.
En déduire Z_{eq} et φ.

3) Applications numériques
On donne U = 5 V, f = 10 kHz, R = 1 kΩ et C = 10 nF.
Calculer I, φ, U_R et U_C.
Comparer U et $U_R + U_C$. Commentaires ?
Pour quelle fréquence a-t-on $U_C = U_R$?

CORRECTION TD N° 1 D'ELECTROCINETIQUE 1

EXERCICE 1 Tension rectangulaire



$$< u > = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{T}\left(\int_0^{\alpha T} E\,dt + \int_{\alpha T}^{T} 0\,dt\right) = \frac{1}{T}[E\,t]_{t=0}^{\alpha T} = \alpha E = 2{,}5\text{ V}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\alpha T} E^2\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}[E^2\,t]_{t=0}^{\alpha T}} = \sqrt{\alpha}E = 3{,}536\text{ V}$$

u(t) = <u> + u'(t) : u'(t) désigne la composante alternative.

0 < t < 0,5T : u'(t) = u(t) - <u> = 5 - 2,5 = +2,5 V
0,5T < t < T : u'(t) = u(t) - <u> = 0 - 2,5 = -2,5 V

$$U' = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u'^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(\int_0^{0{,}5T} 2{,}5^2\,dt + \int_{0{,}5T}^{T} (-2{,}5)^2\,dt\right)} = 2{,}5\text{ V}$$

On vérifie bien que : $U^2 = \langle u\rangle^2 + U'^2$.

EXERCICE 2 Notation complexe

$u_1 = 4\sqrt{2}\sin\omega t$ $\quad$ $\underline{U}_1 = [4\,;\,0]$

$u_2 = 2\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad$ $\underline{U}_2 = [2\,;\,-\frac{\pi}{2}]$

$u_3 = -5\sqrt{2}\cos\omega t$ $\quad$ $\underline{U}_3 = [5\,;\,\pi]$

$u_4 = -4\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ $\quad$ $\underline{U}_4 = [4\,;\,-\frac{2\pi}{3}]$

EXERCICE 3 Notation complexe

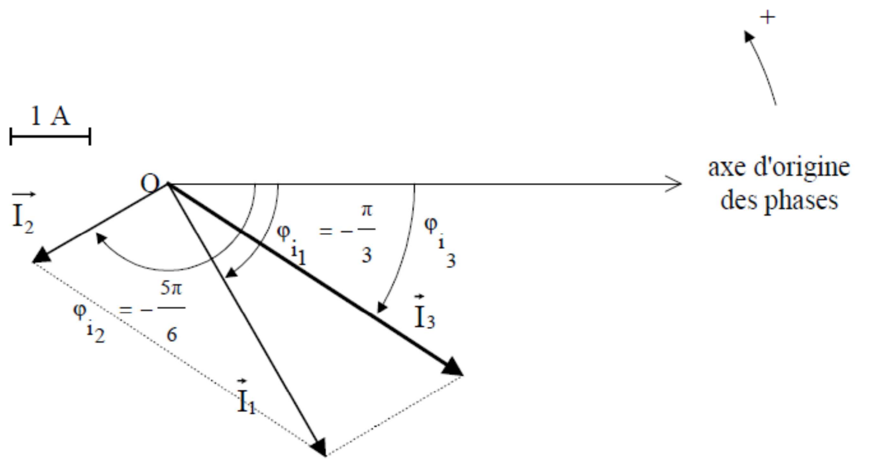
$\underline{I}_1 = [200;\, +\frac{\pi}{2}] = 200\,j$; $\underline{I}_2 = [100\,;\, +\frac{7\pi}{6}] = -50\sqrt{3} - 50\,j$; $\underline{I} = -50\sqrt{3} + 150\,j = [173;\, +\frac{2\pi}{3}]$

ESATIC
ECOLE SUPÉRIEURE AFRICAINE DES TIC

<u>EXERCICE 4</u> Régime sinusoïdal

- vecteurs de Fresnel

Loi des nœuds : $\vec{I_3} = \vec{I_1} - \vec{I_2}$



Graphiquement :

$I_3 \approx 4{,}5A$
$\varphi_{i3} \approx -33° \approx -0{,}58$ rad
d'où $i_3(t) \approx 4{,}5\sqrt{2}\sin(\omega t - 0{,}58)$

- nombres complexes

$\underline{I_3} = \underline{I_1} - \underline{I_2} = (4,-\frac{\pi}{3}) - (2,-\frac{5\pi}{6}) = (2 - 2\sqrt{3}j) - (-\sqrt{3} - j)$

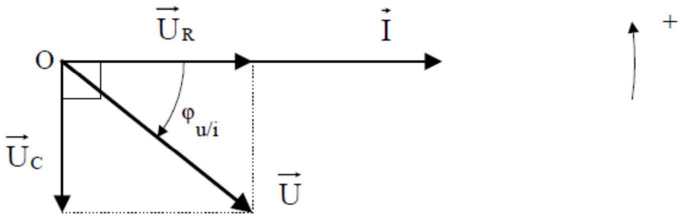
$= 2 + \sqrt{3} + (1 - 2\sqrt{3})\ j = (4{,}472 ; - 0{,}584 \text{ rad})$

Finalement: $i_3(t) = 4{,}472\sqrt{2}\sin(\omega t - 0{,}584)$

$\varphi_{i1/i2} = -\pi/3-(-5\pi/6) = +\pi/2 = +90°$: i_1 est en quadrature avance sur i_2
$\varphi_{i2/i3} = -5\pi/6-(-0{,}584) = -2{,}034$ rad $= -116°$
$\varphi_{i1/i3} = \varphi_{i1/i2} + \varphi_{i2/i3} = -0{,}463$ rad $= -26°$

<u>EXERCICE 5</u> Dipôle RC série

1) $\vec{U} = \vec{U_C} + \vec{U_R}$



Par définition : $Z_{eq} = \dfrac{U}{I}$

Théorème de Pythagore : $U^2 = U_R^2 + U_C^2$

Avec : $U_R = RI$ et $U_C = \dfrac{I}{C\omega}$

D'où : $Z_{eq}^2 = \dfrac{U^2}{I^2} = R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$

Finalement : $Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan\varphi = -\dfrac{U_C}{U_R} = -\dfrac{1}{RC\omega}$

soit : $\varphi = -\arctan\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right)$

Le déphasage φ est compris entre –90° et 0°.

2) $\underline{Z}_{eq} = R - \dfrac{J}{C\omega}$

$Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan\varphi = \dfrac{-\frac{1}{C\omega}}{R}$ d'où : $\varphi = -\arctan\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right)$

3) Loi d'Ohm : $I = \dfrac{U}{Z_{eq}} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 2{,}66\ \text{mA}$

$\varphi = -\arctan\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right) = -58° = -1{,}01\ \text{rad}$

$U_R = RI = 2{,}66\ \text{V}$

$U_C = \dfrac{I}{C\omega} = 4{,}23\ \text{V}$

On remarque que : $U \neq U_R + U_C$

Les valeurs efficaces ne s'additionnent pas (sauf cas particulier).

$U_R = U_C \Rightarrow RI = \dfrac{I}{C\omega}$ soit : $RC\omega = 1$

$f = \dfrac{1}{2\pi RC} = 15{,}9\ \text{kHz}$