Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($3pts$)

QCM

Pour chacune des **six questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	***A***	***B***	***C***
1)	La forme développée de l'expression littérales $P = x(2-3x)-(x+1)(1-2x)$ est :	$P = -5x^2 - x + 1$	$P = x^2 - 3x + 1$	$P = -x^2 + 3x - 1$
2)	L'écriture développée de l'expression littérale $Q = (2x-3)^2$ est :	$Q = 2x^2 - 12x + 9$	$Q = 4x^2 - 12x + 9$	$Q = 2x^2 - 12x + 9$
3)	L'écriture factorisée de l'expression littérale $F = (2x+1)^2 - (2x+1)(x-3)$ est	$(x+4)(2x+1)$	$(2x+1)(-x+4)$	$(2x+1)(x-2)$
4)	L'écriture factorisée de l'expression littérale $F = 49 + 14x + x^2$ est	$(x-7)^2$	$(x+7)^2$	$(x-7)(x+7)$
5)	Les valeurs de x pour lesquelles la fraction rationnelle $A = \frac{2x+1}{(x+2)(x-3)}$ sont :	$x = -2$ et $x = 3$	$x = -\frac{1}{2}$	$x \neq -2$ et $x \neq 3$
6)	L'écriture simplifiée de la fraction rationnelle $B = \frac{8x+4}{3(2x-1)(2x+1)}$ pour $x \neq -\frac{1}{2}$ et $x \neq \frac{1}{2}$ est :	$\frac{4}{3(2x-1)}$	$\frac{4}{3(2x+1)}$	$\frac{8}{3(2x-1)}$

Exercice 2 ($3\ pts$)

Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation, et V si l'affirmation est vraie et F si l'affirmation est fausse

1) La propriété Thalès permet de calculer une ou plusieurs longueurs.
2) La réciproque de la propriété de Thalès permet de calculer une ou plusieurs longueurs dans un triangle.
3) La conséquence de la propriété de Thalès permet de démontrer que deux droites sont parallèles.
4) On peut appliquer la propriété de Thalès dans une figure ''papillon'' qui a deux côtés parallèles.
5) Soit LOP un triangle. N est un point de (LO) ; M est un point de (LP) tels que $(PO)//(MN)$ et $LM = 36; MN = 24$ et $LP = 42$. La longueur $OP = 63$
6) On peut utiliser la propriété de Thalès pour partager un segment en des segments de même longueur.

Exercice 3 ($3\ pts$)

On donne les nombres $A = \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{21}{15}$ et $B = \left(1 + \frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{5}{2} - 1\right)$

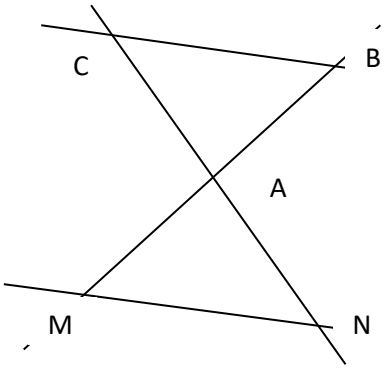
1) Calcule A et B
2) Justifie que $A + B = 1$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 4 $(4pts)$

Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part
et les points A, N, C d'autre part sont alignés.
Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part
$AB = 68, AM = 51, AC = 52, AN = 39, BC = 24$

1) Montre que les droites (BC) et (MN) sont parallèles
2) Calcule MN.



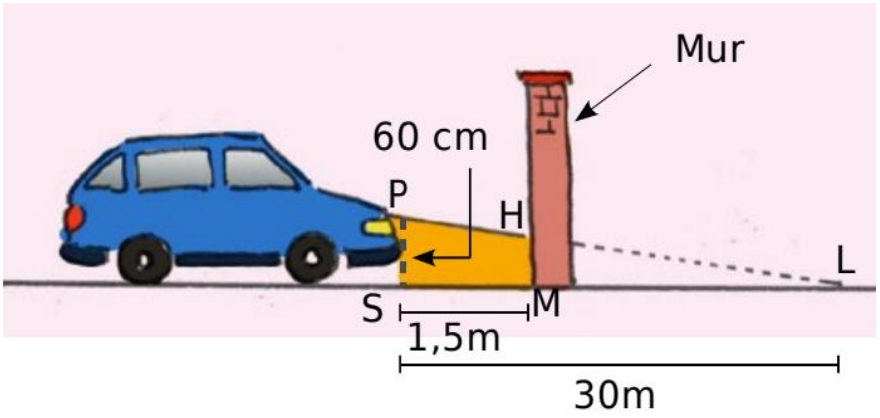
Exercice 5$(4pts)$

On donne : $E = (2x + 1)(5x - 3) - 2(3 + x)(2x + 1)$ et $F = \frac{E}{(2x+1)(x-1)}$

1) Justifie que : $E = 3(2x + 1)(x - 3)$
2.a) Détermine les valeurs de x pour lesquelles F existe
b) Simplifie F
3) Calcule la valeur numérique de F pour $= 4$

Exercice 6 $(3pts)$

D'après le code de la route
« les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de $30m$ »
Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, M. SANOE trace un repère sur le mûr au fond de son garage.
On donne : $SH = 0{,}6m; SS' = 1{,}5m \ et \ SA = 30m$



Les feux de croisement sont à $0{,}6m$ du sol.
La voiture est garée à $1{,}5m$ du mûr vertical.

a) Calcule la longueur LM
b) Détermine la hauteur HM où M. SANOE doit placer le repère sur son mûr pour pouvoir régler correctement ses phares.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES
Ce barème est general et ne peut être modifié. A toute démarche correcte différente de celle proposée dans ce document, on accordera la totalité des points. Pour un résultat juste on accordera la moitié des points si la justification est incomplète.	
Exercice 1	
Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste	
1) C	0,5pt
2) B	0,5pt
3) A	0,5pt
4) B	0,5pt
5) C	0,5pt
6) A	0,5pt
Exercice 1	
Répondre par vrai ou faux les affirmations	
1) V	0,5pt
2) F	0,5pt
3) F	0,5pt
4) V	0,5pt
5) F	0,5pt
6) V	0,5pt
Exercice 3	
Calculons A et B	
$A = \frac{2}{3} - \frac{3}{7} \times \frac{21}{15} = \frac{2}{3} - \frac{1}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10-9}{15} = \frac{1}{15}$	1pt
$B = \left(1 + \frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{5}{2} - 1\right) = \left(\frac{5+2}{5}\right) \div \left(\frac{5-2}{2}\right) = \frac{7}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{15}$	1pt
$A + B = \frac{1}{15} + \frac{14}{15}$	1pt
Exercice 4	
1) **Montrons que les droites (BC) et (MN) sont parallèles**.	
ABC est un triangle, M est un point de (AB) ; N est un point de (AC)	
$\frac{AM}{AB} = \frac{51}{68} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{AN}{AC} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4} = 0{,}75$	
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ La position du point M par rapport à A et C est la même que celle du point N par rapport à A et C.	
D'après la réciproque de la propriété de Thalès, droites (MN) et (BC) sont parallèles	2pts
2.**Calculons MN**	
ABC est un triangle, Mest un point de (AB) ; N est un point de (AC) et (MN) est parallèle à (BC) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$;	
d'où : $MN = \frac{AM \times BC}{AB} = \frac{51 \times 24}{68} = 18$	
Ainsi $MN = 18cm$	2pts

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 5

1) Justifions que : $E = 3(2x+1)(x-3)$

$E = (2x+1)(5x-3) - 2(3+x)(2x+1)$

$E = (2x+1)[(5x-3) - 2(x-3)]$

$E = (2x+1)(5x-3-2x-6)$

$E = (2x+1)(3x-9)$

$E = 3(2x+1)(x-3)$ 1pt

2.a) **Déterminons les valeurs de x pour lesquelles F existe**

F existe si et seulement si : $(2x+1)(x-1) \neq 0$

$2x+1 \neq 0$ et $x-1 \neq 0$

F existe si et seulement si $x \neq -\frac{1}{2}$ et $x \neq 1$..... 1pt

b) Simplifions F

$F = \frac{E}{(2x+1)(x-1)} = F = \frac{3(2x+1)(x-3)}{(2x+1)(x-1)} = \frac{3(x-3)}{x-1}$

Pour $x \neq -\frac{1}{2}$ et $x \neq 1$ $F = \frac{3(x-3)}{x-1}$..... 1pt

3) Calculons la valeur numérique de F pour $= 4$

Pour $x = 4$, $F = \frac{3(4-3)}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$..... 1pt

Exercice 6

a) Calcule la longueur LM

$LM = LS - MS = 30 - 1{,}5 = 28{,}5m$ 1pt

b) Déterminons la hauteur HM où M. SANOE doit placer le repère sur son mûr pour pouvoir régler correctement ses phares.

LPS est un triangle, Mest un point de (LS) ; H est un point de (LP) et (HM) est parallèle à (PS) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{LM}{LS} = \frac{LH}{LP} = \frac{MH}{SP}$ donc $\frac{LM}{LS} = \frac{MH}{SP}$;

d'où : $HM = \frac{LM \times SP}{LS} = \frac{28{,}5 \times 0{,}6}{30} = 0{,}57$

Le repère sur le mûr doit être donc placé à $57cm$ de hauteur..... 2pts

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	$\underline{A}$	$\underline{B}$	$\underline{C}$
1)	L'hypoténuse du triangle EFG rectangle en E est	$[EF]$	$[FG]$	$[EG]$
2)	Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur :	$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$
3)	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5+y\\x-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\3-x\end{pmatrix}$ sont égaux si	$x=2$ et $y=8$	$x=-2$ et $y=8$	$x=2$ et $b=-8$

Exercice 2 $(2pts)$

Les énoncés d'une propriété et d'une définition ont été désorganisés
Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé

1) Propriété

« des inégalités de même sens » « on obtient une nouvelle égalité de même sens»
« lorsqu'on ajoute membre à membre »

2) Définition

«en deux séries de même effectif » « est le nombre qui partage cette série »
« la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif »

Exercice 3$(3pts)$

Les notes sur 20 obtenues par 30 élèves d'une classe de $3ème$ à un devoir surveillé de mathématiques sont les suivants :

09 15 18 13 15 09 13 19 13 07 07 18 07 15 11 09 18 13 17 05 11 11 13 07 15 11 13 05 12 09

1) Regrouper ces modalités en classes d'amplitude 4. La première classe est : $[04;08[$. La dernière classe $[16;20[$ puis établir le tableau des effectifs et des fréquences en pourcentages.
2) Quelle est la note modale ?
3) Tracer le diagramme à bandes.

$$echelle: \begin{cases} 1cm\ en\ abscisse \\ 1cm\ en\ ordonnée \end{cases}$$

Exercice 4 $(3pts)$

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On donne : $a = 6 - 2\sqrt{7}$ et $b = -1 + \sqrt{2}$

1) Sachant que : $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Justifie que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$

2) a) Justifier : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$

a) Compare a et b en utilisant les résultats précédents.

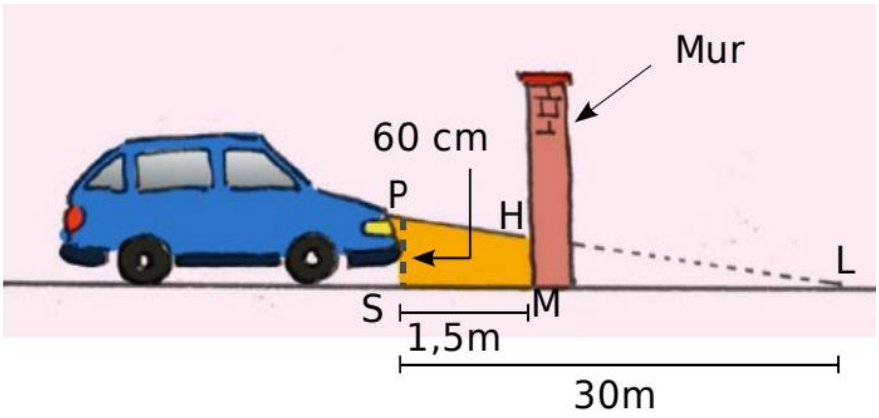
Exercice 6 $(securité\ routière)$

D'après le code de la route

« les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de $30m$ »

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, M. SANOE trace un repère sur le mûr au fond de son garage.

On donne : $SH = 0{,}6m; SS' = 1{,}5m \ \ et \ SA = 30m$



Les feux de croisement sont à $0{,}6m$ du sol.

La voiture est garée à $1{,}5m$ du mûr vertical.

c) Calcule la longueur LM

d) Détermine la hauteur HM où M. SANOE doit placer le repère sur son mûr pour pouvoir régler correctement ses phares.

Exercice 5$(5pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, (O, I, J) est un repère orthonormé.

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

On donne les points $A(2; 6)$; $B(-4; 4)$; $C(4; 0)$ et $D(-2; 3)$

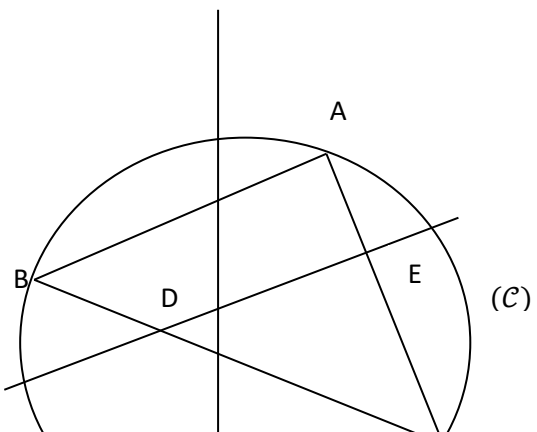
$(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre $[BC]$.

La parallèle à la droite (AB) passant par D coupe (AC) en E

F est un point d'intersection du cercle $(\mathcal{C})$ et de la droite (AE)

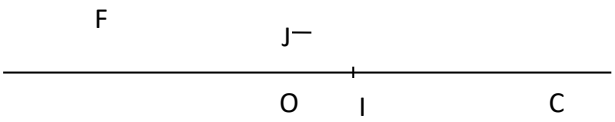
1.a) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pour coordonnées $(-6; -2)$ et $(2; -6)$

b) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux



Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

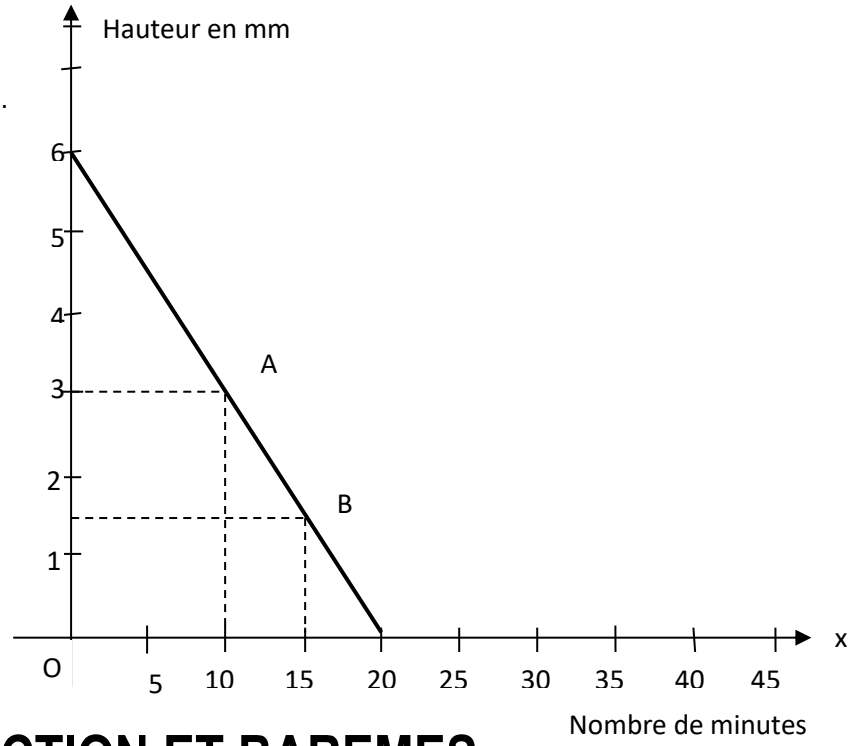
2.a) Justifie que $AB = AC = 2\sqrt{10}$ et $BC = 4\sqrt{5}$.
b) Déduis-en la nature du triangle ABC
3) Justifie que les points B, C et D sont alignés



Exercice 6$(4pts)$

Au cours d'une séance de T.P dans une classe de 3ème ,
le professeur de Physique-Chimie utilise un flacon contenant un liquide qui s'évapore peu à peu.
Il souhaite déterminer le temps d'évaporation du liquide restant. Pour cela, sur le graphique ci-dessous , il a représenté en fonction du temps d'évaporation x, la hauteur y, en mm, du liquide restant dans le flacon par la droite (AB).

1) A l'aide du graphique, déterminer :
a) La hauteur du liquide en début d'expérience.
b) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement.
2) Déterminer une équation de la droite (AB)
3) Retrouve par le calcul, les résultats de la question 1).



CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES
Exercice 1	
Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste	
1- B……	1pt
2- A……	1pt
3- C……	1pt
Exercice 2	
1) Propriété	
Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle égalité de même sens ……	1pt
2) Définition	
La médiane d'une série statistique à caractère quantitatif est le nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif ……	1pt
Exercice 3	

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 4

1) Justifions que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$

On a : $2 \times 2{,}64 < 2\sqrt{7} < 2 \times 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

En faisant la somme membre à membre, on obtient : $6{,}69 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 6{,}72$ 0,5pt

On en déduit que : $\mathbf{6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7}$ 0,5pt

1) a) Justifions : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$

on a : $\boldsymbol{b - a = -1 + \sqrt{2} - (6 - 2\sqrt{7}) = -1 + \sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7}$ .....

b) Comparons a et b en utilisant les résultats précédents. 1pt

D'après les inégalités précédentes on a : $6 - 7 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 7 - 7$

$-1 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 0$ 0,5pt

Donc $\boldsymbol{b - a < 0}$. On en déduit que : $\boldsymbol{b < a}$ 0,5pt

Exercice 5

1.a) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pour coordonnées $(-6; -2)$ et $(2; -6)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4-2 \\ 4-6 \end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}}$ 0,5pt

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4-2 \\ 0-6 \end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}}$ 0,5pt

b) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si : $-6 \times 2 + (-2)(-6) = 0$

$\boldsymbol{-6 \times 2 + (-2)(-6) = -12 + 12 = 0}$ **alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux**..... 0,5pt

2.a) Justifions que $AB = AC = 2\sqrt{10}$ et $BC = 4\sqrt{5}$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ =$\sqrt{(-4-2)^2 + (4-6)^2}$=$\sqrt{(-6)^2 + (-2)^2}$=$\sqrt{40}$=$\mathbf{2\sqrt{10}}$ 0,5pt

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$ =$\sqrt{(4-2)^2 + (0-6)^2}$=$\sqrt{(2)^2 + (-6)^2}$=$\sqrt{40}$=$\mathbf{2\sqrt{10}}$..... 0,5pt

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$ =$\sqrt{(4+4)^2 + (0-4)^2}$=$\sqrt{(8)^2 + (-4)^2}$=$\sqrt{80}$=$\mathbf{4\sqrt{5}}$..... 0,5pt

b) Déduis-en la nature du triangle ABC

$AB = AC = 2\sqrt{10}$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux alors le triangle ABC est rectangle isocèle en A..... 0,5pt

1) Justifie que les points B, C et D sont alignés

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 4+4 \\ 0-4 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -2+4 \\ 3-4 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$..... 0,5pt

les points B, C et D sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire : 0,5pt

$8 \times (-1) - (-4) \times 2 = 0$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$8 \times (-1) - (-4) \times 2 = -8 + 8 = 0$ alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires. Donc les points B, C et D sont alignés 0,5pt

Exercice 6

1. a) La hauteur du liquide en début d'expérience est $6mm$ 0,5pt
   b) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement $20\ mn$..... 0,5pt
2) Déterminons une équation de la droite (AB)

Graphiquement $A(10; 3)$ et $B\left(15; \frac{3}{2}\right)$

Soit $M(x; y)$ un point de la droite (AB)

Alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 15-10 \\ \frac{3}{2}-3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-10 \\ y-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \parallel \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-10 \\ y-3 \end{pmatrix}$ équivaut à : $5(y-3) + \frac{3}{2}(x-10) = 0$

équivaut à $3x + 10y - 60 = 0$..... 0,5pt

(AB): $\boldsymbol{y = -\frac{3}{10}x + 6}$ est une équation de la droite (AB)..... 0,5pt

3) Retrouvons par le calcul, les résultats de la question1).

La hauteur du liquide en début d'expérience

Au début d'expérience : $\boldsymbol{x = 0}$ alors $\boldsymbol{y = 6}$..... 1pt

Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement

le liquide est évaporé totalement lorsque $\boldsymbol{y = 0} \Leftrightarrow -\frac{3}{10}x + 6 = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{10}x = -6 \Leftrightarrow -3x = -60$

donc $\boldsymbol{x = 20}$..... 1pt

NIVEAU: 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Date de composition : 28/02/2019

Date de remise des copies : 07/03/2019

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé

Exercice 1 $(2pts)$

Les énoncés d'une définition et d'une propriété ont été désorganisés. Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé.

1) Définition

« ou si l'un d'eux est le vecteur nul» « sont dits colinéaires» « lorsqu'ils ont la même direction » « deux vecteurs »

2) Propriété

« qui interceptent » « ont la même longueur» « deux angles inscrits» « le même arc» « dans un cercle»

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 2 $(3pts)$

QCM

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	L'écriture de l'ensemble $]-5;0[\cap [-2;3[$ sous forme d'intervalle est :	$]-5;3[$	$[-2;0[$	$]-5;-2[$
2)	On donne les nombres réels $a = 2\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{2}$	$a < b$	$a > b$	$a = b$
3)	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ du système d'inéquations : $\begin{cases} 1-x \leq 3 \\ 4x-1 < 5+x \end{cases}$ est :	$[-2;2[$	$]-2;2[$	$[-2;2]$

Exercice 3$(3pts)$

L'unité de longueur est le centimètre

1) Justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$
2) a) Sachant que $28 = 64 - 36$, construis un segment $[MN]$ de longueur $2\sqrt{7}$
   b) Justifie ta construction.

Exercice 4 $(3pts)$

On donne les nombres réels A et B suivants : $A = \left(2-\sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{12}$ et $B = \frac{2}{\sqrt{7}+3}$.

1.a) Ecris A sous la forme $a + b\sqrt{3}$, a et b étant des nombres entiers relatifs.

b) Justifie que $B = 3 - \sqrt{7}$

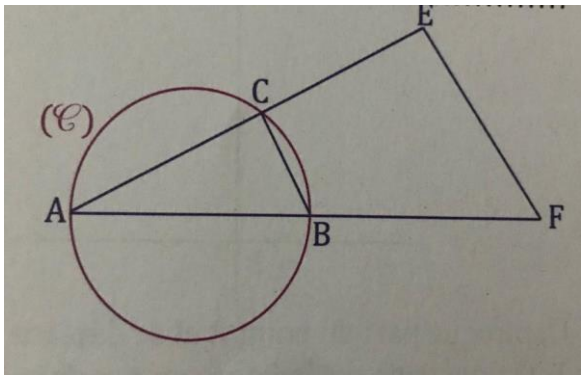
2) Sachant que $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$, donne un encadrement de B par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 5 $(5pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles : $(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre $[AB]$. Le segment $[AE]$ Coupe le cercle $(\mathcal{C})$ au point C. Le point B appartient au Segment $[AF]$

on donne : $AF = 10; AB = 5;\ EF = 6; AE = 8$ et $AC = 4$



1.a) Justifie que le triangle ABC est un triangle rectangle

b) Calcule BC

2.a) Démontre que le triangle AEF est rectangle en E

b) Déduis-en que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

3.a) Exprime le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AE}$

b) Exprime le vecteur $\overrightarrow{CB}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{EF}$

Exercice 6 $(4pts)$

Une entreprise de location de voitures propose deux options à la clientèle.

Option 1 :Le client paye un acompte de $2000\ FCFA$ et $115\ FCFA$ par kilomètre parcouru.

Option 2 : Le client ne paie aucun acompte et le kilomètre parcouru est facturé à $140\ FCFA$

Monsieur SANOE doit effectuer une mission pour laquelle il voudrait connaître l'option la moins coûteuse en fonction des distances à parcourir.

On désigne par x le nombre de $kilomètre$ parcourus.

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Nombre de kilomètres parcourus	50	80	110
Somme à payer avec l'option 1			
Somme à payer avec l'option 2			

1) Justifie que :

a- Le prix P_1 à payer pour l'option 1 est : $P_1 = 115x + 2000$

b- Le prix P_2 à payer pour l'option 2 est : $P_2 = 140x$

3-a Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I): $115x + 2000 < 140x$

c- A partir de combien de kilomètre, l'option 1 est – elle moins coûteuse que l'option 2.

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

Définition
Deux vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction ou si l'un d'eux est le vecteur nul…… 1pt

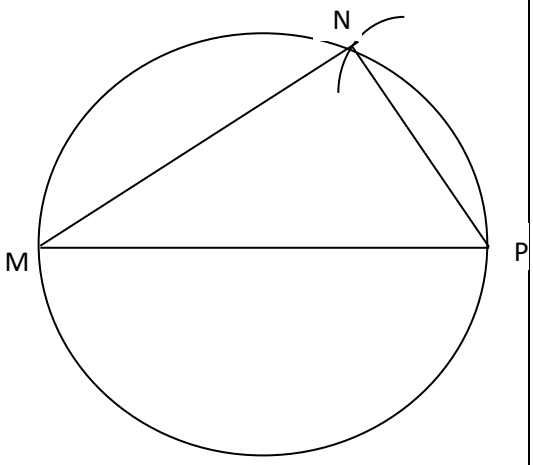
Propriété
Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure…… 1pt

Exercice 2

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

1) B…… 1pt
2) A…… 1pt
3) B…… 1pt

Exercice 3



1) Je justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

$\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{7}^2 = 4 \times 7 = 28$

2) On sait que : $28 = 64 - 36$ 1pt

Donc : $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 8^2 - 6^2$

On en déduit que : $8^2 = \left(2\sqrt{7}\right)^2 + 6^2$

Posons : $MP = 8; MN = 2\sqrt{7}$ et $NP = 6$

On a : $MP^2 = MN^2 + NP^2$ 1pt

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore MNP est un triangle rectangle en N.

Ainsi les points M, N et P appartiennent au cercle de diamètre $[MP]$

Construction du segment $[MN]$

- Je trace d'abord le segment $[MP]$ tel que $MP = 8$
- Je trace ensuite le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[MP]$
- Je place ensuite le cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre P et de rayon 6
- Je désigne par N l'un des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}_1)$ …….. 1pt
- Je trace les segments $[MN]$ et $[NP]$

Le segment $[MN]$ obtenu est tel que $MN = 2\sqrt{7}$

Exercice 4

1.a) **Ecrivons A sous la forme $a + b\sqrt{3}$, a et b étant des nombres entiers relatifs**.

$A = \left(2 - \sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{12} = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{4 \times 3} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3}$

$A = 7 - 2\sqrt{3}$ …….. 1pt

b) **Justifions que $B = 3 - \sqrt{7}$**

$B = \frac{2}{\sqrt{7}+3} = \frac{2(\sqrt{7}-3)}{(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)} = \frac{2(\sqrt{7}-3)}{(\sqrt{7})^2-3^2} = \frac{2(\sqrt{7}-3)}{7-9} = \frac{2(\sqrt{7}-3)}{-2} = -(\sqrt{7}-3)$

$B = 3 - \sqrt{7}$ …… 1 pt

1) Sachant que $2,645 < \sqrt{7} < 2,646$, donnons un encadrement de B par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

$$2,645 < \sqrt{7} < 2,646$$
$$-2,646 < -\sqrt{7} < -2,645$$
$$3 - 2,646 < 3 - \sqrt{7} < 3 - 2,645$$
$$0,354 < 3 - \sqrt{7} < 0,355$$

$0,35 < B < 0,36$…… 1pt

Exercice 5

1.a) **Justifions que le triangle ABC est un triangle rectangle**

$[AB]$ est le diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $C \in (\mathcal{C})$. Ainsi ABC est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc EFG est rectangle en C 1pt

……

b) **Calculons BC**

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Le triangle ABC rectangle en C ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{AB^2 = AC^2 + BC^2}$

Donc : $\boldsymbol{BC^2 = AB^2 - AC^2}$

$\boldsymbol{BC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9}$

$\boldsymbol{BC = \sqrt{9} = 3}$ 1pt

2.a) **Démontrons que le triangle AEF est rectangle en E**

$$AF^2 = 10^2 = 100$$
$$EF^2 = 6^2 = 36$$
$$AE^2 = 8^2 = 64$$
$$100 = 36 + 64$$

$\boldsymbol{AF^2 = EF^2 + AE^2}$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore AEF est un triangle rectangle en E 1pt

b) **Déduis-en que les droites (BC) et (EF) sont parallèles**

Le triangle ABC est rectangle en C, donc $(AC) \perp (BC)$

Le triangle AEF est rectangle en E, donc $(EF) \perp (AE)$ or $E \in (AC)$. Donc $(EF) \perp (AC)$ 1pt

(BC) et (EF) sont perpendiculaire à une même droite (AC) alors : (BC) // (EF).....

3.a) **Exprimons le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AE}$**

AEF est un triangle, C est un point de (AE) ; B est un point de (AF) et (BC) est parallèle à (EF) donc d'après la propriété de Thalès on a : $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AF}$ donc $\frac{AC}{AE} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ soit $AC = \frac{1}{2}AE$ 0,5pt

Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont même direction et même sens. D'où : $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.....

b) **Exprimons le vecteur $\overrightarrow{CB}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{EF}$**

AEF est un triangle, C est un point de (AE) ; B est un point de (AF) et (BC) est parallèle à (EF) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AF} = \frac{BC}{EF}$ donc $\frac{BC}{EF} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ soit $BC = \frac{1}{2}EF$ 0,5pt

Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont même direction et même sens. D'où : $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$.....

Exercice 6

1) **Recopions et complétons le tableau ci-dessous** : 0,25× 6pt

Nombre de kilomètres parcourus	50	80	110
Somme à payer avec l'option 1	7750	11200	14650
Somme à payer avec l'option 2	7000	11200	15400

2.a) **Justifie que le prix P_1 à payer pour l'option 1 est : $\boldsymbol{P_1 = 115x + 2000}$**

Pour $1km$ parcouru, le client paie : $115 \times 1 + 2000$

Pour $2km$ parcouru, le client paie : $115 \times 2 + 2000$

Pour $x\ km$ parcouru, le client paie : $115x + 2000$ 0,5pt

D'où : $P_1 = 115x + 2000$.....

b) **Justifions que le prix P_2 à payer pour l'option 1 est : $\boldsymbol{P_2 = 140x}$** 0,5pt

Pour $1km$ parcouru, le client paie : 140×1

Pour $2km$ parcouru, le client paie : 140×2

Pour $x\ km$ parcouru, le client paie : $140x$

D'où : $P_2 = 140x$.....

3-a **Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I): $\boldsymbol{115x + 2000 < 140x}$**

$115x + 2000 < 140x$ 1pt

$115x - 140x < -2000$

$-25x < -2000$

$25x > 2000$ 0,5pt

$x > 80$

$S_{\mathbb{R}} =]80; \rightarrow[$ .....

7) **A partir de combien de kilomètre, l'option 1 est – elle moins coûteuse que l'option 2.**

L'option 1 est moins coûteuse que l'option 2 se traduit par : $115x + 2000 < 140x$. Soit $x > 80$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

En conclusion, l'option 1 sera moins couteuse que l'option 2 à partir **de** $\mathbf{80}\boldsymbol{km}$.....	

CLASSE: 3ème 5

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Date de composition : 15/02/2019

Date de remise des copies : 25/02/2019

Durée : 02 heures

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé

Exercice 1($3pts$)

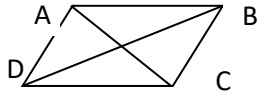
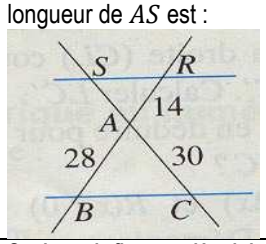
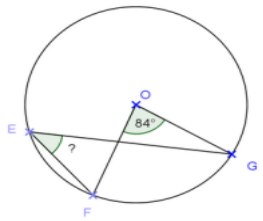
Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

1) La fraction rationnelle $F = \frac{2x-3}{x^2-5}$ existe si et seulement si $x \neq -5 \; et \; x \neq 5$
2) L'inéquation (I): $2x - 5 \leq 3x + 1$ a pour ensemble solution l'intervalle $[-6; \rightarrow[$
3) L'amplitude de l'intervalle $[a; b]$ est $b - a$

Exercice 2 ($3pts$)

QCM

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	$ABCD$ est un parallelogramme de centre O  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$	$\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AC}$
2)	Dans la figure ci-dessous, les droites (SR) et (BC) sont parallèles. La longueur de AS est :  	**15**	**14**	**60**
3)	**On donne la figure codée ci-dessous**  **La mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ est :**	**42°**	**84°**	**168°**

Exercice 3($3pts$)

On donne trois réels a, b et c tels que : $a = 7 - 5\sqrt{2}$;$b = -7 - 5\sqrt{2}$ et $c = -7 + 5\sqrt{2}$.

1.a) Calcule $a \times b$. Que peut-on dire du résultat ?.
b) Calcule $a + c$. Que peut-on dire du résultat ?.

2) Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$,donne un encadrement de a par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 4($3pts$)

L'unité de longueur est le centimètre

3) Justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

4) a) Sachant que $28 = 64 - 36$, construis un segment $[MN]$ de longueur $2\sqrt{7}$

b) Justifie ta construction.

Exercice 5 ($4\ pts$)

L'unité de longueur est le centimètre.

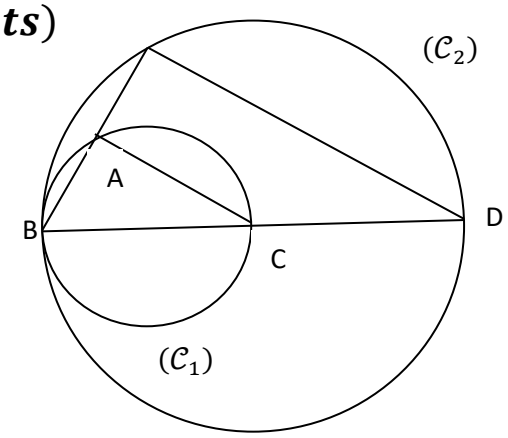
Dans la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles :

- $(\mathcal{C}_1)$est le cercle de diamètre $[BC]$;$(\mathcal{C}_2)$est le cercle de diamètre $[BD]$. Le point E appartient à $(\mathcal{C}_2)$

la droite (BE) recoupe le cercle $(\mathcal{C}_1)$ au point A

on donne : $BA = 4; BC = 5;\ BD = 9; ED = 5{,}4$

et $(AC)//(ED)$



1.a) Justifie que ABC est un triangle rectangle

b) Calcule AC

2.a) Justifie que $BE = 7{,}2$

3) Calcule $cos\widehat{BDE}$

b) En déduis un encadrement de $\text{mes}\,\widehat{\text{BDE}}$

(*On utilisera l'extrait de la table trigonométrique*)

$a°$	51°	52°	53°	54°	55°	56°
$\sin a°$	0,777	0,788	0,799	0,809	0,819	0,829
$\cos a°$	0,629	0,616	0,602	0,588	0,588	0,574

Exercice 6($4pts$)

Un cyber café de Yopougon propose deux formules à ses clients.

Formule 1

Le client paie $200\ FCFA$ pour chaque heure de navigation.

Formule 2

Le client paie un abonnement mensuel de $11250\ FCFA$, puis $50\ FCFA$ pour chaque heure de navigation.

On note x le nombre d'heures de navigation dans le mois.

1.a) exprime en fonction de x le coût mensuel de navigation de la première formule

b) justifie que le coût mensuel de navigation de la deuxième formule est : $11250 + 50x$.

2) A partir de quelle valeur de x la deuxième formule est la plus avantageuse ?

3. Quelle est la formule la plus avantageuse pour un internaute ayant un budget de $15000\ FCFA$?

CLASSE: 3ème 4

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Date de composition : 15/02/2019

Date de remise des copies : 25/02/2019

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Durée : 01 heure

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé

Exercice 1($3pts$)

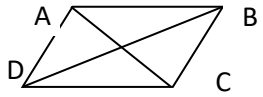
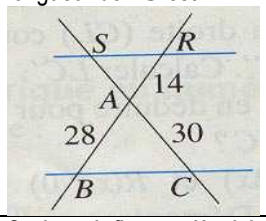
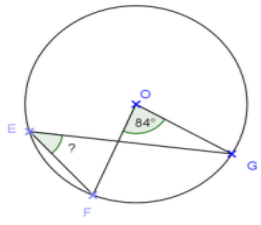
Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

4) La fraction rationnelle $F = \frac{2x-3}{x^2-5}$ existe si et seulement si $x \neq -5$ et $x \neq 5$
5) L'inéquation (I): $2x - 5 \leq 3x + 1$ a pour ensemble solution l'intervalle $[-6; \rightarrow[$
6) L'amplitude de l'intervalle $[a; b]$ est $b - a$

Exercice 2 ($3pts$)

QCM

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	$ABCD$ est un parallelogramme de centre O  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$	$\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AC}$
2)	Dans la figure ci-dessous, les droites (SR) et (BC) sont parallèles. La longueur de AS est :  	**15**	**14**	**60**
3)	**On donne la figure codée ci-dessous**  **La mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ est :**	**42°**	**84°**	**168°**

Exercice 3($3pts$)

On donne trois réels a, b et c tels que : $a = 7 - 5\sqrt{2}$;$b = -7 - 5\sqrt{2}$ et $c = -7 + 5\sqrt{2}$.

1.a) Calcule $a \times b$. Que peut-on dire du résultat ?.
b) Calcule $a + c$. Que peut-on dire du résultat ?.

2) Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$,donne un encadrement de a par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 4$(3pts)$

On donne le polynôme A tel que $P = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$

1.a) Développe et réduis P.

b) Justifie que $P = (3x+2)(5x-3)$

2) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $(3x+2)(5x-3) = 0$

Exercice 5 $(4\ pts)$

1) Compare $\sqrt{3}$ et 4 puis déduis le signe de $\sqrt{3}-4$.

2.a) Développe et réduis $\left(\sqrt{3}-4\right)^2$

b) Démontre que le nombre $A = \sqrt{19-8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ est un nombre entier.

Exercice 6$(4pts)$

Un cyber café de Yopougon propose deux formules à ses clients.

Formule 1

Le client paie $200\ FCFA$ pour chaque heure de navigation.

Formule 2

Le client paie un abonnement mensuel de $11250\ FCFA$, puis $50\ FCFA$ pour chaque heure de navigation.

On note x le nombre d'heures de navigation dans le mois.

1.a) exprime en fonction de x le coût mensuel de navigation de la première formule

b) justifie que le coût mensuel de navigation de la deuxième formule est : $11250 + 50x$.

2) A partir de quelle valeur de x la deuxième formule est la plus avantageuse ?

3. Quelle est la formule la plus avantageuse pour un internaute ayant un budget de $15000\ FCFA$?

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

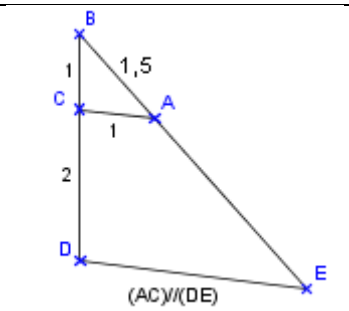
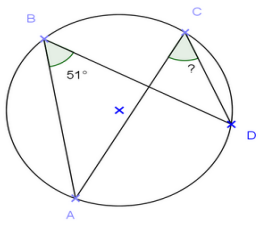
7) Les nombres $(9-4\sqrt{5})$ et $(9+4\sqrt{5})$ sont opposés.
8) Pour $x \in]-5;7[$ on $-12 < -3x+9 < 24$
9) On donne l'expression $P = -4x^2+3x+5$, la valeur numérique de P pour $x=\sqrt{3}$ est : $-7+3\sqrt{3}$

Exercice 2 $(3pts)$

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	ABC est un triangle rectangle en A tels que $AB=3$ $et BC=5$; alors on a :	$AC=4$	$AC=8$	$AC=16$
2)		$DE=4,5$	$DE=3$	$DE=2,5$
3)	: On donne la figure codée ci-dessous  La mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ est :	$102°$	$51°$	$25,5°$

Exercice 4$(3pts)$

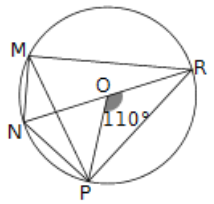
Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On donne les nombres réels A et B suivants : $A = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} et B = 3 + 2\sqrt{2}$

1) Justifie que : A = $3 - 2\sqrt{2}$
2) Calcule $A \times B$. Que peut-on dire du résultat ?
3) Sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, donne un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Exercice 3$(3pts)$

La figure ci-contre est un cercle $(\mathcal{C})$de centre O.
Les points M, N, P et R appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$
$[NR]$ est un diamètre et $mes\widehat{POR} = 110°$

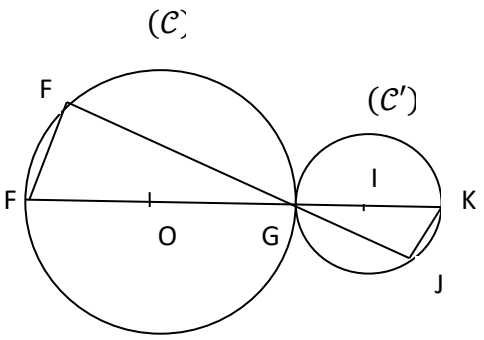


1) Détermine la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$
2) Justifie que $mes\widehat{NMR} = 90°$
3) Justifie que $mes\widehat{NMP} = 35°$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.

Exercice 5 $(4\ pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.
Dans la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles :

- $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[GF]$;
- $(\mathcal{C}')$ est le cercle de centre I et de diamètre $[GK]$;
- $FG = 10; EF = GK = 5;\ (FE)//(KJ)$



1.a) Justifie que EFG est un triangle rectangle en F
b) Calcule EG
2) Calcule KJ
3) Calcule $sin\widehat{EGF}$, en déduis mes EGF

On donne : $cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $sin30° = \frac{1}{2}$; $cos60° = \frac{1}{2}$; $sin30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 6$(4pts)$

Mlle EDI MO, élève d'une classe de $3ème$ à l'école William Ponty veut connaitre le nombre de clients qui paye deux des trois pots de jus faites pour un jour donné par sa maman(pot de lait et un pot de bissap ou un pot de lait et un pot de gnamankou ou un pot de gnamankou et un pot de bissap). Sa maman l'informe, pour un jour donné donné un même client paye moins de 3 pots de lait, entre 1 et 4 pots de bissap et plus de un pot de Gnamankou
A est l'ensemble des nombres réels x tels que $x < 3$;
B celui des nombres réels x telsque $1 \leq x < 4$
C celui des nombres reels$x$ tels que $1 \leq x$
1/ Ecris chacun des ensembles A, B, et C sous forme d'intervalle.

2/ Ecris plus simplement (si possible) : $A \cap B$; $A \cap C$ et $B \cap C$.

Une entreprise de Location de voitures propose deux options à la clientèle.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

10) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{2}$

11) $\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{50}-\sqrt{72}=\sqrt{2}$

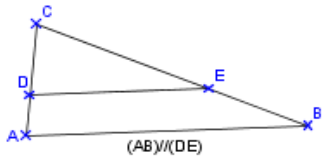
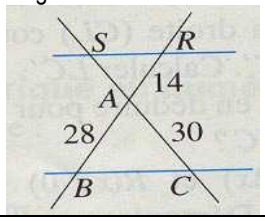
12) La fraction rationnelle $F=\frac{2x-3}{x^2-5}$ existe si et seulement si $x \neq -5$ et $x \neq 5$

Exercice 2$(3pts)$

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	ABC **est un triangle rectangle en** A **tels que** $AB=24$ $etBC=25$ **; alors on a :**	$AC=49$	$AC=1$	$AC=7$
2)		$\frac{BE}{BC}=\frac{AD}{AC}$	$\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$	$\frac{AD}{AC}=\frac{AB}{AE}$
3)	Dans la figure ci-dessous, les droites (SR) et (BC) sont parallèles. La longueur de AS est : 	15	14	60

Exercice 3$(3pts)$

On donne les nombres A,B et C suivant : $A=\sqrt{12}; B=\sqrt{27}$ et $C=\sqrt{20}$

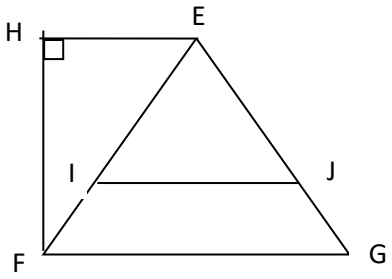
a- Ecris A, B et C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

2.a) Justifie que $A \times B = 18$

b) Calcule $A + B$ et $A \times C$, donne le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

Exercice 4$(3pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure codée ci-contre, on donne :
$EI = 3{,}2;\ EF = 10;\ EJ = 2{,}4$ et $EG = 7{,}5$;$FG = 5$ et $HF = 8$



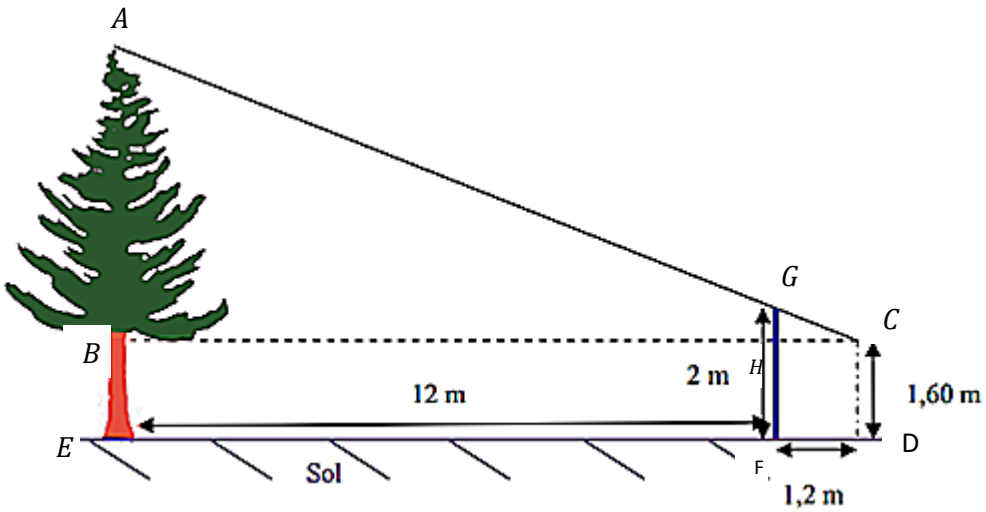
1.a) Démontrer que les droites (IJ) et (FG) sont parallèles.
b) justifie que $IJ = 1{,}6$
2) calcule EH

Exercice 5$(4pts)$

On donne $A = x^2 - 25$ et $B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5)$
1.a) Factorise A
b) Montre que $B = (x-5)(-x-6)$
2) On pose $F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)}$
a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe.
b) Simplifie F
c) Calcule la valeur numérique de F pour $x = \sqrt{2}$ (on écrira le résultat sans le signe radical au dénominteur)

Exercice 6$(3pts)$

GBOUKOU, élève en classe de $3ème$ à l'école WILLIAM PONTY de Yopougon se promène dans la forêt de Banco il aperçoit un arbre et aimerait connaître la hauteur de cet arbre situé devant lui. Pour cela, il utilise un bâton et prend quelques mesures au sol.
Il pique le bâton à terre, verticalement, à 12 mètres de l'arbre.
La partie visible (hors du sol) du bâton mesure 2 m.
GBOUKOU se place derrière le bâton, de façon à ce que son œil, situé à 1,60 m au-dessus du sol, voit en alignement le sommet de l'arbre et l'extrémité du bâton.
GBOUKOU marque sa position au sol, puis mesure la distance entre sa position et le bâton. Il trouve alors 1,2 m.
On représente cette situation à l'aide du schéma ci-dessous où $[AE]$ représente l'arbre et $[FG]$ le bâton



1.a) Justifie que$GH = 0{,}4$
b) Justifie que $ED = 13{,}2$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

2.a) Justifie que $AB = 4{,}4$
b) Endéduis la hauteur la hauteur AE de l'arbre au-dessus du sol

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

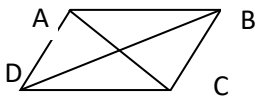
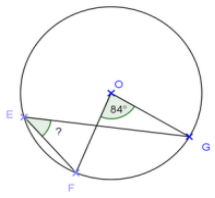
Exercice 1($3pts$)

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	$ABCD$ est un parallelogramme de centre O 	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$
2)	A, B, C, D et E sont des points du plan tels que : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE}=5\overrightarrow{BC}$	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont orthogonaux	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont colinéaires	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont égaux
3)	**On donne la figure codée ci-dessous**  **La mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ est :**	**42°**	**84°**	**168°**

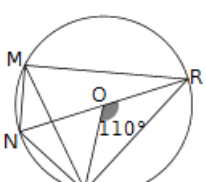
Exercice 2($3pts$)

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

13) $\left(5-2\sqrt{3}\right)^2 = 37-10\sqrt{3}$
14) L'amplitude de l'intervalle $[a;b]$ est $b-a$
15) $(x-1)^2-(3-2x)(x-1)$ a pour forme factorisée : $(x-1)(3x+2)$

Exercice 3($3pts$)

La figure ci-contre est un cercle $(\mathcal{C})$de centre O.
Les points M, N, P et R appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$
$[NR]$ est un diamètre et $mes\widehat{POR}=110°$



4) Détermine la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$
5) Justifie que $mes\widehat{NMR} = 90°$
6) Justifie que $mes\widehat{NMP} = 35°$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.

Exercice 4$(3pts)$

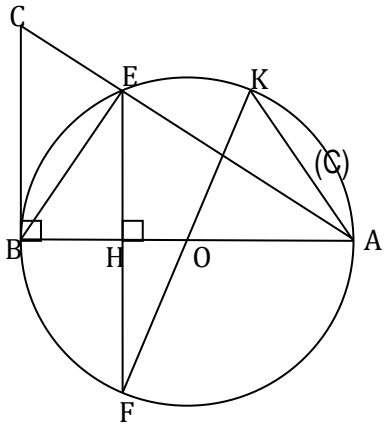
On donne les nombres réels A et B suivants : $A = \frac{1}{2+\sqrt{3}} et B = -2 + \sqrt{3}$

4) Justifie que : $A = 2 - \sqrt{3}$
5) Calcule A+B. Que peut-on dire du résultat ?
6) Sachant que : $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Exercice 5$(4pts)$

(*On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie*).
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :

- (C) est le cercle de centre O et de diamètre [AB]
- E est un point de (C)
- La hauteur du triangle ABE issue de E coupe (AB) en H et (C) en F
- K est le po
- int diamétralement opposé à F
- Le triangle ABC est rectangle en B



On donne : AB = 8 et BC = 6 et AC=10

1- a) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E
   b) Démontre que : AE = 6,4
3- a) Justifie que : (BC) // (HE)
   b) Calcule HE
4- a) Calcule $\sin \widehat{CAB}$
   b) En déduis un encadrement de $mes\ \widehat{CAB}$.

(*On utilisera l'extrait de la table trigonométrique*)

$a°$	36°	37°	38°	39°
$\sin a°$	0,588	0,602	0,616	0,629
$\cos a°$	0,809	0,799	0,788	0,777

Exercice 6$(4pts)$

Mlle FANOU, élève d'une classe de $3ème$ à l'école William Ponty veut connaitre le nombre de clients qui paye deux des trois pots de jus faites pour un jour donné par sa maman(pot de lait et un pot de bissap ou un pot de lait et un pot de gnamankou ou un pot degnamankouet un pot de bissap). Sa maman l'informe, pour un jour donné donné un même client paye moins de 3 pots de lait, entre 1 et 4 pots de bissap et plus de un pot de Gnamankou

A est l'ensemble des nombres réels x tels que $x < 3$;
B celui des nombres réels x telsque $1 \leq x < 4$
C celui des nombres reels$x$ tels que $1 \leq x$
1/ Ecris chacun des ensembles A, B, et C sous forme d'intervalle.

2/ Ecris plus simplement (si possible) : $A \cap B$; $A \cap C$ et $B \cap C$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Matématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	EFG est un triangle rectangle en E, alors :	$EF^2 = EG^2 + FG^2$	$FG^2 = EG^2 + EF^2$	$EG^2 = FG^2 + EF^2$
2)	ABC est un triangle rectangle en B, alors :	$sin\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$	$sin\widehat{A} = \frac{AB}{AC}$	$sin\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$
3)	ABC est un triangle rectangle en A tels que $AB = 3$; $AC = 4$; $BC = 5$ et H la hauteur issue du point A relativement à BC ; alors on a :	$AH = 4,8$	$AH = 2,4$	$AH = 1,8$

Exercice 2$(2pts)$

Lesénoncés d'une définition et d'une propriété ont été désorganisés. Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé.

3) Définition

« d'un nombre réel a notée $|a|$ » « la distance à zéro de ce nombre a » « on appelle valeur absolue »

4) Propriété

« des inégalités de même sens » « on obtient une nouvelle inégalité de même sens»

« lorsqu'on ajoute membre à membre »

Exercice 3$(4pts)$

L'unité de longueur est le centimètre

5) Justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

6) a) Sachant que $28 = 64 - 36$, construis un segment $[MN]$ de longueur $2\sqrt{7}$

b) Justifie ta construction.

Exercice 4$(3pts)$

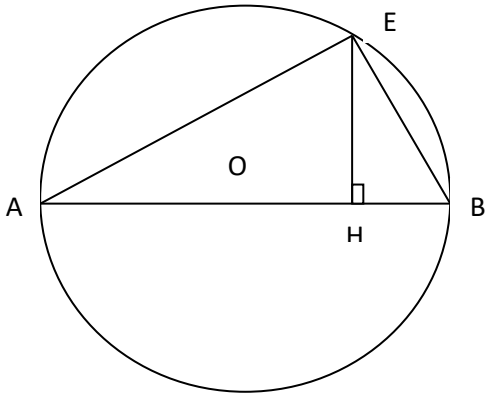
2) Compare $\sqrt{3}$ et 4 puis déduis le signe de $\sqrt{3}-4$.

2.a) Développe et réduis $(\sqrt{3}-4)^2$

b) Démontre que le nombre $A=\sqrt{19-8\sqrt{3}}+\sqrt{3}$ est un nombre entier.

Exercice 3$(4pts)$

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-dessous :
$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB=10$
$E\in(\mathcal{C})$ tel que $BE=6$ et $AE=8$.
H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point E.



1) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.
2) Justifie que : $EH=4{,}8$
3) a) Justifie que $cos\widehat{EAB}=0{,}8$

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs *(voir table trigonométrique)*

c) déduis-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

Extrait de la table trigonométrique

a°	34	35	36	37	38	39
sin	0,559	0,574	0,588	0,602	0,616	0,629
cos	0,829	0,819	0,809	0,799	0,788	0,777
tan	0,675	0,700	0,727	0,754	0,781	0,810

Exercice 6$(4pts)$

Exercice 6$(4pts)$

Mr HOUANHO veut mettre de l'engrais dans son champ qui a une forme rectangulaire de longueur $(4\sqrt{5}+2)\ dam$ et de largeur $(4\sqrt{5}-2)\ dam$.
L'agent des techniques agricoles l'informe qu'il faut 1 kg pour $100m^2$. Mr HOUANHO se rend au marché avec $40000\ FCFA$ en poche et le commerçant lui dit que l'engrais coûte 500 FCFA par Kg. Il veut alors savoir s'il a suffisamment d'argent pour faire l'achat.

1.a) Calcule l'aire du champ en $dam^2(On\ posera: aire = Longueur \times Largeur)$
b) Convertis $76dam^2$ en $m^2(Sachant\ que\ 1dam^2=100m^2)$
2) Calcule la masse d'engrais qu'il faut pour couvrir tout le champ.
3.a) Déterminer le prix de cette quantité d'engrais.
b) Mr HOUANHO a – t – il suffisamment d'argent pour acheter l'engrais ?

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

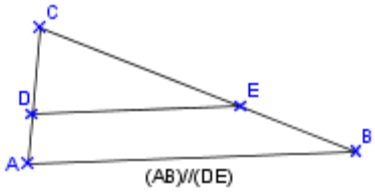
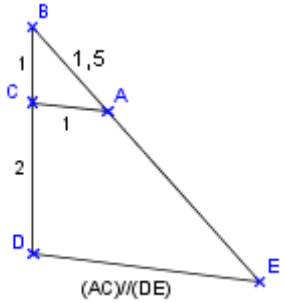
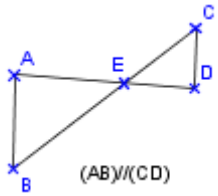
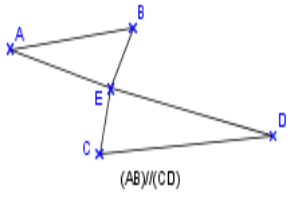
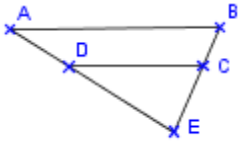
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($3pts$)

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)		$\frac{BE}{BC}=\frac{AD}{AC}$	$\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$	$\frac{AD}{AC}=\frac{AB}{AE}$
2)		$BE=4,5$	$BE=3$	$BE=2,5$
3)	: $\frac{EC}{EB}=\frac{ED}{EA}$			

Exercice 2 ($2pts$)

On donne les nombres A et B suivant : $A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$et $B=\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{50}-\sqrt{72}$

1) Justifie que $A=0$

2) Justifie que $B = \sqrt{2}$

Exercice 3$(3pts)$

1) On donne les nombres A et B suivant : $C = 2 - \sqrt{3}$ et $D = 2 + \sqrt{3}$

Calculer$C \times D$. Que peut-on déduire du résultat.

2) On donne les nombres E et F suivant : $E = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ et $F = -2 + \sqrt{3}$

a) Ecrire E sans le symbole $\sqrt{}$ au dénominateur

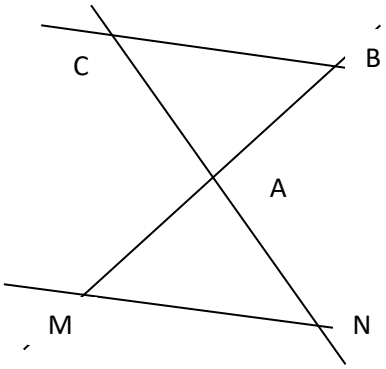
b) Calcule $E + F$. Que peut-on déduire du résultat

Exercice 4 $(3pts)$

Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.

Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part

$AB = 68, AM = 51, AC = 52, AN = 39, BC = 24$



3) Montre que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

4) Calcule MN.

Exercice 5$(5pts)$

On donne $A = x^2 - 25$ et $B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5)$

1.a) Factorise A

b) Montre que $B = (x-5)(-x-6)$

2) On pose $F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)}$

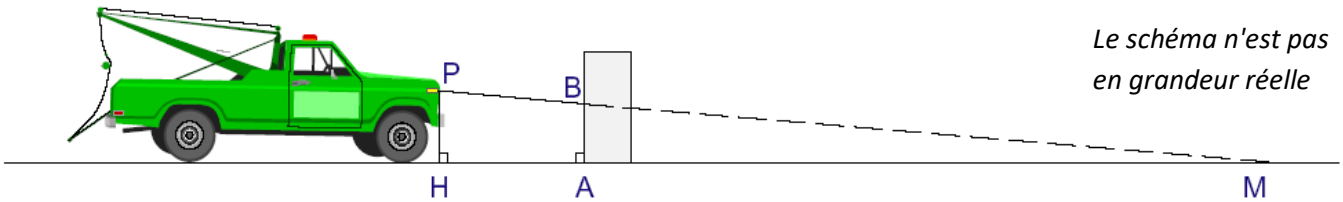
a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe.

b) Simplifie F

c) Calcule la valeur numérique de F pour $x = -2$

Exercice 6$(4pts)$

Mr **FONGBE**, le père d'un élève dans une classe 3eme de l'école **WILLIAM PONTY**doit effectuer un réglage rapide des feux de croisement de son véhicule. Il place le véhicule devant un mur vertical comme l'indique le schéma ci-dessous :



Le schéma n'est pas en grandeur réelle

Le point $\boldsymbol{P}$ représente le phare. La distance entre le sol et le phare est$\boldsymbol{HP}$. On considère que le phare émet un rayon lumineux vers le sol ; en l'absence du mur, ce rayon atteindrait le sol au point $\boldsymbol{M}$. La distance $\boldsymbol{HM}$est appelée "portée du feu de croisement".

D'après la consigne de sécurité (code de la route) il faut que la portée du feu de croisement soit à 37,5 m afin d'éclairer suffisamment loin et ne pas éblouir les autres automobilistes.

Pour cette voiture, on a **HP = 0,8m**, **HA = 3m.**

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

a) Justifie que $MA = 34{,}5m$

b) Quelle doit être la distance AB pour que le phare soit correctement positionné ?

c) Lors du réglage on mesure AB =0, 743 m.
La voiture respecte-t-elle la consigne de sécurité ?

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Ce barème est general et ne peut être modifié.
A toute démarche correcte différente de celle proposée dans ce document, on accordera la totalité des points. Pour un résultat juste on accordera la moitié des points si la justification est incomplète.

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux les affirmations

8) F..... 1pt
9) V..... 1pt
10) V..... 1pt

Exercice 2

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

11) A..... 1pt
12) B..... 1pt
13) B..... 1pt

Exercice 3

2) Ecrivons le nombre a sans radical au dénominateur.

$$A = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = \frac{3-2\sqrt{2}}{1} = 3-2\sqrt{2}$$

Donc $A = 3-2\sqrt{2}$ 1pt

Calculons $A \times B$

$A \times B = (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 3^2-(2\sqrt{2})^2 = 9-8 = 1$

$A \times B = 1$ alors A et B sont inverses l'un de l'autre..... 1pt

2.a) Donnons un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

$$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$$
$$-1{,}414 \times 2 > -2\sqrt{2} > -1{,}415 \times 2$$
$$-2{,}830 < -2\sqrt{2} < -2{,}828$$
$$3-2{,}830 < 3-2\sqrt{2} < 3-2{,}828$$
$$0{,}17 < 3-2\sqrt{2} < 0{,}172$$

$\mathbf{0,17} < A < 0{,}18$..... 1pt

Exercice 3

1) **Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$**

L'angle $\widehat{PMR}$ est un angle au centre, $\widehat{POR}$ est l'angle au centre associé

Alors $mes\widehat{PMR} = \frac{1}{2} mes\widehat{POR}$

$mes\widehat{PMR} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$ 1pt

2) **Justifions que mes$\widehat{NMR}$ =90°**

$[NR]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $M \in (\mathcal{C})$. Ainsi NMR est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc NMR est rectangle en M

Donc mes$\widehat{NMR}$ =90°..... 1 pt

3) **Justifions que mes$\widehat{NMP}$=35°**

$$mes\widehat{NMP} + mes\widehat{PMR} = 90^\circ$$

Alors $mes\widehat{NMP} = 90^\circ - mes\widehat{PMR} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ 0,5pt

En déduire la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$

les angles $\widehat{NRP}$ et $\widehat{NMP}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{NP}$

Alors $mes\widehat{NRP} = mes\widehat{NMP} = 35^\circ$..... 0,5pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 5

1.a) **Justifions que EFG est un triangle rectangle en F**

$[FG]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $E \in (\mathcal{C})$. Ainsi EFG est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc EFG est rectangle en E — 1pt

……

b) **Calculons EG**

Le triangle EFG rectangle en E ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{FG^2 = FE^2 + EG^2}$

Donc : $\boldsymbol{EG^2 = FG^2 - EF^2}$

$\boldsymbol{EG^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75}$ — 1pt

$\boldsymbol{EG = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} =}$

$\boldsymbol{5\sqrt{3}}$……

1) **Calculons KJ**

EFG est un triangle, J est un point de (EG) ; K est un point de (FG) et (KJ) est parallèle à (EF) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{GK}{GF} = \frac{GJ}{GE} = \frac{KJ}{FE}$ donc $\frac{GK}{GF} = \frac{KJ}{FE}$; — 1pt

d'où : $KJ = \frac{GK \times FE}{GF} = \frac{5 \times 5}{10} = 2{,}5$ — 1pt

Ainsi $\boldsymbol{KJ = 2{,}5cm}$……..

3) Calcule $sin\widehat{EGF}$,

sin $\boldsymbol{\widehat{EGF} = \frac{EF}{FG} = \frac{5}{10} = 0{,}5}$ …… — 0,5pt

En déduis mes$\boldsymbol{\widehat{EGF}}$

$sin\widehat{EGF} = 0{,}5$ alors **mes$\boldsymbol{\widehat{EGF} = 30°}$**……..

Exercice 6

1/ **Ecrivons chacun des ensembles A, B, et C sous forme d'intervalle.** — 0,5pt

$A = \{x \epsilon \mathbb{R} \setminus x < 3\} \Leftrightarrow x \epsilon]\leftarrow; 3[$…… — 0,5pt

$B = \{x \epsilon \mathbb{R} \setminus 1 \leq x < 4\} \Leftrightarrow x \epsilon [1; 4[$…… — 0,5pt

$C = \{x \epsilon \mathbb{R} \setminus 1 \leq x\} \Leftrightarrow x \epsilon [1; \rightarrow[$……

2) **Ecrivons plus simplement ($\boldsymbol{si\ possible}$) :$\boldsymbol{A \cap B}$; $\boldsymbol{A \cap C}$ et $\boldsymbol{B \cap C}$**

$$A \cap B = [1; 3[$$ — 1pt

$$A \cap C = [1; 3[$$ — 1pt

$$B \cap C = [1; 4[$$ — 1pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

16) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{2}$

17) $\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{50}-\sqrt{72}=\sqrt{2}$

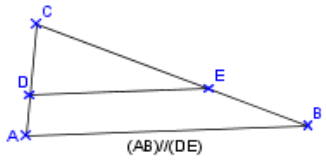
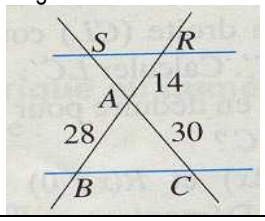
18) La fraction rationnelle $F=\frac{2x-3}{x^2-5}$ existe si et seulement si $x \neq -5$ et $x \neq 5$

Exercice 2$(3pts)$

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	ABC **est un triangle rectangle en** A **tels que** $AB=24$ $etBC=25$ **; alors on a :**	$AC=49$	$AC=1$	$AC=7$
2)		$\frac{BE}{BC}=\frac{AD}{AC}$	$\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$	$\frac{AD}{AC}=\frac{AB}{AE}$
3)	Dans la figure ci-dessous, les droites (SR) et (BC) sont parallèles. La longueur de AS est : 	15	14	60

Exercice 3$(3pts)$

On donne les nombres A,B et C suivant : $A=\sqrt{12}; B=\sqrt{27}$ et $C=\sqrt{20}$

b- Ecris A, B et C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

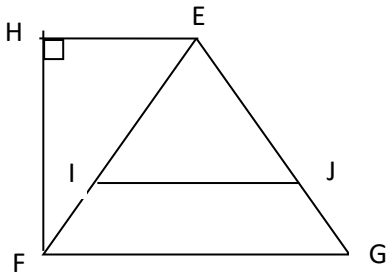
2.a) Justifie que $A \times B = 18$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

b) Calcule $A + B$ et $A \times C$, donne le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

Exercice 4$(3pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure codée ci-contre, on donne :
$EI = 3{,}2;\ EF = 10;\ EJ = 2{,}4$ et $EG = 7{,}5$;$FG = 5$ et $HF = 8$



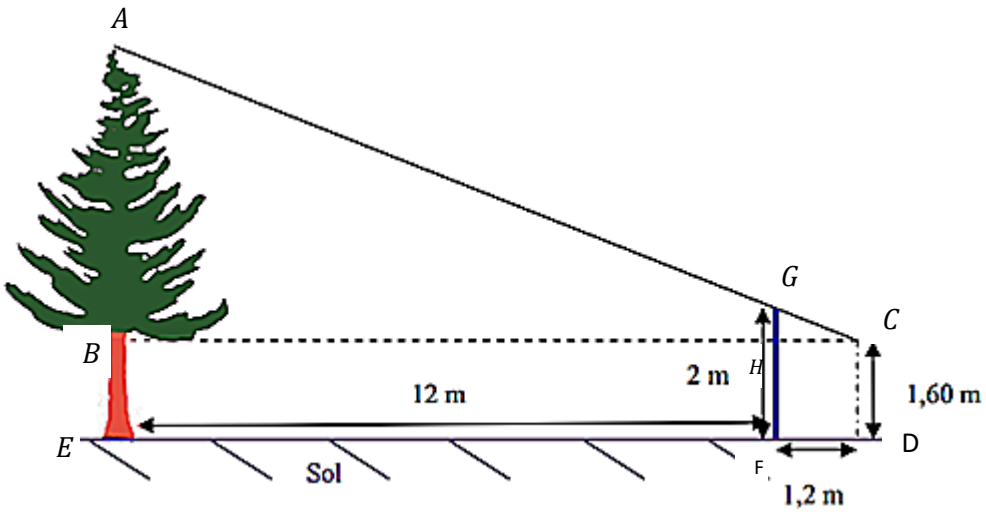
1.a) Démontrer que les droites (IJ) et (FG) sont parallèles.
b) justifie que $IJ = 1{,}6$
2) calcule EH

Exercice 5$(4pts)$

On donne $A = x^2 - 25$ et $B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5)$
1.a) Factorise A
b) Montre que $B = (x-5)(-x-6)$
2) On pose $F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)}$
a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe.
b) Simplifie F
c) Calcule la valeur numérique de F pour $x = \sqrt{2}$ (on écrira le résultat sans le signe radical au dénominteur)

Exercice 6$(3pts)$

GBOUKOU, élève en classe de $3ème$ à l'école WILLIAM PONTY de Yopougon se promène dans la forêt de Banco il aperçoit un arbre et aimerait connaître la hauteur de cet arbre situé devant lui. Pour cela, il utilise un bâton et prend quelques mesures au sol.
Il pique le bâton à terre, verticalement, à 12 mètres de l'arbre.
La partie visible (hors du sol) du bâton mesure 2 m.
GBOUKOU se place derrière le bâton, de façon à ce que son œil, situé à 1,60 m au-dessus du sol, voit en alignement le sommet de l'arbre et l'extrémité du bâton.
GBOUKOU marque sa position au sol, puis mesure la distance entre sa position et le bâton. Il trouve alors 1,2 m.
On représente cette situation à l'aide du schéma ci-dessous où $[AE]$ représente l'arbre et $[FG]$ le bâton



1.a) Justifie que$GH = 0{,}4$
b) Justifie que $ED = 13{,}2$

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

2.a) Justifie que $AB = 4{,}4$
b) Endéduis la hauteur la hauteur AE de l'arbre au-dessus du sol

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES
Ce barème est general et ne peut être modifié. A toute démarche correcte différente de celle proposée dans ce document, on accordera la totalité des points. Pour un résultat juste on accordera la moitié des points si la justification est incomplète.	
Exercice 1	
Répondre par vrai ou faux les affirmations	
7) V.....	1pt
8) V.....	1pt
9) F.....	1pt
Exercice 2	
Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste	
14) C.....	1pt
15) B.....	1pt
16) A.....	1pt
Exercice 3	
On donne les nombres A,B et C suivant : $A = \sqrt{12}; B = \sqrt{27}\ et\ C = \sqrt{20}$	
1) **Ecrivons A, B et C sous la forme $a\sqrt{b}$.**	
$A = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$	0,5pt
$B = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.....	0,5pt
$C = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.....	0,5pt
2.a) **Justifions que $A \times B = 18$**	
$A \times B = \sqrt{12} \times \sqrt{27} = 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = (2 \times 3)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 6 \times 3 = 18$.....	0,5pt
b) **Calculons $A + B$ et $A \times C$, donnons les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$**	
$A + B = \sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = (2 + 3)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.....	0,5pt
$A \times C = \sqrt{12} \times \sqrt{20} = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} = (2 \times 2)(\sqrt{3} \times \sqrt{5}) = 3\sqrt{15}$	0,5pt
Exercice 4	
2) **Démontrons que les droites (IJ) et (FG) sont parallèles**.	
EFG est un triangle, I est un point de (EF) ; J est un point de (EG)	
$\frac{EI}{EF} = \frac{3{,}2}{10} = 0{,}32$; $\frac{EJ}{EG} = \frac{2{,}4}{7{,}5} = 0{,}32$	
$\frac{EI}{EF} = \frac{EJ}{EG}$ La position du point I par rapport à E et F est la même que celle du point J par rapport à E et G.	
D'après la réciproque de la propriété de Thalès, droites (IJ) et (FG) sont parallèles.....	1pt
2.a) **Justifions que $IJ = 1,6$**	
EFG est un triangle, I est un point de (EF) ; J est un point de (EG) et (IJ) est parallèle à (FG) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{EI}{EF} = \frac{EJ}{EG} = \frac{IJ}{FG}$ donc $\frac{EJ}{EG} = \frac{IJ}{FG}$;	
d'où : $IJ = \frac{EJ \times FG}{EG} = \frac{2{,}4 \times 5}{7{,}5} = 1{,}6$	1pt
Ainsi $\boldsymbol{IJ = 1,6cm}$	
3) **calculons EH**	
le triangle EFH rectangle en H ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{EF^2 = EH^2 + FH^2}$	
Donc : $\boldsymbol{EH^2 = EF^2 - FH^2}$	
$\boldsymbol{EH^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36}$	

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$\boldsymbol{BH = \sqrt{36} = 6}$..... 1pt

Exercice 5

On donne $A = x^2 - 25$ et $B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5)$

1.**a) Factorisons A**

$A = x^2 - 25 = A = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$..... 0,5pt

b) **Montrons que $B = (x-5)(-x-6)$**

$$B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5) = (x-5)(x-5) - (2x+1)(x-5)$$

$B = (x-5)[(x-5) - (2x+1)] = (x-5)(x-5-2x-1) = (x-5)(-x-6)$ 1pt

2) On pose $F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)}$

a) **Trouvons les valeurs de x pour lesquelles F existe**

F existe si et seulement si : $(x-5)(-x-6) \neq 0 \Leftrightarrow x-5 \neq 0 \; et \; -x-6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 5 \; et \; x \neq -6$ 1pt

F existe si et seulement si : $x \neq 5 \; et \; x \neq -6$.....

a. Simplifions F.

$$F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)} = \frac{x+5}{-x-6}$$

pour $x \neq 5 \; et \; x \neq -6; F = \frac{x+5}{-x-6}$ 0,5pt

b. Calculons Fpour$x = \sqrt{2}$

pour $x = \sqrt{2}, F = \frac{\sqrt{2}+5}{-\sqrt{2}-6} = \frac{(\sqrt{2}+5)(-\sqrt{2}+6)}{(-\sqrt{2}-6)(-\sqrt{2}+6)} = \frac{-2+6\sqrt{2}-5\sqrt{2}+30}{(-\sqrt{2})^2-(6)^2} = \frac{28+\sqrt{2}}{-34}$..... 1pt

Exercice 6

Justifions que$GH = 0,4$

Les points F, H et Gétant alignés : 0,5pt

$GH = GF - HF = 2 - 1,6 = 0,4$.....

Justifie que $ED = 13,2$

Les points E, F et D étant alignés :

$ED = EF + FD = 12 + 1,2 = 13,2$

par conséquent BC=13,2 ..... 0,5pt

Les droites (*AE*) et (*GF*), étant toutes deux verticales, sont parallèles ; donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès : $\frac{CA}{CG} = \frac{CB}{CH} = \frac{AB}{GH}$

$$\frac{CB}{CH} = \frac{AB}{GH} \Leftrightarrow \frac{13,2}{1,2} = \frac{x}{0,4} \Leftrightarrow x = \frac{13,2 \times 0,4}{1,2} = 4,4$$ 1pt

$AB = 4,4$.....

La hauteur AE du baobab est donc : 1pt

$$AE = AB + BE = 4,4 + 1,6 = 6$$

La hauteur du baobab au-dessus du sol est 6 mètres. .....

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1$(3pts)$

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

19) A et B sont deux nombres réels tels que $A \times B = 0$ alors A et B sont inverses l'un de l'autre.

20) L'inéquation (I): $2x - 5 \leq 3x + 1$ a pour ensemble solution l'intervalle $[6; \rightarrow[$

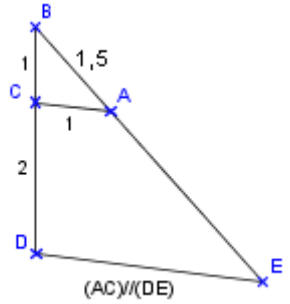
21) La fraction rationnelle $F = \frac{2x-3}{x^2-5}$ existe si et seulement si $x \neq -5 \; et \; x \neq 5$

Exercice 2 $(3pts)$

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	ABC **est un triangle rectangle en** A **tels que** $AB = 3 \; et BC = 5$ **; alors on a :**	$AC = 4$	$AC = 8$	$AC = 16$
2)		$DE = 4,5$	$DE = 3$	$DE = 2,5$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

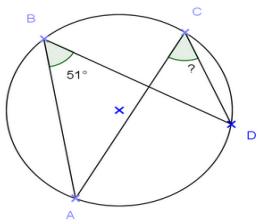
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

3)	: On donne la figure codée ci-dessous  La mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ est :	$102°$	$51°$	$25,5°$

Exercice 3 $(4pts)$

On donne le polynôme A tel que $P = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$

1.a) Développe et réduis P.

b) Justifie que $P = (3x+2)(5x-3)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(3x+2)(5x-3) = 0$

Exercice 4$(4pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.

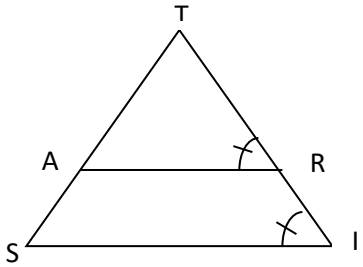
Sur la figure codée ci-contre, on donne :

$TA = 2{,}2$; $TR = 4{,}2$; $TI = 6{,}3$ et $SI = 5{,}4$.

1) Démontrer que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.

2. a) justifie que $TS = 3{,}3$

b) Calcule la longueur AR.



Exercice 5$(4pts)$

1) On donne : $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

a) Ecris le nombre a sans radical au dénominateur.

b) Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de $2 - \sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2

2) b et x sont deux nombres tels que : $b = x + 3$

Détermine x pour que a et b soient opposés

Exercice 6$(4pts)$

Dans le cadre du programme Présidentiel d'urgence, un bâtiment d'établissement secondaire a été réhabilité. Le charpentier indique que pour le toit du bâtiment évacue correctement l'eau de pluie, il faut que l'inclinaison $\alpha°$ de ce toit par rapport à l'horizontal soit entre $6°$ et $10°$.

La figure ci contre est la représentation en coupe du bâtiment réhabilité où l'angle $\widehat{ADB}$ représente l'inclinaison.

On donne : $AC = 4{,}6cm$; $DE = 3{,}44cm$ et $CE = 8cm$.

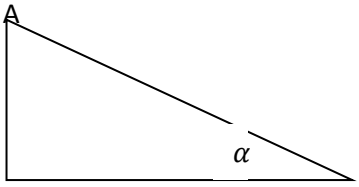
1) Justifie que la longueur du segment $[AB]$ est $1{,}16cm$.

2) Calcule la longueur de la distance AB

3) Justifie que $tan\widehat{ADB} = 0{,}145$.

4.a) Déterminer un encadrement de la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ par deux nombres entiers consécutifs.

b) Le toit du bâtiment réhabilité peut-il évacuer correctement l'eau de pluie ? justifie ta réponse.



Extrait de la table trigonométrique

a°	5	6	7	8	9	10
sin	0,087	0,105	0,122	0,139	0,156	0,179

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

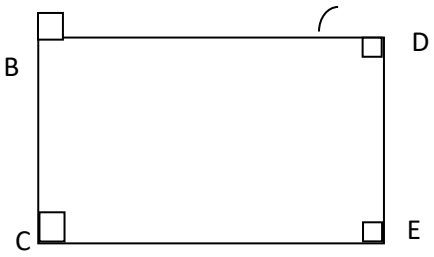
21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

cos	0,996	0,995	0,993	0,990	0,988	0,985
tan	0,087	0,105	0,123	0,141	0,158	0,176



CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Ce barème est general et ne peut être modifié.
A toute démarche correcte différente de celle proposée dans ce document, on accordera la totalité des points. Pour un résultat juste on accordera la moitié des points si la justification est incomplète.

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux les affirmations

17) F..... 1pt
18) V..... 1pt
19) F..... 1pt

Exercice 2

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

20) A..... 1pt
21) B..... 1pt
22) B..... 1pt

Exercice 3

On donne le polynôme A tel que $P = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$

1.a) Développons et réduisons P.

$$P = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - (5 \times 3x + 5 \times 2 - 2x \times 3x - 2x \times 2)$$
$$= 9x^2 + 12x + 4 - 15x - 10 + 6x^2 + 4x$$

$\boldsymbol{P = 15x^2 + x - 6}$..... 1pt

b) Justifions que $P = (3x+2)(5x-3)$

$$P = (3x+2)[3x+2-(5-2x)]$$
$$P = (3x+2)(3x+2-5+2x)$$

D'où $\boldsymbol{P = (3x+2)(5x-3)}$..... 1pt

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(3x+2)(5x-3) = 0$

$3x+2=0$ où $5x-3=0$

$x = -\frac{2}{3}$ où $x = \frac{3}{5}$..... 1pt

L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, est la paire $\left\{-\frac{2}{3}; \frac{3}{5}\right\}$..... 1pt

Exercice 4

4) Démontrons que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.

Les angles $\widehat{TRA}$ et $\widehat{TIS}$ sont deux **angles correspondants** de **même mesure** formés par deux droites (AR), (SI) et une sécante (AI) alors les droites (AR) et (SI) sont parallèles..... 1 pt

2.a) Justifions que $TS = 3{,}3$

TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI}$ donc : $TS = \frac{TA \times TI}{TR} = \frac{2{,}2 \times 6{,}3}{4{,}2} = 3{,}3$.....

Ainsi $\boldsymbol{TS = 3{,}3cm}$ 1,5pt

b),Calculons la longueur AR.

TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$ donc $\frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$;

d'où : $AR = \frac{TR \times SI}{TI} = \frac{4{,}2 \times 5{,}4}{6{,}3} = 3{,}6$ .....

Ainsi $\boldsymbol{AR = 3{,}6cm}$ 1,5pt

Exercice 5

3) Ecrivons le nombre a sans radical au dénominateur.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$$a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = \frac{2-\sqrt{3}}{1} = 2-\sqrt{3}$$

Donc a = $2-\sqrt{3}$ 1pt

2.a) Donnons un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

$$1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$$
$$-1{,}732 > -\sqrt{3} > -1{,}733$$
$$-1{,}733 < -\sqrt{3} < -1{,}732$$
$$2-1{,}733 < 2-\sqrt{3} < 2-1{,}732$$
$$0{,}267 < 2-\sqrt{3} < 0268$$

1,5pt

$\mathbf{0,26} < A < 0{,}27$.....

b) Déterminons x pour que a et b soient opposés

a et b sont opposéssi et seulement si : $a+b=0$

$$a+b = 2-\sqrt{3}+x+3 = 0$$

$x = -5+\sqrt{3}$ 1,5pt

Exercice 6

23) Justifions que la longueur du segment $[AB]$ est $1{,}16cm$.

$$AB = AC - BC = AC - DE = 4{,}6 - 3{,}44 = 1{,}16cm$$

1pt

Donc : $AB = 1{,}16cm$ ... .

Calculons la longueur du segment AD

le triangle ABD rectangle en B ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{AD^2 = AB^2 + DB^2}$

Donc : $AD^2 = 1{,}16^2 + 8^2 = 1{,}3456 + 64 = 65{,}3456$

$\boldsymbol{AD = \sqrt{65{,}3456} = 8{,}08}$..... 0,5pt

24) Justifie que sin $\widehat{ADB}$= 0,145

sin $\widehat{\boldsymbol{ADB}} = \frac{AB}{BD} = \frac{1{,}16}{8} = \mathbf{0{,}145}$ 1pt

3.a) Déterminons un encadrement de mes $\widehat{ADB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs 1pt

$$\mathbf{0{,}141} < 0{,}145 < 0{,}158$$

$$\boldsymbol{tan8°} < tan\widehat{\boldsymbol{ADB}} < \boldsymbol{tan9°}$$

$\mathbf{8°} < mes\widehat{\boldsymbol{ADB}} < \mathbf{9°}$ .....

b) Le toit du bâtiment réhabilité peut-il évacuer correctement l'eau depluie ?

Le toit du bâtiment évacue correctement l'eau de pluie, il faut que l'inclinaison $\alpha°$ de ce toit par rapport à l'horizontal soit entre $6°$ et $10°$.

On a : $\mathbf{8°} < mes\widehat{\boldsymbol{ADB}} < \mathbf{9°}$ 0,5pt

Donc: Le toit du bâtiment évacue correctement l'eau de pluie.....

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

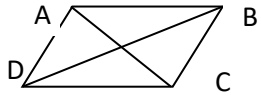
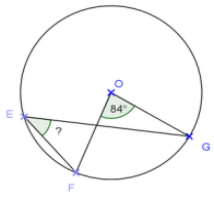
Exercice 1(3pts)

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	$ABCD$ est un parallelogramme de centre O 	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$
2)	A, B, C, D et E sont des points du plan tels que : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE}=5\overrightarrow{BC}$	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont orthogonaux	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont colinéaires	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}et\ \overrightarrow{DE}$ sont égaux
3)	**On donne la figure codée ci-dessous**  **La mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ est :**	**42°**	**84°**	**168°**

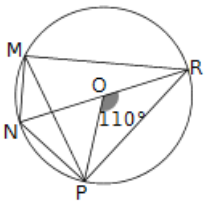
Exercice 2(3pts)

Répondre par vrai ou faux les affirmations suivantes. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie

22) $\left(5-2\sqrt{3}\right)^2=37-10\sqrt{3}$
23) L'amplitude de l'intervalle $[a;b]$ est $b-a$
24) $(x-1)^2-(3-2x)(x-1)$ a pour forme factorisée : $(x-1)(3x+2)$

Exercice 3(3pts)

La figure ci-contre est un cercle $(\mathcal{C})$de centre O.
Les points M, N, P et R appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$
$[NR]$ est un diamètre et $mes\widehat{POR}=110°$



7) Détermine la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$
8) Justifie que $mes\widehat{NMR}=90°$
9) Justifie que $mes\widehat{NMP}=35°$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 4($3pts$)

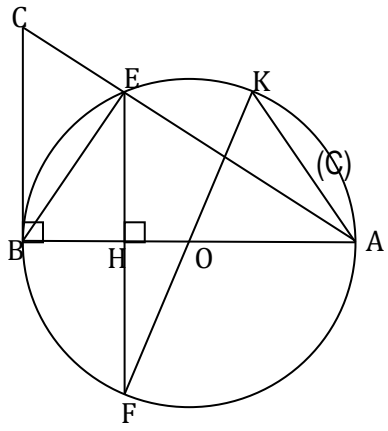
On donne les nombres réels A et B suivants : $A = \frac{1}{2+\sqrt{3}} et B = -2+\sqrt{3}$

7) Justifie que : $A = 2-\sqrt{3}$
8) Calcule A+B. Que peut-on dire du résultat ?
9) Sachant que : $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

Exercice 5($4pts$)

(*On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie*).
L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles :

- (C) est le cercle de centre O et de diamètre [AB]
- E est un point de (C)
- La hauteur du triangle ABE issue de E coupe (AB) en H et (C) en F
- K est le po
- int diamétralement opposé à F
- Le triangle ABC est rectangle en B



On donne : AB = 8 et BC = 6 et AC=10

2- a) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E
   b) Démontre que : AE = 6,4
3- a) Justifie que : (BC) // (HE)
   b) Calcule HE
4- a) Calcule $\sin \widehat{CAB}$
   b) En déduis un encadrement de mes $\widehat{CAB}$.

(*On utilisera l'extrait de la table trigonométrique*)

$a°$	36°	37°	38°	39°
$\sin a°$	0,588	0,602	0,616	0,629
$\cos a°$	0,809	0,799	0,788	0,777

Exercice 6($4pts$)

Mlle FANOU, élève d'une classe de $3ème$ à l'école William Ponty veut connaitre le nombre de clients qui paye deux des trois pots de jus faites pour un jour donné par sa maman(pot de lait et un pot de bissap ou un pot de lait et un pot de gnamankou ou un pot degnamankouet un pot de bissap). Sa maman l'informe, pour un jour donné donné un même client paye moins de 3 pots de lait, entre 1 et 4 pots de bissap et plus de un pot de Gnamankou

A est l'ensemble des nombres réels x tels que $x < 3$;
B celui des nombres réels x telsque $1 \leq x < 4$
C celui des nombres reels$x$ tels que $1 \leq x$
1/ Ecris chacun des ensembles A, B, et C sous forme d'intervalle.

2/ Ecris plus simplement (si possible) : $A \cap B$; $A \cap C$ et $B \cap C$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Exercice 1

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

1- C..... 1pt
2- B..... 1pt
3- A..... 1pt

Exercice 2

Répondre par vrai ou faux les affirmations

1- F..... 1pt
2- V..... 1pt
3- F..... 1pt

Exercice 3

Exercice 2

1) Démontrons que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.

Les angles $\widehat{TRA}$ et $\widehat{TIS}$ sont deux **angles correspondants**de**même mesure** formés par deux droites (AR), (SI) et une sécante (AI) alors les droites (AR) et (SI) sont parallèles..... 1pt

2) Justifions que $TS = 3{,}3$

TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI}$ donc : $TS = \frac{TA \times TI}{TR} = \frac{2{,}2 \times 6{,}3}{4{,}2} = 3{,}3$.....

Ainsi $\boldsymbol{TS = 3{,}3cm}$ 1pt

3) Calculons la longueur AR.

TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$ donc $\frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$; 0,5pt

d'où : $AR = \frac{TR \times SI}{TI} = \frac{4{,}2 \times 5{,}4}{6{,}3} = 3{,}6$ .....

Ainsi $\boldsymbol{AR = 3{,}6cm}$ 0,5pt

4) **Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$**

L'angle $\widehat{PMR}$ est un angle au centre, $\widehat{POR}$ est l'angle au centre associé

Alors $mes\widehat{PMR} = \frac{1}{2} mes\widehat{POR}$

$mes\widehat{PMR} = \frac{110°}{2} = 55°$ .....

5) **Justifions que mes$\widehat{NMR}$ =90°**

$[NR]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $M \in (\mathcal{C})$. Ainsi NMR est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc NMR est rectangle en M 1 pt

Donc mes$\widehat{NMR}$ =90°.....

6) **Justifions que $mes\widehat{NMP}$=35°** 0,5pt

$$mes\widehat{NMP} + mes\widehat{PMR} = 90°$$

Alors $mes\widehat{NMP} = 90° - mes\widehat{PMR} = 90° - 55° = 35°$ 0,5pt

En déduire la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$

les angles $\widehat{NRP}$ et $\widehat{NMP}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{NP}$

Alors $mes\widehat{NRP} = mes\widehat{NMP} = 35°$.....

Exercice 4

1) **Justifions que : A = $2 - \sqrt{3}$**

$$A = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = \frac{2-\sqrt{3}}{1} = 2-\sqrt{3}$$ 1pt

Donc A = $2 - \sqrt{3}$ .....

2) Calculons $A+B$

$$A+B=(2-\sqrt{3})+(-2+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=0$$

$A+B=0$.....

$A+B=0$ alors A et B sont opposés.....

3) donnons un encadrement de A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

$$1{,}732<\sqrt{3}<1{,}733$$

1pt

$$-1{,}732>-\sqrt{3}>-1{,}733$$

$$-1{,}733<-\sqrt{3}<-1{,}732$$

1pt

$$2-1{,}733<2-\sqrt{3}<2-1{,}732$$

$$0{,}267<2-\sqrt{3}<0{,}268$$

$\mathbf{0,26}<A<0{,}27$.....

0,5pt

Exercice 5

0,5pt

4- a) **Justifions que le triangle ABE est rectangle en E**

$[AB]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $E\in(\mathcal{C})$. Ainsi ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc ABE est rectangle en E

.....

0,5pt

b) **Démontrons que : AE = 6,4**

justification correcte .....

5- a) **Justifions que : (BC) // (HE)**

Le triangle ABC est rectangle en B, alors $(AB)\perp(BC)$

La hauteur du triangle ABE issue de E coupe (AB) en H alors $(AB)\perp(EH)$

0,5pt

.....

(BC) et (EH) sont perpendiculaire à une même droite (AB) alors : (BC) // (HE)

b) **Calculons HE**

ABC est un triangle, H est un point de (AB) et Eest un point de (AC)

d'après la conséquence de la propriété de Thalès

1,5pts

$\frac{AE}{AC}=\frac{AH}{AB}=\frac{HE}{BC}$; $\frac{AE}{AC}=\frac{HE}{BC}$ **alors** $HE=\frac{BC\times AE}{AC}=\frac{6\times6{,}4}{10}=$

$\mathbf{3,84}$.....

6- a) **Calculonssin $\widehat{CAB}$**

sin $\widehat{CAB}=\frac{BC}{AC}=\frac{6}{10}=\mathbf{0,6}$.....

b) **En déduis un encadrement de mes $\widehat{CAB}$**

$$\mathbf{0,588}<0{,}8<0602$$

$$\boldsymbol{sin36°}<sin\widehat{\boldsymbol{CAB}}<\boldsymbol{sin37°}$$

2,5pts

$\mathbf{36°}<mes\widehat{\boldsymbol{CAB}}<\mathbf{37°}$ .....

Exercice 6

1/ **Ecrivons chacun des ensembles A, B, et C sous forme d'intervalle.**

$$A=\{x\epsilon\mathbb{R}\setminus x<3\}\Leftrightarrow x\epsilon]\leftarrow;3[$$

$$B=\{x\epsilon\mathbb{R}\setminus 1\leq x<4\}\Leftrightarrow x\epsilon[1;4[$$

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

$C = \{x \epsilon \mathbb{R} \setminus 1 \leq x\} \Leftrightarrow x \epsilon [1; \rightarrow [$

2) **Ecrivons plus simplement** $(\boldsymbol{si\ possible})$ **:** $\boldsymbol{A \cap B}$ **;** $\boldsymbol{A \cap C}$ **et** $\boldsymbol{B \cap C}$

$$A \cap B = [1; 3[$$

$$A \cap C = [1; 3[$$

$$B \cap C = [1; 4[$$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

ECOLE WILLIAM PONTY	COURS DE RENFORCEMENT MATHEMATIQUES	Année scolaire : 2017-2018
YOPOUGON		ARITHMETIQUE
M. SANOE		NIVEAU : T C

Exercice I

1) Montrer que pour tout entier relatif n, les entiers 14n+3 et 5n+1 sont premiers entre eux.
2) On considère l'équation (E) : $87x + 31y = 2$ où x et y sont des entiers relatifs.
   a) Vérifier en utilisant par exemple la question 1), que 87 et 31 sont premiers entre eux. En déduire un couple $(u; v)$ d'entiers relatifs tel que $87u + 31v = 1$, puis une solution $(x_0; y_0)$.
   b)
   c) Déterminer l'ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{Z}^2$.
   d) Application : Déterminer les points de la droite d'équation : $87x - 31y - 2 = 0$ dont les couples sont des entiers naturels et dont l'abscisse est comprise entre 0 et 100.

Exercice II

1. Soit dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E) : $3x - 8y = 5$.
   Montrer que les solutions de (E) sont les couples $(x; y)$ tels que : $x = 8k - 1$ et $y = 3k - 1$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
2. a. Soit n, x et y trois entiers tels que : $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$.
   Montrer que $(x; y)$ est une solution de (E).
   b. On considère le système (S) $\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ où n est un entier.
   Montrer que n est solution du système (S) si et seulement si $n \equiv 23[24]$.
3. a. Soit k un entier naturel. Déterminer le reste de 2^{2k} modulo 3 et le reste de 7^{2k} modulo 8.
   b.Vérifier que 1991 est une solution de (S) et montrer que l'entier $(1991)^{2008} - 1$ est divisible par 24.

Exercice III

On considère l'équation (E) : $(p; q) \in \mathbb{Z}^2$, $11p - 7q = -4$.

1. a. Vérifier que $(-1; -1)$ est solution de (E).
   b. Résoudre (E).
2. a. Résoudre les équations (F) et (G) suivantes :
   (F) :$x \in \mathbb{Z}, 2x \equiv 3[7]$
   (G) : $x \in \mathbb{Z}, 9x \equiv 4[11]$
   b. Déduire de 1) et de 2) les solutions du système $\begin{cases} 2x \equiv 3[7] \\ 9x \equiv 4[11] \end{cases}$, $x \in \mathbb{Z}$.

Exercice IV

1. Trouver suivant les valeurs de l'entier naturel n, le reste de la division euclidienne de 4^n par 7.
2. Justifier que : 1999≡ $4[7]$

3. En déduire le reste de la division euclidienne par 7 de $1999^{132.}$
4. Soit l'entier A_k tel que : $A_k = 123^k + 123^{2k} + 123^{3k} + 123^{4k} + 123^{5k}$.
   Discuter , suivant les valeurs de l'entier naturel k, le reste de la division euclidienne de A_k par 7.

EXERCICE 2

1.

$(-1.-1)$ est une solution particulière de $(E): 3x - 8y = 5$

On a : $3x - 8y = 5$ et $3 \times (-1) - 8(-1) = 5$ donc $3(x+1) = 8(y+1)$

$3 \,/\, 8(y+1)$ et $PGCD(3\,;8) = 1$ après le théorème de Gauss alors $3 \,/\, y+1$.

Il existe donc un entier relatif k tel que $y = 3k - 1$ et en remplaçant $y$dans (E) , on obtient $x = 8k - 1$.

Réciproquement $\forall k \in \mathbb{Z}$; on a : $3(8k-1) - 8(3k-1) = 5$

D'où $S_{\mathbb{Z}^2} = \{(8k-1; 3k-1); k \in \mathbb{Z}\}$.

2. a) Montrons que $(x; y)$ est solution de (E**).**

On a : $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = n - 2 \\ 8y = n - 7 \end{cases}$

$3x - 8y = n - 2 - (n - 7) = 5$ d'où $(x; y)$ est une solution de (E) .

b) Montrons que n est solution de S si et seulement si $n \equiv 23[24]$.

Si n est solution de (S) alors $\begin{cases} n = 3x + 2 \ (x \in \mathbb{Z}) \\ n = 8y + 7 \ (y \in \mathbb{Z}) \end{cases}$ donc $(x; y)$ est solution de (E).

$n = 3(8k-1) + 2 = 24k - 1$ ainsi $n \equiv -1[24] \Leftrightarrow n \equiv 23[24]$

Réciproquement, soit n un entier vérifiant $n \equiv 23[24]$

Donc $n = 23 + 24k \ (k \in \mathbb{Z})$

$$n = 3(8k+7) + 2 = 8(3k+2) + 7 \Leftrightarrow \begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$$

Par suite n est solution de (S).

Conclusion : n est solution de S si et seulement si $n \equiv 23[24]$

3. a) Déterminons le reste de 2^{2k} modulo 3 et le reste de 7^{2k} modulo 8.

On a $\begin{cases} 2^2 \equiv 1[3] \\ 7^2 \equiv 1[8] \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2^{2k} \equiv 1[3] \\ 7^{2k} \equiv 1[8] \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{N}$

b) Montrons que 1991 est solution de (S) et l'entier $1991^{2008} - 1$ est divisible par 24.

$\begin{cases} 1991 = 3 \times 663 + 2 \\ 1991 = 8 \times 248 + 7 \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} 1991 \equiv 2[3] \\ 1991 \equiv 7[8] \end{cases}$

Par suite 1991 est solution de (S) alors $1991 \equiv 23[24] \equiv -1[24]$

$1991^{2008} \equiv (-1)^{2008}[24]$ alors $1991^{2008} \equiv 1[24]$

On en déduit alors que $1991^{2008} - 1 \equiv 0[24]$. D'où $1991^{2008} - 1$ est divisible par 24.

NIVEAU : 3ème

CE: Matématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(3pts)$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	$\underline{A}$	$\underline{B}$	$\underline{C}$
1)	EFG est un triangle rectangle en E, alors :	$EF^2 = EG^2 + FG^2$	$FG^2 = EG^2 + EF^2$	$EG^2 = FG^2 + EF^2$
2)	ABC est un triangle rectangle en B, alors :	$\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$	$\sin\widehat{A} = \frac{AB}{AC}$	$\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$
3)	ABC est un triangle rectangle en A tels que $AB = 3$; $AC = 4$; $BC = 5$ et H la hauteur issue du point A relativement à BC ; alors on a :	$AH = 4,8$	$AH = 2,4$	$AH = 1,8$

Exercice 2$(2pts)$

Les énoncés d'une définition et d'une propriété ont été désorganisés. Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé.

5) Définition

« d'un nombre réel a notée $|a|$ » « la distance à zéro de ce nombre a » « on appelle valeur absolue »

6) Propriété

« des inégalités de même sens » « on obtient une nouvelle inégalité de même sens»

« lorsqu'on ajoute membre à membre »

Exercice 3$(4pts)$

L'unité de longueur est le centimètre

7) Justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

8) a) Sachant que $28 = 64 - 36$, construis un segment $[MN]$ de longueur $2\sqrt{7}$
b) Justifie ta construction.

Exercice 4$(3pts)$

3) Compare $\sqrt{3}$ et 4 puis déduis le signe de $\sqrt{3} - 4$.

2.a) Développe et réduis $\left(\sqrt{3} - 4\right)^2$

b) Démontre que le nombre $A = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ est un nombre entier.

Exercice 3$(4pts)$

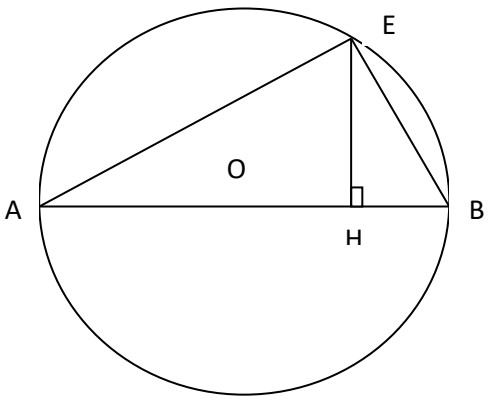
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

Sur la figure ci-dessous :

$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 10$

$E \in (\mathcal{C})$ tel que $BE = 6$ et $AE = 8$.

H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point E.



4) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.

5) Justifie que : $EH = 4{,}8$

6) a) Justifie que $cos\widehat{EAB} = 0{,}8$

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres

entiers naturels consécutifs *(voir table trigonométrique)*

c) déduis-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

Extrait de la table trigonométrique

a°	34	35	36	37	38	39
sin	0,559	0,574	0,588	0,602	0,616	0,629
cos	0,829	0,819	0,809	0,799	0,788	0,777
tan	0,675	0,700	0,727	0,754	0,781	0,810

Exercice 6$(4pts)$

Exercice 6$(4pts)$

Mr HOUANHO veut mettre de l'engrais dans son champ qui a une forme rectangulaire de longueur $(4\sqrt{5}+2)\ dam$ et de largeur $(4\sqrt{5}-2)\ dam$.

L'agent des techniques agricoles l'informe qu'il faut 1 kg pour $100m^2$. Mr HOUANHO se rend au marché avec $40000\ FCFA$ en poche et le commerçant lui dit que l'engrais coûte 500 FCFA par Kg. Il veut alors savoir s'il a suffisamment d'argent pour faire l'achat.

1.a) Calcule l'aire du champ en $dam^2(On\ posera: aire = Longueur \times Largeur)$

b) Convertis $76dam^2$ en $m^2(Sachant\ que\ 1dam^2 = 100m^2)$

2) Calcule la masse d'engrais qu'il faut pour couvrir tout le champ.

3.a) Déterminer le prix de cette quantité d'engrais.

b) Mr HOUANHO a – t – il suffisamment d'argent pour acheter l'engrais ?

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

7- B..... 1pt
8- A..... 1pt
9- B..... 1pt

Exercice 2

3) Définition

on appelle valeur absolue d'un nombre réel a notée $|a|$, la distance à zéro de ce nombre a 1pt

4) Propriété

Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens 1pt

Exercice 3

3) Je justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

$\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{7}^2 = 4 \times 7 = 28$

4) On sait que : $28 = 64 - 36$

Donc : $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 8^2 - 6^2$

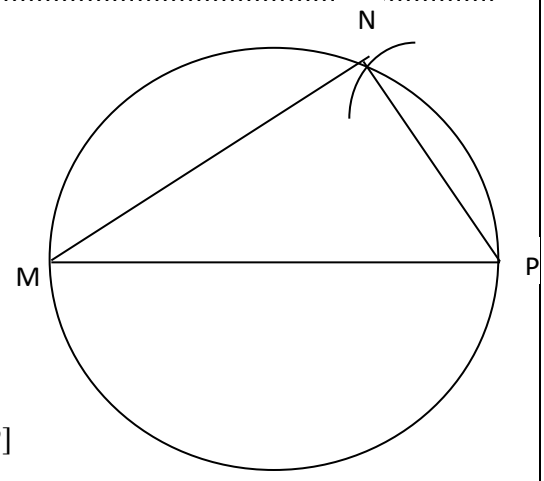
On en déduit que : $8^2 = \left(2\sqrt{7}\right)^2 + 6^2$

Posons : $MP = 8; MN = 2\sqrt{7}$ et $NP = 6$

On a : $MP^2 = MN^2 + NP^2$

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore MNP est un triangle rectangle en N.

Ainsi les points M, N et P appartiennent au cercle de diamètre $[MP]$



4pts

Construction du segment $[MN]$

- Je trace d'abord le segment $[MP]$ tel que $MP = 8$
- Je trace ensuite le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[MP]$
- Je place ensuite le cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre P et de rayon 6
- Je désigne par N l'un des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}_1)$
- Je trace les segments $[MN]$ et $[NP]$

Le segment $[MN]$ obtenu est tel que $MN = 2\sqrt{7}$

Exercice 4

1) Comparons $\sqrt{3}$ et 4

$\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ et $4^2 = 16$ on a $3 < 16$ alors $\sqrt{3} < 4$..... 0,5pt

Déduis le signe de $\sqrt{3} - 4$

$\sqrt{3} < 4$ alors $\sqrt{3} - 4 < 0$..... 0,5 pt

2.a) **Développons et réduisons $\left(\sqrt{3} - 4\right)^2$**

$\left(\sqrt{3} - 4\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 4 + 4^2 = 3 - 8\sqrt{3} + 16 = 19 - 8\sqrt{3}$..... 1pt

b) **Démontrons que le nombre $A = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ est un nombre entier**

$\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \sqrt{\left(\sqrt{3} - 4\right)^2} + \sqrt{3} = \left|\sqrt{3} - 4\right| + \sqrt{3} = -\left(\sqrt{3} - 4\right) + \sqrt{3} = -\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3} = 4$..... 1pt

Exercice 5

1) Je justifie que le triangle ABE est rectangle en E.

1ère Méthode :

$[AB]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $E \in (\mathcal{C})$. Ainsi ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc ABE est rectangle en E

2ème Methode : réciproque de la propriété de Pythagore

$$AB^2 = 10^2 = 100$$
$$BE^2 = 6^2 = 36$$
$$AE^2 = 8^2 = 64$$

1pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$\mathbf{100 = 36 + 64}$

$\boldsymbol{AB^2 = BE^2 + AE^2}$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ABE est un triangle rectangle en E

2) Justifie que : $EH = 4{,}8$

Dans le triangle ABE rectangle en E, H est le pied de la hauteur issue de E, donc d'après la propriété métrique déduite de l'aire : $\boldsymbol{EH \times AB = AE \times EB}$ alors $\boldsymbol{EH = \frac{AE \times EB}{AB} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8}$ 1pt

a) Justifie que $cos\widehat{EAB} = 0{,}8$

sin $\boldsymbol{\widehat{EAB} = \frac{EA}{AB} = \frac{8}{10} = 0,8}$ 1pt

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs

$$\mathbf{0,799} < 0{,}8 < 0{,}809$$

$$\boldsymbol{cos37°} < cos\boldsymbol{\widehat{EAB}} < \boldsymbol{cos36°}$$

0,5pt

$\mathbf{36° < mes\widehat{EAB} < 37°}$ .....

b) *déduis*-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

$\mathbf{36° < mes\widehat{EAB} < 37°}$, alors 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$..... 0,5pt

Exercice 6

1.**a) Calculons l'aire du champ en $\boldsymbol{dam^2}$**

$$aire = Longueur \times Largeur$$

$$aire = \left(4\sqrt{5} + 2\right)\left(4\sqrt{5} - 2\right) = \left(4\sqrt{5}\right)^2 - 2^2 = 16 \times 5 - 4 = 80 - 4 = 76$$ 1pt

$aire\ du\ champ = 76dam^2$.....

b) Convertissons$\boldsymbol{76dam^2}$ en $\boldsymbol{m^2}$ 0,5pt

$76dam^2 = 76 \times 100m^2 = 7600m^2$.....

3) Calculons la masse d'engrais qu'il faut pour couvrir tout le champ.

On a 1 kg pour $100m^2$

$x\ Kg$ pour $7600m^2$

$x = \frac{1 \times 7600}{100} = 76$..... 1pt

La masse d'engrais qu'il faut pour couvrir tout le champ est $76Kg$

3.a) **Déterminons le prix de cette quantité d'engrais.**

l'engrais coûte 500 FCFA par Kg

alors $76Kg$ coute $76 \times 500\ FCFA$ soit $38000\ FCFA$..... 1pt

b) **Mr HOUANHO a – t – il suffisamment d'argent pour acheter l'engrais ?**

Mr HOUANHO se rend au marché avec $40000\ FCFA$ en poche pour une dépense de $38000\ FCFA$. 0,5pt

Mr HOUANHO a suffisamment d'argent pour acheter l'engrais .....

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

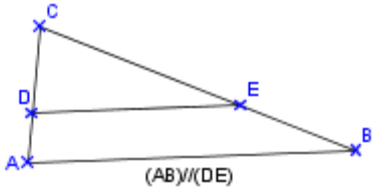
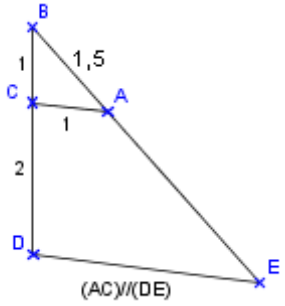
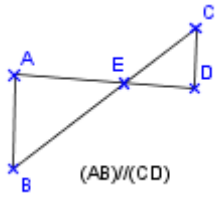
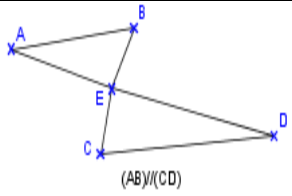
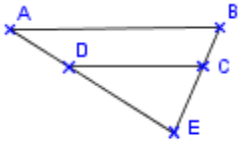
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($3pts$)

QCM

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)		$\frac{BE}{BC}=\frac{AD}{AC}$	$\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$	$\frac{AD}{AC}=\frac{AB}{AE}$
2)		$BE=4,5$	$BE=3$	$BE=2,5$
3)	: $\frac{EC}{EB}=\frac{ED}{EA}$			

Exercice 2 ($2pts$)

On donne les nombres A et B suivant : $A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$et $B=\sqrt{8}-5\sqrt{18}+4\sqrt{50}-\sqrt{72}$

3) Justifie que $A=0$
4) Justifie que $B=\sqrt{2}$

Exercice 3($3pts$)

3) On donne les nombres A et B suivant : $C=2-\sqrt{3}$ et $D=2+\sqrt{3}$

Calculer$C\times D$. Que peut-on déduire du résultat.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

4) On donne les nombres E et F suivant : $E = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ et $F = -2 + \sqrt{3}$

c) Ecrire E sans le symbole $\sqrt{}$ au dénominateur

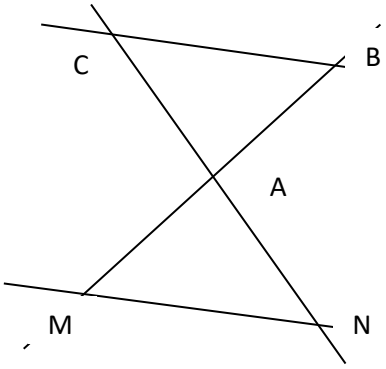
d) Calcule $E + F$. Que peut-on déduire du résultat

Exercice 4 $(3pts)$

Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.

Sur la figure ci-dessous, les points A, M, B d'une part

$AB = 68, AM = 51, AC = 52, AN = 39, BC = 24$



5) Montre que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

6) Calcule MN.

Exercice 5$(5pts)$

On donne $A = x^2 - 25$ et $B = (x-5)^2 - (2x+1)(x-5)$

1.a) Factorise A

b) Montre que $B = (x-5)(-x-6)$

2) On pose $F = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(-x-6)}$

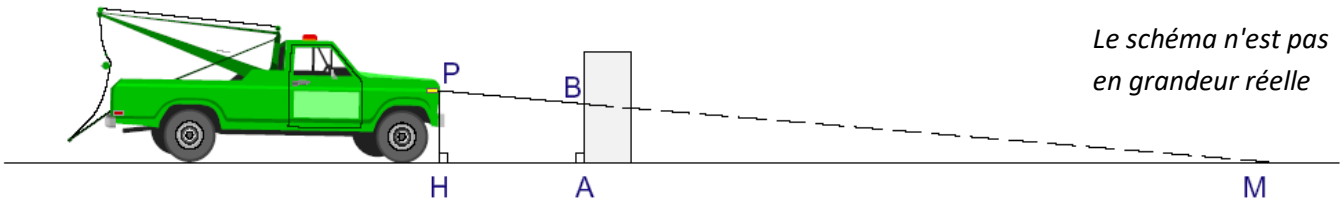
a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe.

b) Simplifie F

c) Calcule la valeur numérique de F pour $x = -2$

Exercice 6$(4pts)$

Mr **FONGBE**, le père d'un élève dans une classe 3eme de l'école **WILLIAM PONTY**doit effectuer un réglage rapide des feux de croisement de son véhicule. Il place le véhicule devant un mur vertical comme l'indique le schéma ci-dessous :



Le schéma n'est pas en grandeur réelle

Le point $\boldsymbol{P}$ représente le phare. La distance entre le sol et le phare est$\boldsymbol{HP}$. On considère que le phare émet un rayon lumineux vers le sol ; en l'absence du mur, ce rayon atteindrait le sol au point $\boldsymbol{M}$. La distance $\boldsymbol{HM}$est appelée "portée du feu de croisement".

D'après la consigne de sécurité (code de la route) il faut que la portée du feu de croisement soit à 37,5 m afin d'éclairer suffisamment loin et ne pas éblouir les autres automobilistes.

Pour cette voiture, on a **HP = 0,8m**, **HA = 3m.**

d) Justifie que $MA = 34{,}5m$

e) Quelle doit être la distance AB pour que le phare soit correctement positionné ?

f) Lors du réglage on mesure AB =0, 743 m.
La voiture respecte-t-elle la consigne de sécurité ?

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

On considère un triangle ABC de côtés $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ et $BC = 2a$ $(a > 0)$.

1) a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Soit $G = bar\{(A,-1),(B,1),(C,1)\}$. En utilisant le barycentre partiel construire le point G.
2) Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que : $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$.
   a) Vérifier que $A \in (\Gamma)$.
   b) Déterminer et construire (Γ).
3) Soit P un point quelconque du plan.
   a) Démontrer que le vecteur $\vec{U} = 2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}$ est de norme $2a$.
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points (Σ) des points M tels que $\left\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{U}\right\|$.
4) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2a^2$.

Exercice 2

ABC est un triangle rectangle isocèle en A de sens direct. On pose AB=4. On désigne par I le milieu de [AB] et le point G défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1) Faire une figure.
2) Déterminer GA^2.
3) Démontrer que $GB^2=20$ et $GC^2=68$.
4) Démontrer que G est le barycentre des points pondérés (A ;3) ; (B ;1) et (C ;-2).
5) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
   $3MA^2+MB^2-2MC^2= -16$.
6) On désigne par (Δ) l'ensemble des points M du plan tels que : $3MA^2-MB^2-2MC^2= -16$.
   a) Vérifier que B appartient à (Δ).
   b) Démontrer que pour tout point M du plan on a :
   $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -16 - 2\overrightarrow{BM}(3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC})$.
   c) Démontrer que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$.
   d) Démontrer que (Δ)est une droite tangente à (Γ) en B.
7) Soit le repère orthonormé direct (A ; B ; C)
   Déterminer dans ce repère les affixes des points A ; B ; C et G.

Problème1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x|\sqrt{1+x}$ et on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans
un repère orthonormé $(0, I, J)$ d'unité graphique :2 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
   b) Démontrer que : $\begin{cases} pour\ x \in [-1;0[, f(x) = -x\sqrt{1+x} \\ pour\ x \in [0;+\infty[, f(x) = x\sqrt{1+x} \end{cases}$
2. a) Calculer et .
   b) Donner une interprétation graphique de l'ensemble de ces résultats.
3. Etudier la continuité de f en 0 et à droite en -1.
4. a) Etudier la dérivabilité de f en 0 et à droite en -1.
   b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

5. a) Démontrer que : $\begin{cases} pour\ x \in]-1;0[, f'(x) = \frac{-2-3x}{2\sqrt{1+x}} \\ pour\ x \in]0.+\infty[, f'(x) = \frac{2+3x}{2\sqrt{1+x}} \end{cases}$

   b) Donner les variations de f puis dresser son tableau de variation.

6. Construire $(\mathcal{C}_f)$ et ses demi-tangentes.

7. Soit g la restriction de f à l'intervalle $\left[-\frac{2}{3};0\right]$.

   Démontrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} puis préciser l'ensemble sur lequel elle est définie.

8. Sans expliciter g^{-1}

   a) Etablir le tableau de variation de g^{-1}.

   b) Calculer $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ puis prouver que g^{-1} est dérivable en $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

   c) Calculer $(g^{-1})'\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

Problème 2

Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{1-|lnx|}$ et on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique : 4 cm.

Partie A

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Ecrire $f(x)$ sans les barres de valeur absolue.
3. a) Etudier la dérivabilité de f à droite en e^{-1} et à gauche en e.
   b) Interpréter graphiquement chacun des résultats obtenus.
4. Justifier que $(\mathcal{C}_f)$ admet au point d'abscisse 1 deux demi-tangentes dont on donnera les équations respectives.
5. a) Montrer que : $\forall x \in]e^{-1};1[, f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{1+lnx}}$ et $\forall x \in]1;e[, f'(x) = \frac{-1}{2x\sqrt{1-lnx}}$.
   b) Etudier le sens de variations de f puis dresser son tableau de variations.
   c) Construire $(\mathcal{C}_f)$. On tracera les droites particulières mises en évidence.

Partie B

Soit g la restriction de f à $[e^{-1};1]$.

1. Démontrer que g est une bijection de $[e^{-1};1]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
2. Sans expliciter la bijection réciproque g^{-1} :
   a) Justifier que g^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(g^{-1})'(1)$.
   b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}.
3. Construire (Γ) courbe représentative de g^{-1} dans le même repère que $(\mathcal{C}_f)$.
4. Expliciter g^{-1} puis retrouver le résultat de la question 2) a).

PROBLEME 2

On considère la fonction dérivable sur $]0.+\infty[$ et définie par : $f(x) = ln^2(x) - x^2$.

on note $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthogonal directe (O,I,J).

Unité graphique : *4cm en abscisse et 1cm en ordonnées*.

Partie A.

On désigne par g la fonction dérivable sur $]0.+\infty[$ et définie par : $g(x) = ln(x) - x^2$ $]0;+\infty[$.

1. Déterminer le sens de variation de g.
2. Dresser le tableau de variation de g(*On ne demande pas de calculer les limites aux bornes*).

3. Démonter que :$\forall x \in]0;+\infty[\ ; g(x) < 0$

Partie B.

1. Calculer la limite de f à droite en 0. En déduire une interprétation graphique du résultat obtenu.
2. a) Calculer la limite de f en +∞ et la limite lorsque x tend vers +∞ de $\frac{f(x)}{x}$.
   b) En déduire une interprétation graphique de ces résultats.
3. Démontrer que pour tout nombre réel strictement positif x ; $f'(x) = \frac{2}{x}.g(x)$.
4. Déterminer le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
5. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle]0 ; +∞[.
   b) Vérifier que : $0{,}56 < \alpha < 0{,}57$.
6. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse1.

Partie C.

On désigne par U et V les fonctions définies sur $]0;+\infty[$ par :$U(x) = \ln(x) - x + 1$ .et $V(x) = \ln(x) + x - 1$

1. a) Calculer U(1) et V(1).
   b) En utilisant le sens de variation de U, justifier que :$\forall x \in]0;1[\cup]1;+\infty[; U(x) < 0$
   c) Démonter que : :$\forall x \in]0;1[; V(x) < 0$ et :$\forall x \in]1;+\infty[; V(x) > 0$
2. Soit h la fonction définie par :$h(x) = f(x) - (-2x + 1)$
   a) Justifier que :$\forall x \in]0;+\infty[\ ; h(x) = UV(x)$
   b) Déterminer le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x.
   c) En déduire les positions de (C_f) relativement à la tangente (T).
3. Tracer (T) et (C_f).*On prendra α = 0,6.*

Partie D.

On considère la fonction K définie sur :$[0;\alpha[$ par :$\begin{cases} K(x) = \frac{x}{f(x)} \ ; six \in]0;\alpha[\\ K(0) = 0 \end{cases}$.

1. Démontrer que K est dérivable à droite en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Calculer la limite de K à droite en α .Interpréter graphiquement le résultat.
3. Démonter que K est strictement croissante sur]0 ;α[.
4. Dresser le tableau de variation de K.
5. Construire la courbe (C_K) de K dans le repère (O, I,J).
6. Soit v la restriction de f à]0 ;α[.
   Justifier que v est une bijection de]0 ;α[sur]0 ;+∞[.

On note v^{-1} la bijection réciproque de v et H la fonction définie sur]0 ;+∞{ par $H(x) = \frac{v^{-1}(x)}{x}$

On pose $\Psi = H' \circ v$

Déterminer une primitive sur]0 ;α[de la fonction$v\Psi$.

NIVEAU : 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1(3pts)

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	Pour tout réel m : $\frac{5}{4} = \frac{m}{12}$ équivaut à	$m = \frac{4}{60}$	$m = 15$	$m = \frac{1}{15}$
2)	$5x(x-2) - 3(x-2)$ a pour forme factoriser :	$(x-2)(5x-3)$	$(x-2)(3-5x)$	$(x-2)(5-3x)$
3)	$(2x+1)(3-4x)$ a pour forme développer :	$8x^2 + 2x + 3$	$-8x^2 + 10x + 3$	$-8x^2 + 2x + 3$

Exercice 2 (2pts)

On donne les nombres A et B suivant : $A = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right)$ et $B = 1 - \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right)$

1) Justifie que $A = \frac{7}{12}$
2) Justifie que $B = -\frac{13}{20}$

Exercice 3(3pts)

Développe et réduis les expressions suivantes

$A = (4 - 3x)^2$; $B = (5 - 6x)(5 + 6x)$; $C = (3x + 5)^2 - (3x - 4)(3x + 4)$

Exercice 4 (3pts)

Factorise les expressions suivantes :

$D = (2x + 1)(x - 3) - (x - 3)(x + 7)$; $E = 25x^2 + 40x + 16$; $F = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$

Exercice 5(5pts)

On donne $A = (2x - 1)^2 - 3x(1 - 2x)$ et $B = (2x - 1)(x + 2)$.

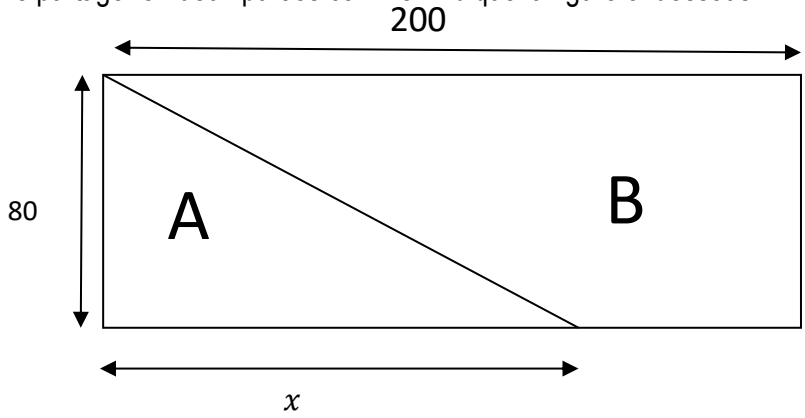
1. Développe B.

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

2. Montre que $A = (2x-1)(5x-1)$
3. $C = \frac{2x^2+3x-2}{(2x-1)^2-3x(1-2x)}$
   a. Détermine les valeurs de x pour lesquelles C existe.
   b. Simplifie C.
   c. Calcule C pour $x = \frac{2}{5}$

Exercice 6$(4pts)$

M. MESSO ALEX, cultivateur à Agboville, dispose d'un champ rectangulaire de dimensions 200 m et 80 m. Il souhaite le partager en deux parties comme l'indique la figure ci-dessous :



1. Exprime l'aire S_1 de la partie A en fonction de x.
2. Montre que l'aire S_2 de la partie B est$16000 - 40x$.
3. M. MESSO ALEX souhaite faire la culture du maïs dans la partie A et celle de l'anacarde dans la partie B. Pour couvrir ses besoins annuels, la surface de la partie A doit être égale à la moitié de celle de B. M. MESSO ALEX ne sait comment s'y prendre pour déterminer la valeur de x. Aide-le.
   $(\boldsymbol{On\ rappel\ l'aire\ d'un\ triangle} = \frac{\boldsymbol{Base \times Hauteur}}{2} \boldsymbol{et\ celle\ d'un\ rectangle} = \boldsymbol{Longueur \times Largeur})$

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste

10- B..... 1pt
11- A..... 1pt
12- C..... 1pt

Exercice 2

1) **Justifions que $A = \frac{7}{12}$**

$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2-3}{3}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$ 1pt

2) Justifie que $B = -\frac{13}{20}$

$1 - \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) = 1 - \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{5}\right) 1 - \left(\frac{45-12}{20}\right) = 1 - \frac{33}{20} = \frac{20-33}{20} = -\frac{13}{20}$ 1pt

Exercice 3

Développons et réduisons les expressions suivantes

$A = (4 - 3x)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times 3x + (3x)^2 = 16 - 24x + 9x^2$ 1pt

$B = (5 - 6x)(5 + 6x) = 5^2 - (6x)^2 = 25 - 36x^2$ 1pt

$C = (3x + 5)^2 - (3x - 4)(3x + 4) = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 - [(3x)^2 - 4^2]$

$C = 9x^2 + 30x + 25 - 9x^2 + 16 = 30x + 41$..... 1pt

Exercice 4

Factorisons les expressions suivantes :

$D = (2x + 1)(x - 3) - (x - 3)(x + 7) = (x - 3)[(2x + 1) - (x + 7)] = (x - 3)(2x + 1 - x - 7)$

$D = (x - 3)(x - 6)$..... 1pt

$E = 25x^2 + 40x + 16 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 4 + 4^2 = (5x + 4)^2$..... 1pt

$F = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2) = \left[(2x)^2 - 3^2\right] + (2x + 3)(x - 2)$

$F = (2x + 3)(2x - 3) + (2x + 3)(x - 2) = (2x + 3)[(2x - 3) + (x - 2)] = (2x + 3)(3x - 5)$..... 1pt

Exercice 5

On donne $A = (2x - 1)^2 - 3x(1 - 2x)$ et $B = (2x - 1)(x + 2)$.

1. **Développons B**.

$B = (2x - 1)(x + 2) = 2x \times x + 2x \times 2 - 1 \times x - 1 \times 2 = 4x^2 + 3x - 2$ 1pt

2. Montrons que $A = (2x - 1)(5x - 1)$

$A = (2x - 1)^2 - 3x(1 - 2x) = A = (2x - 1)^2 + 3x(2x - 1) = (2x - 1)[(2x - 1) + 3x]$

$A = (2x - 1)(5x - 1)$ 1pt

3. $C = \frac{2x^2+3x-2}{(2x-1)^2-3x(1-2x)}$

c. Déterminons les valeurs de x pour lesquelles C existe.

C existe si et seulement si : $(2x - 1)^2 - 3x(1 - 2x) \neq 0$ c'est-à-dire $(2x - 1)(5x - 1) \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 \neq 0 \; et 5x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2} \; et \; x \neq \frac{1}{5}$$

C existe si et seulement si : $x \neq \frac{1}{2} \; et \; x \neq \frac{1}{5}$..... 1pt

d. Simplifions C.

$$C = \frac{2x^2 + 3x - 2}{(2x - 1)^2 - 3x(1 - 2x)} = \frac{(2x - 1)(x + 2).}{(2x - 1)(5x - 1)} = \frac{x + 2}{5x - 1}$$

pour $x \neq \frac{1}{2} \; et \; x \neq \frac{1}{5}; C = \frac{x+2}{5x-1}$ 1pt

e. Calculons C pour $x = 1$

pour $x = 1, C = \frac{1+2}{5-1} = \frac{3}{4}$..... 1pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 6

1. **Expressions de l'aire S_1 de la partie A en fonction de x.** — 1pt

   $S_1 = \frac{80 \times x}{2} = 40x$ .....

2. **Montrons que l'aire S_2 de la partie B est $16000 - 40x$.** — 1,5pts

$S_2 = S - S_1 = 200 \times 80 - 40x = 16000 - 40x$ .....

3 . AidonsM. MESSOALEXàdéterminerx — 1,5pts

$S_1 = \frac{1}{2}S_2 \Leftrightarrow 40x = \frac{1}{2}(1600 - 40x) \Leftrightarrow 40x = 800 - 20x \Leftrightarrow 60x = 800 \Leftrightarrow x = \frac{800}{60} = \frac{40}{3}$....

NIVEAU : 3ème

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($3pts$)

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **trois questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée**

N°	Proposition	A	B	C
1)	L'hypoténuse du triangle EFG rectangle en E est	$[EF]$	$[FG]$	$[EG]$
2)	Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur :	$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$
3)	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5+y\\x-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3\\3-x\end{pmatrix}$ sont égaux si	$x=2$ et $y=8$	$x=-2$ et $y=8$	$x=2$ et $b=-8$

Exercice 2 ($2pts$)

Les énoncés d'une propriété et d'une définition ont été désorganisés
Pour chacune d'elles, réordonne l'énoncé

3) Propriété

« des inégalités de même sens » « on obtient une nouvelle égalité de même sens»
« lorsqu'on ajoute membre à membre »

4) Définition

«en deux séries de même effectif » « est le nombre qui partage cette série »
« la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif »

Exercice 3($3pts$)

Les notes sur 20 obtenues par 30 élèves d'une classe de $3ème$ à un devoir surveillé de mathématiques sont les suivants :

09 15 18 13 15 09 13 19 13 07 07 18 07 15 11 09 18 13 17 05 11 11 13 07 15 11 13 05 12 09

4) Regrouper ces modalités en classes d'amplitude 4. La première classe est : $[04;08[$. La dernière classe $[16;20[$ puis établir le tableau des effectifs et des fréquences en pourcentages.
5) Quelle est la note modale ?
6) Tracer le diagramme à bandes.

$$echelle: \begin{cases} 1cm\ en\ abscisse \\ 1cm\ en\ ordonnée \end{cases}$$

Exercice 4 ($3pts$)

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On donne : $a = 6 - 2\sqrt{7}$ et $b = -1 + \sqrt{2}$

3) Sachant que : $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Justifie que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$

4) a) Justifier : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$

b) Compare a et b en utilisant les résultats précédents.

Exercice 5($5pts$)

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre, (O, I, J) est un repère orthonormé.

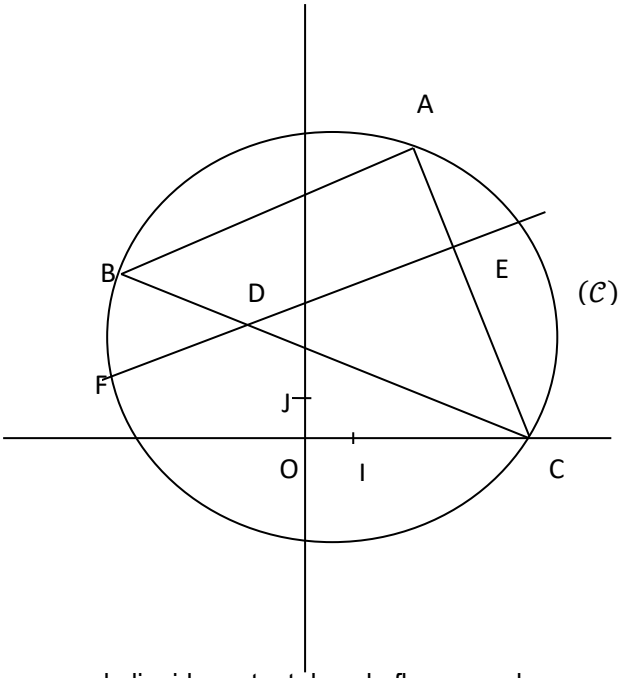
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

On donne les points $A(2; 6)$; $B(-4; 4)$; $C(4; 0)$ et $D(-2; 3)$

$(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre $[BC]$.

La parallèle à la droite (AB) passant par D coupe (AC) en E

F est un point d'intersection du cercle $(\mathcal{C})$ et de la droite (AE)



1.a) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pour coordonnées $(-6; -2)$ et $(2; -6)$

c) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux

2.a) Justifie que $AB = AC = 2\sqrt{10}$ et $BC = 4\sqrt{5}$.

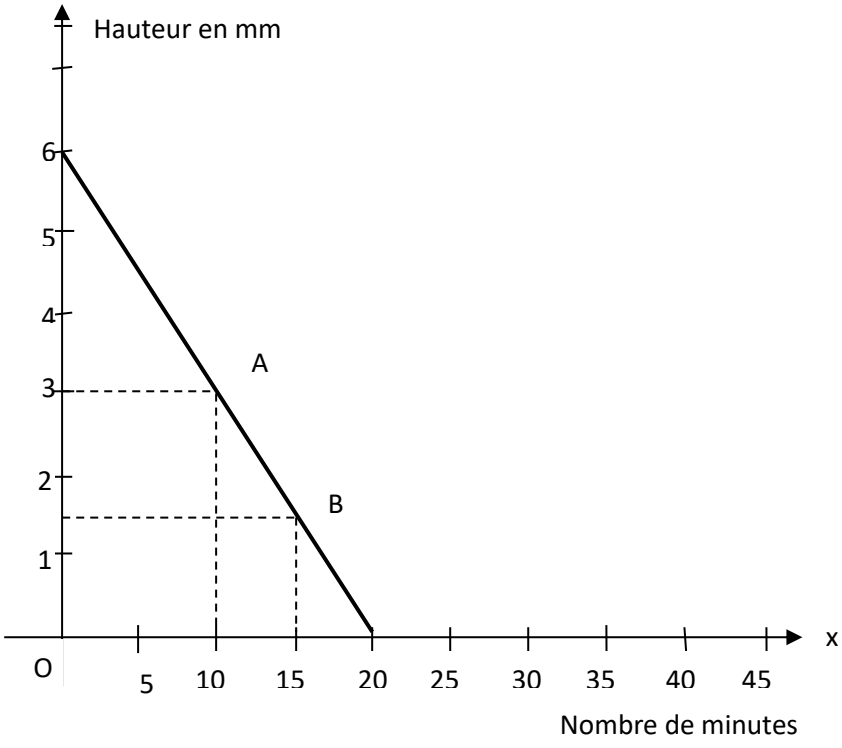
b) Déduis-en la nature du triangle ABC

3) Justifie que les points B, C et D sont alignés

Exercice 6($4pts$)

Au cours d'une séance de T.P dans une classe de 3ème , le professeur de Physique-Chimie utilise un flacon contenant u

Il souhaite déterminer le temps d'évaporation du liquide restar représenté en fonction du temps d'évaporation x, la hauteur y, en mm, du liquide restant dans le flacon par la droite (AB).



4) A l'aide du graphique, déterminer :

c) La hauteur du liquide en début d'expérience.

d) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement.

5) Déterminer une équation de la droite (AB)

6) Retrouve par le calcul, les résultats de la question 1).

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES
Exercice 1	
Listons le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste	
13- B……	1pt
14- A……	1pt
15- C……	1pt
Exercice 2	
5) Propriété	
Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle égalité de même sens ……	1pt
6) Définition	
La médiane d'une série statistique à caractère quantitatif est le nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif ……	1pt
Exercice 3	
Exercice 4	
2) Justifions que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$	
On a : $2 \times 2{,}64 < 2\sqrt{7} < 2 \times 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$	
En faisant la somme membre à membre, on obtient : $6{,}69 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 6{,}72$……	0,5pt
On en déduit que : $\mathbf{6} < 2\sqrt{\mathbf{7}} + \sqrt{\mathbf{2}} < 7$……	0,5pt
4) a) Justifions : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$	
on a : $\boldsymbol{b - a = -1 + \sqrt{2} - (6 - 2\sqrt{7}) = -1 + \sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7}$……	1pt
b) Comparons a et b en utilisant les résultats précédents.	
D'après les inégalités précédentes on a : $6 - 7 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 7 - 7$	
$-1 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 0$……	0,5pt
Donc $\boldsymbol{b - a < 0}$. On en déduit que : $\boldsymbol{b < a}$ ……	

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 5

1.a) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pour coordonnées $(-6;-2)$ et $(2;-6)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4-2\\4-6\end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}}$.....

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\0-6\end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}}$..... 0,5pt

c) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux 0,5pt

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si : $-6\times 2+(-2)(-6)=0$

$\boldsymbol{-6\times 2+(-2)(-6)=-12+12=0}$ **alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux**..... 0,5pt

2.a) Justifions que $AB=AC=2\sqrt{10}$ et $BC=4\sqrt{5}$

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ =$\sqrt{(-4-2)^2+(4-6)^2}$=$\sqrt{(-6)^2+(-2)^2}$=$\sqrt{40}$=$\boldsymbol{2\sqrt{10}}$ .....

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$ =$\sqrt{(4-2)^2+(0-6)^2}$=$\sqrt{(2)^2+(-6)^2}$=$\sqrt{40}$=$\boldsymbol{2\sqrt{10}}$..... 0,5pt

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$ =$\sqrt{(4+4)^2+(0-4)^2}$=$\sqrt{(8)^2+(-4)^2}$=$\sqrt{80}$=$\boldsymbol{4\sqrt{5}}$..... 0,5pt

b) Déduis-en la nature du triangle ABC 0,5pt

$AB=AC=2\sqrt{10}$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux alors le triangle ABC est rectangle isocèle en A.....

2) Justifie que les points B, C et D sont alignés 0,5pt

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4+4\\0-4\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}x_D-x_B\\y_D-y_B\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-2+4\\3-4\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.....

les points B, C et D sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire : 0,5pt

$8\times(-1)-(-4)\times 2=0$ 0,5pt

$\boldsymbol{8\times(-1)-(-4)\times 2=-8+8=0}$ **alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires. Donc les points B, C et D sont alignés** 0,5pt

Exercice 6

2. a) La hauteur du liquide en début d'expérience est $\boldsymbol{6mm}$ .....

c) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement $\boldsymbol{20\ mn}$..... 0,5pt

5) Déterminons une équation de la droite (AB) 0,5pt

Graphiquement $A(10;3)$ et $B\left(15;\frac{3}{2}\right)$

Soit $M(x;y)$ un point de la droite (AB)

Alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}15-10\\\frac{3}{2}-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-x_A\\y_M-y_A\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-10\\y-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ // $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-10\\y-3\end{pmatrix}$ équivaut à : $5(y-3)+\frac{3}{2}(x-10)=0$

équivaut à $3x+10y-60=0$.....

(AB): $\boldsymbol{y=-\frac{3}{10}x+6}$ est une équation de la droite (AB)..... 0,5pt

6) Retrouvons par le calcul, les résultats de la question1). 0,5pt

La hauteur du liquide en début d'expérience

Au début d'expérience : $\boldsymbol{x=0}$ alors $\boldsymbol{y=6}$..... 1pt

Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement

le liquide est évaporé totalement lorsque $\boldsymbol{y=0}\Leftrightarrow -\frac{3}{10}x+6=0\Leftrightarrow -\frac{3}{10}x=-6\Leftrightarrow -3x=-60$

donc $\boldsymbol{x=20}$..... 1pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

M. SANOE Année scolaire : 2016-2017
EW PONTY **INTERROGATION ECRITE**(30 mn) Classe : TC

On considère un triangle ABC de côtés $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ et $BC = 2a$ $(a > 0)$.

5) a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Soit $G = bar\{(A,-1),(B,1),(C,1)\}$. En utilisant le barycentre partiel construire le point G.
6) Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que : $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$.
   c) Vérifier que $A \in (\Gamma)$.
   d) Déterminer et construire (Γ).
7) Soit P un point quelconque du plan.
   c) Démontrer que le vecteur $\vec{U} = 2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}$ est de norme $2a$.
   d) Déterminer et construire l'ensemble des points (Σ) des points M tels que $\left\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{U}\right\|$.
8) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2a^2$.

……

M. SANOE Année scolaire : 2016-2017
EW PONTY **INTERROGATION ECRITE**(30 mn) Classe : TC

On considère un triangle ABC de côtés $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ et $BC = 2a$ $(a > 0)$.

1) a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Soit $G = bar\{(A,-1),(B,1),(C,1)\}$. En utilisant le barycentre partiel construire le point G.
2) Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que : $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$.
   a) Vérifier que $A \in (\Gamma)$.
   b) Déterminer et construire (Γ).
3) Soit P un point quelconque du plan.
   a) Démontrer que le vecteur $\vec{U} = 2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}$ est de norme $2a$.
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points (Σ) des points M tels que $\left\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{U}\right\|$.
4) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2a^2$.

……

M. SANOE Année scolaire : 2016-2017
EW PONTY **INTERROGATION ECRITE**(30 mn) Classe : TC

On considère un triangle ABC de côtés $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ et $BC = 2a$ $(a > 0)$.

1) a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Soit $G = bar\{(A,-1),(B,1),(C,1)\}$. En utilisant le barycentre partiel construire le point G.
2) Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que : $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$.
   a) Vérifier que $A \in (\Gamma)$.
   b) Déterminer et construire (Γ).
3) Soit P un point quelconque du plan.
   a) Démontrer que le vecteur $\vec{U} = 2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}$ est de norme $2a$.
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points (Σ) des points M tels que $\left\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{U}\right\|$.
4) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2a^2$.

……

M. SANOE Année scolaire : 2016-2017
EW PONTY **INTERROGATION ECRITE**(30 mn) Classe : TC

On considère un triangle ABC de côtés $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ et $BC = 2a$ $(a > 0)$.

1) a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Soit $G = bar\{(A,-1),(B,1),(C,1)\}$. En utilisant le barycentre partiel construire le point G.

2) Soit (Γ) l'ensemble des points M tels que : $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4a^2$.
   a) Vérifier que $A \in (\Gamma)$.
   b) Déterminer et construire (Γ).
3) Soit P un point quelconque du plan.
   a) Démontrer que le vecteur $\vec{U} = 2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}$ est de norme $2a$.
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points (Σ) des points M tels que $\left\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\vec{U}\right\|$.
4) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 2a^2$.

Angles inscrits et au centre

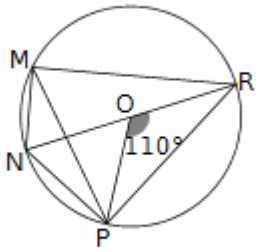
Le cercle ci-dessous a pour centre O ;

[NR] est un diamètre et $\widehat{POR} = 110^\circ$.

a.Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$.

b.Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{RMN}$? Justifier.

c. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{NMP}$ puis la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.



Corrigé de cet exercice

A ∩Problème sur les angles inscrits dans un cercle

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur.

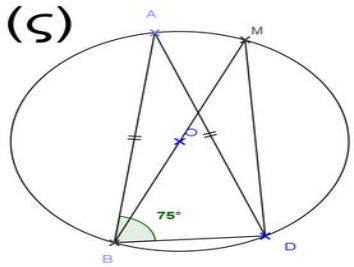
On ne demande pas de refaire la figure.

ABD est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABD} = 75^\circ$;

(C) est le cercle circonscrit au triangle ABD;

O est le centre du cercle (C) ;

[BM] est un diamètre de (C).



1. Quelle est la nature du triangle BMD ?

Justifier la réponse.

2.

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.

b. Citer un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.

c. Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30 degrés.

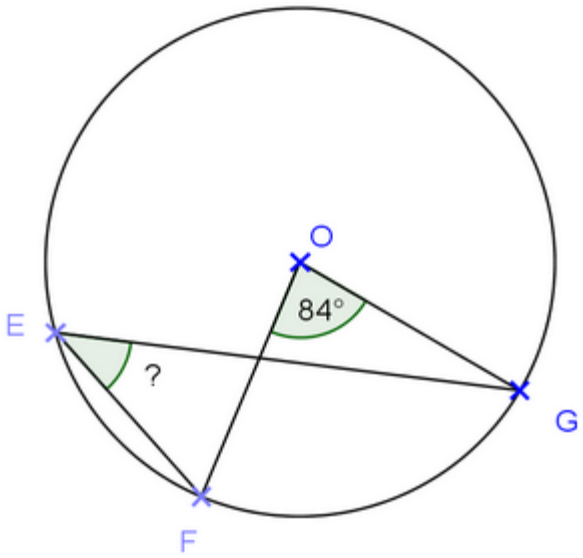
Corrigé de cet exercice

Calculer la mesure d'un angle connaissant l'angle au centre

En utilisant les données codées sur la figure

ci-dessous, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FEG}$:

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

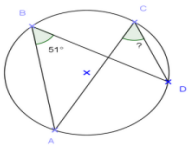


Corrigé de cet exercice

Déterminer la mesure d'un angle

En utilisant les données codées sur la figure ci-dessous,

déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$:



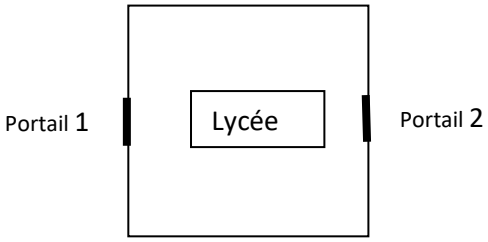
Exercice 1

Un lycée situé sur un terrain de de forme carrée dont la superficie est de $5000m^2$. Pour des raisons de sécurité, le COGES de cet établissement décide décide de le faire clôturer par un mûr de $3m$ de haut.il est prévu dans cette clôture deux portails de $5m$ de large chacun $(voir\ figure)$.

Le COGES dispose pour cette opération d'une somme de $2000000\ FCFA$. L'entrepreneur estime qu'un mètre de clôture coûte $10000\ FCFA$; il veut savoir si la sommme dont dispose le COGES est suffisante pour clôturer le lycée.

On désigne par C le côté du terrain, P son périmètre et par L la longueur de la clôture.

On donne $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.



1-a) Justifier que la longueur du côté du terrain est $C = 50\sqrt{2}m$

b) Démontrer que la longueur de la clôture est

$$L = \left(200\sqrt{2} - 10\right)n$$

2-a) Donne un encadrement de la longueur L de la clôture.

b) Déduis-en un encadrement du coût de la clôture.

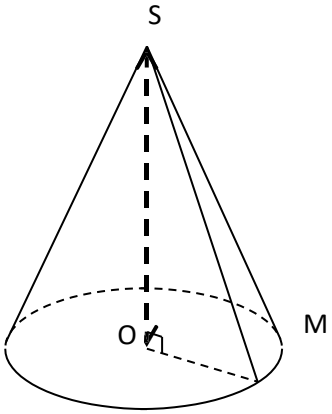
c) Explique pourquoi la somme dont dispose le COGES n'est pas suffisante pour le lycée.

Exercice4: (3 points)

On considèrelecônederévolution ci-dessous. Ondonne : OM =1,5 cm etSM = 3,9 cm.

1) Montrer queSM=3,6cm.

2) Calculer levolumedececône. (arrondirau dixième)



Exercice5: (3 points)

Exercice 2

Au cours de ses festivités de chaque fin d'année, le conseil municipal d'une commune offre des cadeaux aux enfants d'une famille démunie. Cette année le Président de ce Conseil Municipal porte son choix sur une famille dont il ignore malheureusement le nombre exact d'enfants. Il dispose néanmoins de deux informations très utiles qui sont :

Le nombre d'enfants cherché est plus grand ou égal à 3 et plus petit que 8 ;

Le nombre d'enfants cherché appartient à l'intervalle $]4; 13]$.

Traduis la première information à l'aide d'un intervalle

Démontrer que le nombre d'enfants cherché appartient finalement à l'intervalle $]4; 8[$

Détermine ce nombre sachant qu'il est le centre de l'intervalle $]4; 8[$

SUJET I

Exercice 1$(Suites\ et\ Complexes)$

Partie I

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $9z^2 - 6z + 2 = 0$

On désigne par u et v les deux solutions de l'équation, u étant la solution dont la partie imaginaire est positive.

2) Ecrire u et v sous forme trigonométrique.

Partie II

Soit la suite (M_n) de points M_n du plan complexe d'affixe z_n telle que : $z_0 = 1$ et pour tout entier n, $z_{n+1} = \frac{1+i}{3} z_n$.

1) pour tout entier n, on pose $U_n = arg(z_n)$

a) Démontrer que la suite U_n est une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{4}$.

b) Exprimer U_n en fonction de n.

2) Soit la suite (V_n) définie par $V_n = |z_n|$

a) Démontrer que V_n est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

b) En déduire l'expression de V_n en fonction de n

3) Déduire de ce qui précède l'expression de z_n en fonction de n.

4) Pour quelles valeurs de l'entier naturel n :

a) z_n est –il réel ? Déterminer alors z_n

b) z_n est-il un imaginaire pur ?

5) Pour tout entier naturel n, calculer $w_n = |z_{n+1} - z_n|$ en fonction de n.

on remarquera que la suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

6) On pose $K_n = w_0 + w_1 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots + w_n$

a) Exprimer K_n en fonction de n

b) Donner une interprétation géométrique de K_n

c) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} K_n$

Exercice 2 $(nombres\ complexes\ et\ transformation\ du\ plan)$

1) On considère le polynôme $P(z)$défini dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes par :

$$P(z) = z^3 + 2(5-2i)z^2 - 2(4+23i)z - 4(8-27i)$$

a) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$, a une solution réelle, puis déterminer les nombres complexes u et v tels que $P(z) = (z-2)(z^2+uz+v)$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 2; b = -1+5i$ et $c = -11 - i$ et on désigne par S la similitude directe de qui transforme A en B et B en C.

a) Placer points A, B et C

b) Calculer le quotient complexe $\frac{c-b}{b-a} = \alpha$ puis en préciser le module et un argument.

c) En donner une interprétation géométrique du module et d'un argument du nombre complexe α. Préciser le rapport et l'angle de la similitude directe S puis donner la nature du triangle ABC.

d) (Γ) désigne le cercle circonscrit au triangle ABC.Déterminer l'affixe du centre I et le rayon R de (Γ)

e) Donner l'écriture complexe de la similitude S

f) En déduire l'affixe du centre K du cercle (Γ') image de (Γ) par S.

Problème$(fonction\ exponentielle)$

PARTIE A

On considère la fonction numérique$f$de la variable $x$définie par $f(x) = e^{-x} + x - 1$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé(O, I, J) d'unités graphiques$1cm$.

1.a) Déterminer les limites de g en$-\infty$ et en $+\infty$

b) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x - 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$

c) Etudier la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$

d) Etudier le sens de variation de f et dresser le tableau des variations de f

2.a) Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions $\alpha\ et\ \beta(\alpha < \beta)\mathbb{R}$

b) Vérifier les inégalités suivantes : $-1{,}51 < \alpha < -1{,}50$et $2{,}94 < \beta < 2{,}95$

3) Tracer $\mathcal{C}$) et $(\mathcal{D})$ dans le repère orthonormé(O, I, J)

4.a) Calculer l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$encm^2 du domaine limité par la droite $(\mathcal{D})$, la courbe $(\mathcal{C})$et les droites d'équations $x = 0\ et\ x = \lambda$ (λ est un nombre réel strictement positif).

b) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

PARTIE B :

On désigne par g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[0; +\infty[$

1.a) Démontrer que g est une bijection de $[0; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.

b) Calculer $g(1)$. g^{-1} est – elle dérivable en e^{-1} ? si oui calculer $(g^{-1})(e^{-1})$.

2) Tracer la courbe $(\mathcal{C}')$ de g^{-1} dans le même repère (O, I, J).

PARTIE C

Pour tout entier n appartenant à $\mathbb{N}$, on désigne par (E_n) le domaine limité par la droite $(\mathcal{D})$, la courbe $(\mathcal{C})$et les droites d'équations $x = n\ et\ x = n + 1$.

V_n représente en cm^2 l'aire du domaine (E_n).

1) Démontrer que $V_n = \frac{e-1}{e^{n+1}}$
2) Démontrer que la suite des réels (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots + V_n$
4) En déduire la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$

SUJET II

Exercice 1$(Statistique)$

1) (X, Y) est une série statistique double. Soit $(\mathcal{D}_1)$ la droite de régression de Y en X et $(\mathcal{D}_2)$ la droite de régression de X en Y.

On suppose que $(\mathcal{D}_1): y = ax + b$ et $(\mathcal{D}_2): x = a'y + b'$.

Soit r le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y

Etablir que $r^2 = aa'$

2) Dans une entreprise une étude simultanée portant sur deux caractères X et Y donnent les résultats suivants :

- La droite de régression de Y en X a pour équation : $2{,}4x - y = 0$
- La droite de régression de X en Y a pour équation : $3{,}5y - 9x + 24 = 0$.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y, sachant que la covariance est positive.

d) Calculer la moyenne de chacun des caractères X et Y.

Exercice 2$(Probabilités)$

Pour un oral de mathématiques, un examinateur a une urne contenant dix plaquettes indiscernables au toucher et numérotées de 1 à 10. Chaque plaquette numérotée renvoie à un exercice portant sur une partie du programme.

Les plaquettes numérotées de 1 à 5 renvoient chacune à un exercice sur l'étude de fonction ;

Celles de 6 à 8 correspondent à des exercices de probabilités ;

Et les numéros 9 à 10 correspondent à des exercices sur les nombres complexes.

Caque candidat doit tirer simultanément et au hasard deux plaquettes.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Un candidat qui n'a pas révisé toutes les parties du programme sait que, pour réussir à l'oral, il doit tirer au moins sur l'étude de fonction.

Prouver que la probabilité que ce candidat réussisse à l'oral de mathématiques est égale à $\frac{7}{9}$.

L'examinateur a interrogé dix candidats n'ayant pas révisé toutes les parties du programme.

Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux réussissent à l'oral de mathématiques ?

L'oral de mathématiques est en fait l'une des épreuves d'admissibilité à un concours d'entrée dans une grande école.

De plus on sait que :

Si un candidat n'ayant pas révisé toutes les parties du programme réussit à l'oral de mathématiques, la probabilité qu'il réussisse au concours est égale à $\frac{4}{7}$. Par contre si un tel candidat échoue à l'oral de mathématiques, il a encore 30% de chance de réussir au concours. On considère pour un candidat n'ayant pas révisé toutes les parties du programme les évènements suivants :

M « le candidat réussit à l'oral de mathématiques »

R « le candidat réussit au concours »

Calculer la probabilité que le candidat réussit à l'oral de mathématiques et au concours.

Calculer la probabilité que le candidat réussisse au concours.

Le candidat réussit au concours. Quelle est la probabilité qu'il n'est pas réussit à l'oral de mathématiques ?

NB: $On\ donnera\ tous\ les\ résultats\ sous\ forme\ de\ fractions\ irréductibles\ et\ on\ pourra\ se\ servir\ d'un\ arbre\ pondéré$

Problème $(fonction\ exponentielle)$

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{1+x}{x+e^{-x}}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé(O,I,J) d'unités graphiques$4cm$.

$2cm$ sur l'axe des abscisses et $5cm$ sur l'axe des ordonnées).

PARTIE A : Etude de fonctions auxiliaires

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x)=\ x+2-e^{x}$

Calculer la limite de g en $+\infty$

Déterminer le sens de variation de g et dresser le tableau des variations de g

Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution et une seule α dans $[0;+\infty[$ et que $1{,}14<\alpha<1{,}15$.

En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B : Etude de la fonction f et tracé de la courbe $(\mathcal{C})$

démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;+\infty[$, $f'(x)=\frac{e^{-x}g(x)}{(x+e^{-x})^2}$

en déduire le sens de variation de f.

1- Déterminer les limites de f en$-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats trouvés.
2- a)
   b)En déduire le sens de variation de la fonction f et dresser le tableau des variations de f.
3- a) Etablir que $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}$.
   b) En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A2), déterminer un encadrement de $f(\alpha)$d'amplitude 10^{-2}.
4- Etablir une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

5- a) Etablir que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ avec $u(x) = -xe^x - e^x - 1$

b) Etudier le sens de variation de la fonction uu. En déduire le signe de $u(x)$.

c) déduire des questions précédentes la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T).

6- Tracer $(\mathcal{C})$et (T).

On pourra admettre que $-1{,}85 < \beta < -1{,}84$ *et* $-1{,}19 < f(\beta) < -1{,}18$

PARTIE C : Calcul d'aire

1- Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x+xe^x}{xe^x+1} - 1$, puis en déduire une fonction primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2-Calculer, encm^2, l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe (OI)et les droites d'équations $x = 0\ et\ x = 1$

NIVEAU : 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1$(4pts)$

On donne : $a = 6 - 2\sqrt{7}$ et $b = -1 + \sqrt{2}$

5) Sachant que : $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Justifie que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$

6) a) Justifier : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$

e) Compare a et b en utilisant les résultats précédents.

Exercice 2$(4pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.

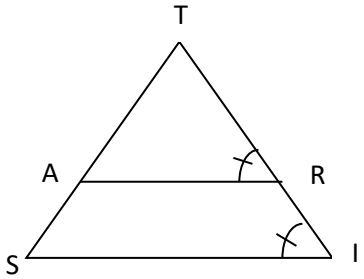
Sur la figure codée ci-contre, on donne :

$TA = 2{,}2;\ \ TR = 4{,}2; TI = 6{,}3$ et $SI = 5{,}4$.

2) Démontrer que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.

3) Justifie que $TS = 3{,}3$

4) Calcule la longueur AR.



Exercice 3$(7pts)$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

L'unité de longueur est le centimètre. (O, I, J) est un repère orthonormé.

On donne les points $A(1; 2)$; $B(4; 5)$; $C(0; 3)$ et la droite (Δ) d'équation $2x + y - 1 = 0$

1) Justifie que $AB = 3\sqrt{2}$; $AC = \sqrt{2}$ et $BC = 2\sqrt{5}$.
2) Démontre que le triangle ABC est rectangle

3.a) Démontre que $tan\widehat{ABC} = 0{,}333$.

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{ABC}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs *(voir table trigonométrique)*

c) déduis-en que $20°$ est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$

4) Détermine une équation de la droite $(\mathcal{D})$ passant par A et parallèle à la droite (BC)

5.a) Détermine les coefficients directeurs des droites (Δ) et $(\mathcal{D})$

b) Montre que les droites (Δ) et $(\mathcal{D})$ sont perpendiculaires.

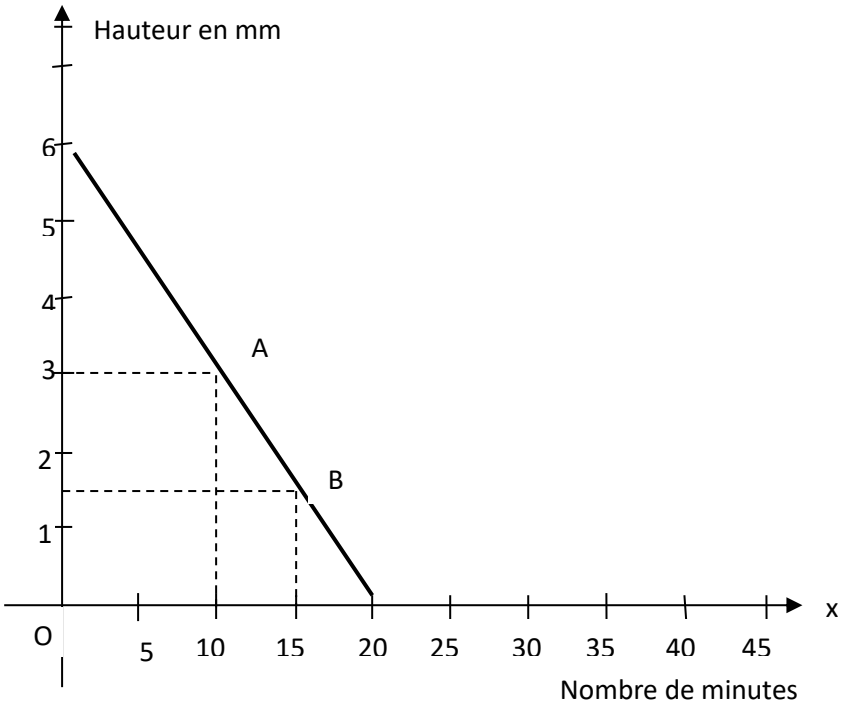
Table trigonométrique

$a°$	$18°$	$19°$	$20°$	$21°$
cos	0,956	0,951	0,946	0,940
sin	0,292	0,309	0,326	0,342
tan	0,306	0,325	0,344	0,364

Exercice 4$(5pts)$

Au cours d'une séance de T.P dans une classe de 3ème , le professeur de Physique-Chimie utilise un flacon contenant un liquide qui s'évapore peu à peu.

Il souhaite déterminer le temps d'évaporation du liquide restant. Pour cela, sur le graphique ci-dessous , il a représenté en fonction du temps d'évaporation x, la hauteur y, en mm, du liquide restant dans le flacon par la droite (AB).



1) A l'aide du graphique, déterminer :

a) La hauteur du liquide en début d'expérience.

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

b) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement.

2) Déterminer une équation de la droite (AB)

3) Retrouve par le calcul, les résultats de la question 1).

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES
Exercice 1	
3) Justifions que : $6 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 7$	
On a : $2 \times 2{,}64 < 2\sqrt{7} < 2 \times 2{,}65$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$	
En faisant la somme membre à membre, on obtient : $6{,}69 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} < 6{,}72$.....	1pt
On en déduit que : $\mathbf{6} < 2\sqrt{\mathbf{7}} + \sqrt{\mathbf{2}} < 7$.....	1pt
7) a) Justifions : $b - a = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7$	
on a : $\boldsymbol{b - a = -1 + \sqrt{2} - (6 - 2\sqrt{7}) = -1 + \sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7}$.....	1pt
b) Comparons a et b en utilisant les résultats précédents.	
D'après les inégalités précédentes on a : $6 - 7 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 7 - 7$	
$-1 < 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 7 < 0$.....	1pt
Donc $\boldsymbol{b - a < 0}$. On en déduit que : $\boldsymbol{b < a}$	1pt
Exercice 2	
4) Démontrons que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.	
Les angles $\widehat{TRA}$ et $\widehat{TIS}$ sont deux **angles correspondants**de**même mesure** formés par deux droites (AR), (SI) et une sécante (AI) alors les droites (AR) et (SI) sont parallèles.....	1pt
5) Justifions que $TS = 3{,}3$	
TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI}$ donc : $TS = \frac{TA \times TI}{TR} = \frac{2{,}2 \times 6{,}3}{4{,}2} = 3{,}3$.....	2pts
Ainsi $\boldsymbol{TS = 3{,}3cm}$	
6) Calculons la longueur AR.	
TSI est un triangle, A est un point de (TS) ; R est un point de (TI) et (AR) est parallèle à (SI) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{TA}{TS} = \frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$ donc $\frac{TR}{TI} = \frac{AR}{SI}$;	
d'où : $AR = \frac{TR \times SI}{TI} = \frac{4{,}2 \times 5{,}4}{6{,}3} = 3{,}6$	2pts

Ainsi $\boldsymbol{AR = 3,6cm}$

Exercice 3

1) Résolvons le système $\begin{cases} 5x + 9y = 3400 \\ 7x + 8y = 3725 \end{cases}$

Le système admet la solution unique $(275; 225)$..... 1pt

2)

I) Choix des inconnues

x : prix d'un tas de poissons ; y : prix d'un tas de tomates..... 1pt

II) Mise en équations

$$5x + 9y = 4000 - 600 = 3400$$

$7x + 8y = 4000 - 275 = 3725$ ..... 0,5× 2pt

III) Résolution du système

On a : $\begin{cases} 5x + 9y = 3400 \\ 7x + 8y = 3725 \end{cases}$..... 1pt

D'après la question 1). Ce système admet la solution unique $(275; 225)$

IV) Interprétation

un tas de poissons coûte 275 Fet un tas de tomates coûte 225 F 1pt

Exercice 4

3. a) La hauteur du liquide en début d'expérience est $\boldsymbol{6mm}$ .....

d) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement $\boldsymbol{20\ mn}$..... 1pt

8) Déterminons une équation de la droite (AB) 1pt

Graphiquement $A(10; 3)$ et $B\left(15; \frac{3}{2}\right)$

Soit $M(x; y)$ un point de la droite (AB)

Alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 15-10 \\ \frac{3}{2}-3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-10 \\ y-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ // $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-10 \\ y-3 \end{pmatrix}$ équivaut à : $5(y-3) + \frac{3}{2}(x-10) = 0$

équivaut à $3x + 10y - 60 = 0$.....

(AB): $\boldsymbol{y = -\frac{3}{10}x + 6}$ est une équation de la droite (AB)..... 0,5pt

9) Retrouvons par le calcul, les résultats de la question1). 0,5pt

La hauteur du liquide en début d'expérience

Au début d'expérience : $\boldsymbol{x = 0}$ alors $\boldsymbol{y = 6}$.....

Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement 1pt

le liquide est évaporé totalement lorsque $\boldsymbol{y = 0} \Leftrightarrow -\frac{3}{10}x + 6 = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{10}x = -6 \Leftrightarrow -3x = -60$

donc $\boldsymbol{x = 20}$..... 1pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 2nd C

CE : Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02h

Exercice 1 ($6pts$)

QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **six questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : le plan vectoriel $\mathcal{V}$ est muni d'une base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit les vecteurs $u\binom{2}{1}$, $v\binom{3}{2}$.

$\boldsymbol{A}$) les vecteurs u et v sont colinéaires $\quad \boldsymbol{B})dét(\vec{u},\vec{v}) = -1$; $\boldsymbol{C})i\binom{2}{-1}$ et $v\binom{-3}{2}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$.

Question 2 : soit ABC un triangle isocèle en A tel que l'angle $\hat{A}$ mesure $30°$. sachant que le rayon de son cercle circonscrit est égal à 1. On pose : $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ et $\mathcal{A}$ est l'aire du triangle ABC.

$$\boldsymbol{A})a = 1{,}93\boldsymbol{B})\mathcal{A} = 0{,}933\boldsymbol{C})b = 1$$

Question 3 : Sachant que $\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right) = \frac{-\pi}{4}$, la mesure principale de $\left(\widehat{-2\vec{u},-2\vec{v}}\right)$est :

$$\boldsymbol{A})\frac{\pi}{2}\boldsymbol{B})-\frac{\pi}{2}\boldsymbol{C})-\frac{\pi}{4}$$

Question 4 : soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$tel que : $sinx = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$$\boldsymbol{A})cosx = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\quad \boldsymbol{B})tanx = 2-\sqrt{3}\quad \boldsymbol{C})cosx = \frac{\pi}{12}$$

Question 5 : soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $mes(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{5\pi}{6}$

$\boldsymbol{A})\vec{u}.\vec{v} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ $\boldsymbol{B})\vec{u}.\vec{v} = \frac{\sqrt{15}}{2}$ $\boldsymbol{C})\vec{u}.\vec{v} = \frac{-3\sqrt{5}}{2}$.

Question 6 : Sur un cercle de centre O et de rayon $\frac{\pi}{2}\ cm$, l'arc $\widehat{AB}$ a pour longueur $\frac{3\pi}{2}cm$. Une valeur approchée de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AOB}$ est :

$\boldsymbol{A})3$ $\boldsymbol{B})171{,}97$ $\boldsymbol{C})\ 3\pi$.

Exercice 2$(6pts)$

Soit ABC un triangle tel que : $mes\hat{A} = 60°$; $AC = 3$; $AB = 5$.
On rappelle R le rayon de son cercle circonscrit et $\mathcal{A}$ l'aire du triangle ABC.

1) Déterminer la longueur du côté BC, la mesure des angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$
2) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ et le rayon du cercle circonscrit.
3) O étant le centre du cercle $(\mathcal{C})$, calculer la mesure de l'angle $\widehat{BOC}$

EXERCICE 3 $(8pts)$

PARTIE A

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 3x^3 - 14x^2 - 7x + 10$

1) Vérifier que $P(5) = 0$
2) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-5)(ax^2+bx+c)$
3) Factorise le polynôme $Q(x) = 3x^2 + x - 2$
4) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$
5) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B

On considère la fraction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{(x+1)(x-2)}$

1) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
2) Simplifier la fraction rationnelle f
3) Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
4) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels que pour tout x élément de D_f

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

5.a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_1): $3x - 11 \leq \frac{12}{x-2}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I_2): $3x - 11 \leq -\frac{12}{x-2}$

c) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation (I): $|3x-11| \leq \left|\frac{12}{x-2}\right|$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($4pts$)

On donne le polynôme A tel que $P = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$

1.a) Développe et réduis P.

b) Justifie que $P = (3x+2)(5x-3)$

2) Calcule la valeur numérique de P pour $x = -2$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(3x+2)(5x-3) = 0$

Exercice 2($4pts$)

3) On donne : $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

c) Ecris le nombre a sans radical au dénominateur.

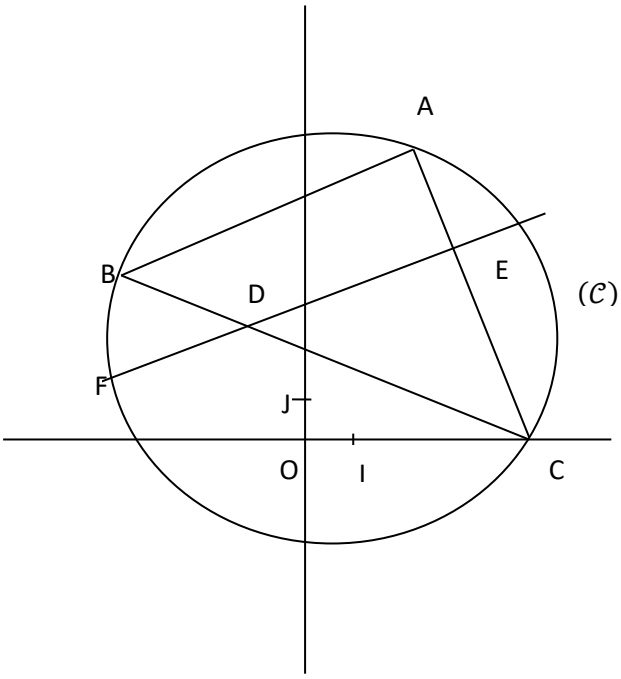
d) Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donne un encadrement de $2 - \sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

4) b et x sont deux nombres tels que : $b = x + 3$
Détermine x pour que a et b soient opposés

Exercice 3$(9pts)$

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, (O, I, J) est un repère orthonormé.
On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
On donne les points $A(2; 6)$; $B(-4; 4)$; $C(4; 0)$ et $D(-2; 3)$
$(\mathcal{C})$ est le cercle de diamètre $[BC]$.
La parallèle à la droite (AB) passant par D coupe (AC) en E
F est un point d'intersection du cercle $(\mathcal{C})$ et de la droite (DE)



1.a) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pour coordonnées $(-6; -2)$ et $(2; -6)$

d) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux

2.a) Justifie que $AB = AC = 2\sqrt{10}$ et $BC = 4\sqrt{5}$.

b) Déduis-en la nature du triangle ABC

3) Justifie que les points B, C et D sont alignés

4) Calcule la distance CD et justifie que $\frac{CD}{BC} = \frac{3}{4}$

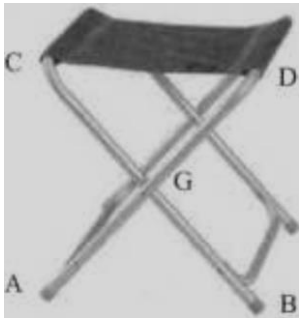
Déduis-en la distance DE

5.a) Justifie que la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est $45°$

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AFC}$

Exercice 4$(3pts)$

SAGNON un élève d'une classe de 3ème à l'école WILLIAM PONTY a modélisé géométriquement un tabouret pliant par les segments [CB] et [AD] pour l'armature métallique et le segment [CD] pour l'assise en toile.
On a : CG = DG = 30 cm, AG = BG = 45 cm et AB = 51 cm.
Pour des raisons de confort, l'assise [CD] doit être parallèle au sol représenté par la droite (AB).



1) Le tabouret est-il confortable ? justifie ta réponse.
2) Déterminer la longueur CD de l'assise.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Matématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($4pts$)

On donne $A = 3 - 2\sqrt{2}$ et $B = 3 + 2\sqrt{2}$

1) a) Calculer A^2 , B^2 et $A \times B$

   b) Que peut-on déduire du résultat de $A \times B$

2) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, donne un encadrement de $9 - 12\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

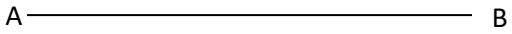
Exercice 2($4pts$)

On donne un segment $[AB]$.

1) Construis le point M du segment $[AB]$ tel que : $\frac{MA}{AB} = \frac{5}{7}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

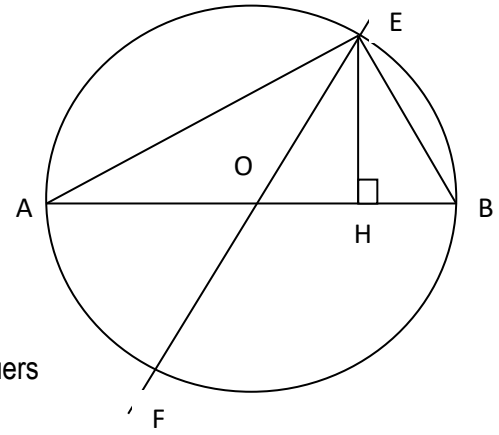
$(tu\ donneras\ un\ programme\ de\ construction)$



2) Justifie ta construction.

Exercice 3($8pts$)

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.
Sur la figure ci-desous :
$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 10$
$E \in (\mathcal{C})$ tel que $BE = 6$ et $AE = 8$.
H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point E.
F est le point d'intersection du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (EO)



7) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.
8) Justifie que : $EH = 4{,}8$; $BH = 3{,}6$
9) a) Justifie que sin $\widehat{EAB}$= 0,6

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs *(voir table trigonométrique)*

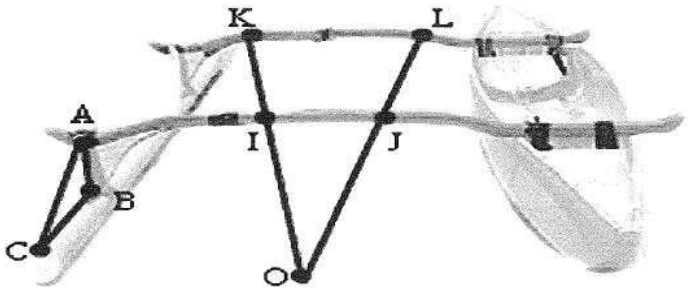
c) déduis-en que $37°$ est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

4.a) Justifie que mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$

c) Détermine une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$

Exercice 4($4pts$)

AGRO VINCENT vient de construire lui-même sa pirogue.



1) Pour vérifier que les deux bras du balancier sont parallèles entre eux, il place sur ceux-ci deux bois rectilignes schématisés sur le dessin ci-dessus par les segments [OK] et [OL] avec I ∈[OK] et J ∈[OL].
La mesure des longueurs OI, OJ, OK et OL donne les résultats suivants :

OI = 1, 5 m; OJ = 1, 65 m; OK = 2 m; OL = 2, 2 m

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

2) Pour vérifier que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier, il mesure les longueurs AB, AC et CB et obtient :

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

AB = 15 cm AC = 25 cm CB = 20 cm

Peut-il affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier ? Justifie ta réponse.

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

On donne $A = 3 - 2\sqrt{2}$ et $B = 3 + 2\sqrt{2}$

1) a) Calculoons A^2 , B^2 et $A \times B$

$\boldsymbol{A^2 = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{3} + (2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{3} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}}$ 0,5pt

$\boldsymbol{B^2 = \left(3 + 2\sqrt{2}\right)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{3} + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 12\sqrt{3} + 8 = 17 + 12\sqrt{2}}$ 0,5pt

$\boldsymbol{A \times B = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)\left(3 + 2\sqrt{2}\right) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1}$..... 1pt

b) $\boldsymbol{A \times B = 1}$ alors A et B sont **inverses** l'un de l'autre.....

2) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, un encadrement de $17 - 12\sqrt{2}$ par 2 décimaux consécutifs d'ordre 2.

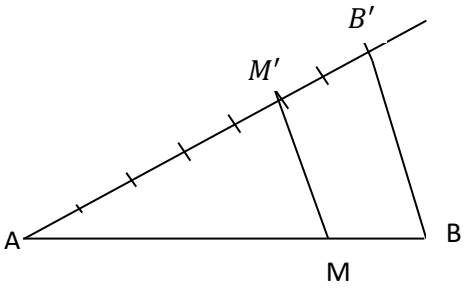
$$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$$
$$-12 \times 1{,}414 > -12\sqrt{2} > -12 \times 1{,}415$$
$$-16{,}980 < -12\sqrt{2} < -16{,}968$$
$$17 - 16{,}980 < 17 - 12\sqrt{2} < 17 - 16{,}968$$

$\boldsymbol{0{,}02} < 17 - 12\sqrt{2} < 0{,}03$..... 1,5pts

Exercice 2

Programme de cnstruction

Tracer une demi-droite d'origine A ne contenant pas B
Graduer régulièrement la demi-droite
Placer les points B' et M' sur cette demi-droite tels que :
$AB' = 7$ et $AM' = 5$
Tracer la droite (BB')
Tracer la droite (D) passant par M' et parallèle à (BB')
Placer le point M, le point d'intersection des droites (AB) et (D)



Justification

dans le triangle ABB' , on a : M' est un point de (AB') et

M est un point de (AB) ; (MM') est parallèle à (BB')

D'après la propriété de Talès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AB'} = \frac{5}{7}$ 4pts

Exercice 3

4) Je justifie que le triangle ABE est rectangle en E.

1ère Méthode :

$[AB]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $E \in (\mathcal{C})$. Ainsi ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc ABE est rectangle en E

2ème Methode : réciproque de la propriété de Pythagore 1pt

$$\boldsymbol{AB^2 = 10^2 = 100}$$
$$\boldsymbol{BE^2 = 6^2 = 36}$$
$$\boldsymbol{AE^2 = 8^2 = 64}$$
$$\boldsymbol{100 = 36 + 64}$$

$\boldsymbol{AB^2 = BE^2 + AE^2}$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ABE est un triangle rectangle en E

5) Justifie que : $EH = 4{,}8$; $BH = 3{,}6$

Dans le triangle ABE rectangle en E, H est le pied de la hauteur issue de E, donc d'après la propriété métrique déduite de l'aire : $\boldsymbol{EH \times AB = AE \times EB}$ alors $\boldsymbol{EH = \frac{AE \times EB}{AB} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4{,}8}$ 1pt

le triangle BHE rectangle en H ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{EB^2 = BH^2 + EH^2}$

Donc : $\boldsymbol{BH^2 = EB^2 - EH^2}$

$$\boldsymbol{BH^2 = 6^2 - 4{,}8^2 = 36 - 23{,}04 = 12{,}96}$$

$\boldsymbol{BH = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6}$..... 1pt

6) a) Justifie que sin $\widehat{EAB}$= 0,6

sin $\widehat{EAB} = \frac{EB}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$ 1pt

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs

$$0,588 < 0,6 < 0,602$$

$$sin36° < sin\widehat{EAB} < sin37°$$

$36° < mes\widehat{EAB} < 37°$ 1pt

d) *déduis*-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

$36° < mes\widehat{EAB} < 37°$, alors 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$..... 1pt

4.a) Je justifie que mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$

Les angles $\widehat{EAB}$ et$\widehat{EFB}$ sont des angles inscrits dans les cercle $(\mathcal{C})$ et qui i**ntreceptent**le même **arc** $\widehat{EB}$ donc mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$ … 1pt

b) je détermine une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$

l'angle $\widehat{EOB}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{EFB}$ alors mes $\widehat{EFB} = \frac{1}{2}$**mes** $\widehat{EOB}$

mes $\widehat{EOB} = 2$**mes** $\widehat{EFB} = 2 \times 37° = 74°$ alors $74°$ est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$ 1pt

Exercice 4

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

OKL est un triangle, I est un point de (OK) et J est un point de (OL)

$\frac{OI}{OK} = \frac{1,5}{2} = 0,75$; $\frac{OJ}{OL} = \frac{1,65}{2,2} = 0,75$

$\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL} = 0,75$; d'après la réciproque de la proprété de Thalès(OI) et (KL) sont parallèles, donc les deux bras sont parallèles 2pts

1) Peut-il affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier ? Justifie ta réponse.

$$AB^2 = 15^2 = 225$$
$$AC^2 = 25^2 = 625$$
$$CB^2 = 20^2 = 400$$
$$625 = 225 + 400$$

$AC^2 = AB^2 + CB^2$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ABC est un triangle rectangle en B, donc (AB) et (CB) sont perpendiculaires ; donc on peut affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier 2pts

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 3ème

CE: Matématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1($4pts$)

On donne $A = 3 - 2\sqrt{2}$ et $B = 3 + 2\sqrt{2}$

2) a) Calculer A^2 , B^2 et $A \times B$

b) Que peut-on déduire du résultat de $A \times B$

2) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, donne un encadrement de $9 - 12\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 2($4pts$)

L'unité de longueur est le centimètre

9) Justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

10) a) Sachant que $28 = 64 - 36$, construis un segment $[MN]$ de longueur $2\sqrt{7}$

b) Justifie ta construction.

Exercice 3($8pts$)

On ne demande pas de reproduire la figure sur ta copie.

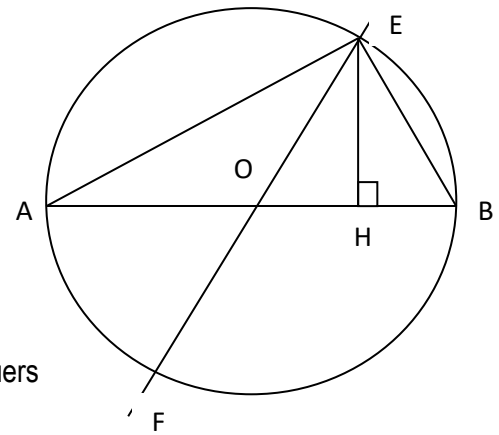
Sur la figure ci-desous :

$(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 10$

$E \in (\mathcal{C})$ tel que $BE = 6$ et $AE = 8$.

H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point E.

F est le point d'intersection du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (EO)



10) Justifie que le triangle ABE est rectangle en E.

11) Justifie que : $EH = 4{,}8$; $BH = 3{,}6$

12) a) Justifie que sin $\widehat{EAB}$= 0,6

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs *(voir table trigonométrique)*

c) déduis-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

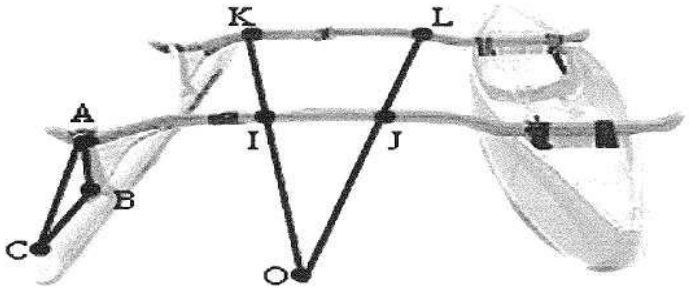
4.a) Justifie que mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$

e) Détermine une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 4$(4pts)$

AGRO VINCENT vient de construire lui-même sa pirogue.



3) Pour vérifier que les deux bras du balancier sont parallèles entre eux, il place sur ceux-ci deux bois rectilignes schématisés sur le dessin ci-dessus par les segments [OK] et [OL] avec I ∈[OK] et J ∈[OL].
La mesure des longueurs OI, OJ, OK et OL donne les résultats suivants :

OI = 1, 5 m; OJ = 1, 65 m; OK = 2 m; OL = 2, 2 m

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

4) Pour vérifier que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier, il mesure les longueurs AB, AC et CB et obtient :

AB = 15 cm AC = 25 cm CB = 20 cm

Peut-il affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier ? Justifie ta réponse.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Exercice 1

On donne $A = 3 - 2\sqrt{2}$ et $B = 3 + 2\sqrt{2}$

2) a) Calculons A^2 , B^2 et $A \times B$

$\boldsymbol{A^2 = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{3} + (2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{3} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}}$ 0,5pt

$\boldsymbol{B^2 = \left(3 + 2\sqrt{2}\right)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{3} + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 12\sqrt{3} + 8 = 17 + 12\sqrt{2}}$ 0,5pt

$\boldsymbol{A \times B = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)\left(3 + 2\sqrt{2}\right) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1}$..... 0,5pt

b) $\boldsymbol{A \times B = 1}$ alors A et B sont **inverses** l'un de l'autre..... 1pt

2) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, un encadrement de $17 - 12\sqrt{2}$ par 2 décimaux consécutifs d'ordre 2.

$$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$$
$$-12 \times 1{,}414 > -12\sqrt{2} > -12 \times 1{,}415$$
$$-16{,}980 < -12\sqrt{2} < -16{,}968$$
$$17 - 16{,}980 < 17 - 12\sqrt{2} < 17 - 16{,}968$$

$\boldsymbol{0{,}02} < 17 - 12\sqrt{2} < 0{,}03$..... 1,5pts

Exercice 2

Je justifie que $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

$$\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{7}^2 = 4 \times 7 = 28$$

On sait que : $28 = 64 - 36$

Donc : $\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 8^2 - 6^2$

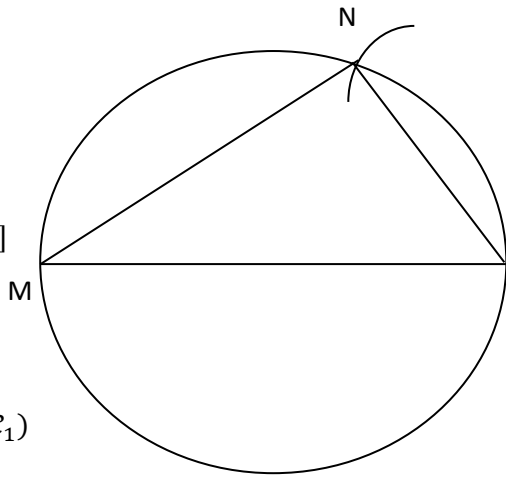
On en déduit que : $8^2 = \left(2\sqrt{7}\right)^2 + 6^2$

Posons : $MP = 8$; $MN = 2\sqrt{7}$ et $NP = 6$

On a : $MP^2 = MN^2 + NP^2$

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore MNP est un triangle rectangle en N.

Ainsi les points M, N et P appartiennent au cercle de diamètre $[MP]$



Construction du segment $[MN]$

- Je trace d'abord le segment $[MP]$ tel que $MP = 8$
- Je trace ensuite le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[MP]$
- Je place ensuite le cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre P et de rayon 6
- Je désigne par N l'un des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}_1)$
- Je trace les segments $[MN]$ et $[NP]$

Le segment $[MN]$ obtenu est tel que $MN = 2\sqrt{7}$ 4pts

Exercice 3

7) Je justifie que le triangle ABE est rectangle en E.

1ère Méthode :

$[AB]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $E \in (\mathcal{C})$. Ainsi ABE est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$, donc ABE est rectangle en E 1pt

2ème Methode : réciproque de la propriété de Pythagore

$$\boldsymbol{AB^2 = 10^2 = 100}$$
$$\boldsymbol{BE^2 = 6^2 = 36}$$
$$\boldsymbol{AE^2 = 8^2 = 64}$$
$$\boldsymbol{100 = 36 + 64}$$

$\boldsymbol{AB^2 = BE^2 + AE^2}$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ABE est un triangle rectangle en E

8) Justifie que : $EH = 4{,}8$; $BH = 3{,}6$

Dans le triangle ABE rectangle en E, H est le pied de la hauteur issue de E, donc d'après la propriété métrique déduite de l'aire : $\boldsymbol{EH \times AB = AE \times EB}$ alors $\boldsymbol{EH = \frac{AE \times EB}{AB} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4{,}8}$ 1pt

le triangle BHE rectangle en H ;d'après la propriété de Pythagore, on a : $\boldsymbol{EB^2 = BH^2 + EH^2}$

Donc : $\boldsymbol{BH^2 = EB^2 - EH^2}$

$$\boldsymbol{BH^2 = 6^2 - 4{,}8^2 = 36 - 23{,}04 = 12{,}96}$$ 1pt

$\boldsymbol{BH = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6}$.....

9) a) Justifie que sin $\widehat{EAB}$= 0,6

sin $\boldsymbol{\widehat{EAB} = \frac{EB}{AB} = \frac{6}{10} = 0{,}6}$ 1pt

b) Donne un encadrement de mes $\widehat{EAB}$ par deux nombres entiers naturels consécutifs

$$\boldsymbol{0{,}588} < 0{,}6 < 0{,}602$$

$$\boldsymbol{sin 36°} < sin\boldsymbol{\widehat{EAB}} < \boldsymbol{sin 37°}$$

$\boldsymbol{36° < mes\widehat{EAB} < 37°}$ 1pt

f) *déduis*-en que 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$

$\boldsymbol{36° < mes\widehat{EAB} < 37°}$, alors 37° est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$..... 1pt

4.a) Je justifie que mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$

Les angles $\widehat{EAB}$ et$\widehat{EFB}$ sont des angles inscrits dans les cercle $(\mathcal{C})$ et qui i**ntreceptent**le même **arc** $\boldsymbol{\widehat{EB}}$ donc mes $\widehat{EFB}$ = mes $\widehat{EAB}$ ... 1pt

c) je détermine une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$

l'angle $\widehat{EOB}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{EFB}$ alors mes $\boldsymbol{\widehat{EFB} = \frac{1}{2}\text{mes } \widehat{EOB}}$

$\boldsymbol{\text{mes } \widehat{EOB} = 2\text{mes } \widehat{EFB} = 2 \times 37° = 74°}$ alors $\boldsymbol{74°}$ est une valeur approchée par excès de la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$ 1pt

Exercice 4

Les deux bras sont-ils parallèles ? Justifie ta réponse.

OKL est un triangle, I est un point de (OK) et J est un point de (OL)

$\boldsymbol{\frac{OI}{OK} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75}$; $\boldsymbol{\frac{OJ}{OL} = \frac{1{,}65}{2{,}2} = O{,}75}$ 2pts

$\boldsymbol{\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL} = 0{,}75}$; d'après la réciproque de la proprété de Thalès(OI) et (KL) sont parallèles, donc les deux bras sont parallèles

2) Peut-il affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier ? Justifie ta réponse.

$$\boldsymbol{AB^2 = 15^2 = 225}$$
$$\boldsymbol{AC^2 = 25^2 = 625}$$
$$\boldsymbol{CB^2 = 20^2 = 400}$$
$$\boldsymbol{625 = 225 + 400}$$ 2pts

$\boldsymbol{AC^2 = AB^2 + CB^2}$; d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ABC est un triangle rectangle en B, donc (AB) et (CB) sont perpendiculaires ; donc on peut affirmer que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

Année scolaire : 2019 -2020

CORRECTION ET BAREMES

CORRIGE	BAREMES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 1

On donne le polynôme A tel que $P = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$

1.a) Développons et réduisons P.

$$P = (3x)^2 + 2\times 3x \times 2 + 2^2 - (5\times 3x + 5\times 2 - 2x\times 3x - 2x\times 2)$$
$$= 9x^2 + 12x + 4 - 15x - 10 + 6x^2 + 4x$$

$\boldsymbol{P = 15x^2 + x - 6}$..... 1pt

b) Justifions que $P = (3x+2)(5x-3)$

$$P = (3x+2)[3x+2-(5-2x)]$$
$$P = (3x+2)(3x+2-5+2x)$$

D'où $\boldsymbol{P = (3x+2)(5x-3)}$..... 1pt

2) Calculons la valeur numérique de P pour $x = -2$

Pour $x = -2$; $P = 52$..... 1pt

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(3x+2)(5x-3) = 0$

$3x + 2 = 0$ où $5x - 3 = 0$

$x = -\frac{2}{3}$ où $x = \frac{3}{5}$

L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, est la paire $\left\{-\frac{2}{3}; \frac{3}{5}\right\}$..... 1pt

Exercice 2

3) On donne : $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

a) Ecrivons le nombre a sans radical au dénominateur

$a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}$

$\boldsymbol{a = 2-\sqrt{3}}$..... 1pts

b) Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, donnons un encadrement de $2-\sqrt{3}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2

$$1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$$
$$-1{,}732 > -\sqrt{3} > -1{,}733$$
$$2 - 1{,}733 < 2 - \sqrt{3} < 2 - 1{,}732$$

$\boldsymbol{0{,}26} < 2-\sqrt{3} < 0{,}27$..... 1,5pts

4) b et x sont deux nombres tels que : $b = x + 3$

Déterminons x pour que a et b soient opposés

a et b sont opposés si et seulement si $a + b = 0$

$2 - \sqrt{3} + x + 3 = 0$ alors $\boldsymbol{x = -5 + \sqrt{3}}$..... 1,5pts

Exercice 3

1.a) Justifions que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont respectivement pourcoordonnées $(-6;-2)$ et $(2;-6)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4-2 \\ 4-6 \end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}}$..... 0,5pt

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4-2 \\ 0-6 \end{pmatrix}$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}}$..... 0,5pt

d) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$sont orthogonaux si et seulement si : $-6\times 2 + (-2)(-6) = 0$

$\boldsymbol{-6\times 2 + (-2)(-6) = -12 + 12 = 0}$ **alors les vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}$ et $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}$ sont orthogonaux**..... 1pt

2.a) Justifions que $AB = AC = 2\sqrt{10}$ et $BC = 4\sqrt{5}$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = \boldsymbol{2\sqrt{10}}$ 0,5pt

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = \boldsymbol{2\sqrt{10}}$..... 0,5pt

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4+4)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{(8)^2 + (-4)^2} = \sqrt{80} = \boldsymbol{4\sqrt{5}}$..... 0,5pt

b) Déduis-en la nature du triangle ABC

$AB = AC = 2\sqrt{10}$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux alors le triangle ABC est rectangle isocèle en A..... 0,5pt

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

5) Justifie que les points B, C et D sont alignés

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4+4\\0-4\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}x_D-x_B\\y_D-y_B\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-2+4\\3-4\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$..... 0,5pt

les points B, C et D sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire :

$8\times(-1)-(-4)\times 2=0$

$8\times(-1)-(-4)\times 2=-8+8=0$ alors les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires. Donc les points B, C et D sont alignés 0,5pt

6) Calculons la distance CD

$CD=\sqrt{(x_D-x_C)^2+(y_D-y_C)^2}$ =$\sqrt{(-2-4)^2+(3-0)^2}$=$\sqrt{(-6)^2+(3)^2}$=$\sqrt{45}$=$\mathbf{3\sqrt{5}}$..... 0,5pt

justifions que $\frac{CD}{BC}=\frac{3}{4}$

$\frac{CD}{BC}=\frac{3\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}=\frac{3}{4}$ 0,5pt

Déduis-en la distance DE

Dans le triangle ABE rectangle en E, H est le pied de la hauteur issue de E, donc d'après la propriété métrique déduite de l'aire : $\boldsymbol{EH\times AB=AE\times EB}$ alors $\boldsymbol{EH=\frac{AE\times EB}{AB}=\frac{8\times 6}{10}=\frac{48}{10}=4,8}$ 5.a) Justifions que la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est $45°$

le triangle ABC est rectangle isocèle en A, alors les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure, donc mes$\widehat{ABC}=\frac{180°-90°}{2}=45°$..... 1pt

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AFC}$

Les angles $\widehat{ABC}$ et$\widehat{AFC}$ sont des angles inscrits dans les cercle $(\mathcal{C})$ et qui i**nterceptent**le même **arc $\widehat{AC}$** donc mes $\widehat{AFC}$ = mes $\widehat{ABC}=45°$..... 1pt

Exercice 4 1pt

1) Le tabouret est-il confortable ? justifie ta réponse.

CGD est un triangle, A est un point de (GD) ; B est un point de (CG)

$\boldsymbol{\frac{CG}{GB}=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}}$; $\boldsymbol{\frac{GD}{AG}=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}}$

$\boldsymbol{\frac{CG}{GB}=\frac{GD}{AG}=\frac{2}{3}}$; d'après la réciproque de la proprété de Thalès(AB) et (CD) sont **parallèles** alors **le tabouret est confortable** .....

2) Déterminer la longueur CD de l'assise.

CGD est un triangle, A est un point de (GD) ; B est un point de (CG) et (AB) est parallèle à (CD) donc d'après la conséquence de la propriété de Thalès on a : $\frac{CG}{GB}=\frac{GD}{AG}=\frac{CD}{AB}$ donc $\frac{GD}{AG}=\frac{CD}{AB}$; 1,5pt

d'où : $CD=\frac{GD\times AB}{AG}=\frac{30\times 51}{45}=34$

Ainsi $\boldsymbol{CD=34cm}$ .....

1,5pt

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Partie A

On dispose de deux urnes U_1 et U_2.l'urne U_1 contient 3 boules rouges et 2 boules blanches. L'urne U_2 contient 4 boules rouges et 2 boules blanches. On choisit une urne et on tire au hasard une boule de cette urne. On suppose que chaque urne a la même chance d'être choisie et que toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Démontrer que la probabilité de tirer une boule blanche est $\frac{11}{30}$

Sachant que la boule tirée est blanche, quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne U_1 ?

Partie B

On dispose à présent de l'urne U_2. Un jeu consiste à tirer une boule de l'urne :
Si la boule tirée est rouge, le jeu s'arrête ;
Si la boule tirée est blanche, on effectue un second tirage en ne remettant pas la première boule dans l'urne.
Le tirage d'une boule rouge fait perdre au joueur $500\ FCFA$ tandis que le tirage d'une boule blanche lui rapporte $1000\ FCFA$.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le gain algébrique du joueur.
Déterminer la loi de probabilité de X.

Démontrer que l'espérance mathématique de X est $E(X) = -\frac{200}{3}$

Que représente cette valeur ? Interpréter la.
Déterminer puis représenter la fonction de répartition F de X.
$\left(1cm\ pour\ 500\ en\ abscisse\ et\ 1cm\ pour\ \frac{2}{15}\ en\ ordonnée\right)$

Soit l'évènement A: « obtenir un gain positif. » justifier que $P(A) = \frac{1}{3}$.

Partie C

On organise dans les mêmes conditions le jeu de la partie Bn fois de suite $(n > 1)$ et de façon indépendante.

Démontrer que la probabilité P_n de gagner au moins une fois un gain positif est $P_n = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

Déterminer la plus petite valeur de n telle que $P_n > 0{,}995$

Exercice 2

PARTIE A : QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **cinq questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : soit le nombre complexe $z = \frac{3+i}{2-i}$

A) z est un réel ***B***)z est un imaginaire pur ; ***C***)z a pour module $\sqrt{2}$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Question 2 : l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-i| = |z-3+i|$ est :

$\boldsymbol{A}$) une droite privée de deux points $\boldsymbol{B}$) une droite $\boldsymbol{C}$) une droite privée d'un points

Question 3 : Dans le plan complexe, on donne les A,B,C d'affixes respectives $3+i$; $2i$; $2-2i$. le triangle ABC est

$\boldsymbol{A}$) équilatéral $\boldsymbol{B}$) rectangle isocèle $\boldsymbol{C}$) rectangle et non isocèle

Question 4 : A tout nombre complexe $z \neq -2-i$, on associe le nombre complexe z' défini par $z' = \frac{z-4-2i}{z+2+i}$. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$ est

$\boldsymbol{A}$) un cercle privé d'un point $\boldsymbol{B}$) une droite privée d'un point $\boldsymbol{C}$) une droite privé de deux points.

Question 5 : soit le nombre complexe $z = 3+4i$. z a pour racines carrées

$\boldsymbol{A}$)$1+2i$ et $-1-2i$ $\boldsymbol{B}$)$2+i$ et $-2+i$ $\boldsymbol{C}$)$2+i$ et $-2-i$

PARTIE B

Le plan complexe est muni du repère orthonormé$(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)(unité\ graphique: 2cm)$

On considère l'équation (E) : $\forall\ z \in \mathbb{C}$, $z^3-(7+i)z^2+2(8+3i)z-10(1+i)=0$

1-a) vérifier que $1+i$ est solution de (E)

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-6z+10=0$

2.a) Développer, réduire et ordonner :$(z-1-i)(z^2-6z+10)$

b) Résoudre à partir des questions qui précèdent, l'équation (E)

3) On considère les points A, B, C d'affixes respectives $1+i$; $3+i$ et $3-i$

a) Place les points A, B et C dans le repère.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en B

c) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer l'affixe I du centre du cercle $(\mathcal{C})$ et son rayon.

4) Soit $(\mathcal{D})$ l'ensemble des points vérifiant la relation $|z-1-i| = |z-3+i|$

a) Justifier que le point D d'affixe $4+2i$ appartient à $(\mathcal{D})$.

b) Caractériser géométriquement l'ensemble $(\mathcal{D})$

c) Démontrer que $(\mathcal{D})$ a pour équation – $x+y+2=0$ et déterminer l'affixe du point E intersection de $(\mathcal{D})$ et l'axe des imaginaires.

5) Démontrer que le quadrilatère $ACDE$ est un losange.

Problème

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 4 cm en abscisses et $2cm$ en ordonnées, (Cf) est la courbe représentative de f.

PARTIE A

Soit la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = e + \frac{lnx}{x}$

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2) Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
3) Calculer $g\left(\frac{1}{e}\right)$ et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x strictement positif.

PARTIE B

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty]$, par : $f(x) = ex - e + \frac{1}{2}(lnx)^2$.

1-a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2-a) Montrer que pour les valeurs de x strictement positifs $f'(x) = g(x)$

b) Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3-a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $[0; +\infty[$. On notera $\alpha \; et \; \beta$ ces solutions avec α la solution entière.

b) Prouver que 0,11< β <0,12.

4-a) Montrer que la droite(D) d'équation $y = ex - e$ est une asymptote oblique à (Cf)

5-a) Déterminer une équation de la tangente (T)à la courbe (Cf) au point d'abscisse 1.

b) Etudier la position relative de la courbe (Cf) et de la tangente(T).

3) Tracer la tangente (T) et la courbe (Cf). On placera les points d'abscisses $1; 2; e; 3; 4$

PARTIE C

1. Montrer que la fonction H, définie sur $]0; +\infty[$ par : $H(x) = x(lnx)^2 - 2xlnx + 2x$, est une primitive de la fonction h définie par $h(x) = (lnx)^2$.
2. Déduire des questions précédentes l'aire, en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe (Cf), la droite $(\mathcal{D})$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.

NIVEAU : Tle D

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Le plan complexe est muni du repère orthonormé(O, I, J)

On considère l'équation (E) : $\forall\, z \in \mathbb{C}$, $z^3 - \left(6 + i\sqrt{3}\right)z^2 + \left(11 + 4i\sqrt{3}\right)z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$

1-a) Démontrer que l'équation (E) admet deux solutions réelles et les déterminer.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :

2) On considère les points A, B, C, E et G d'affixes respectives $3, 2 + i\sqrt{3}, -1, 7$ et $11 + 4i\sqrt{3}$

a) Place les points A, B, C, E et G dans le repère.

b) Démontrer que le triangle IAB est équilatéral.

c) Démontrer que les points B, C et G sont alignés.

d) Déterminer l'affixe du point F de l'axe des abscisses tel que le triangle EFG soit équilatéral.

3) Soit $\mathcal{F}$ la transformation du plan de centre C qui transforme G en B et H est l'image de E par $\mathcal{F}$.

a) Déterminer l'écriture complexe de $\mathcal{F}$.

b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $\mathcal{F}$

c) Calculer l'affixe de H.

4) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre A et de rayon 2. Déterminer $(\mathcal{C}')$ image du cercle $(\mathcal{C})$ par $\mathcal{F}$.

Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne l'évolution des effectifs des élèves d'un lycée de la commune de Yopougon à différentes rentrées scolaires.

Rentrée scolaire	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Effectif en milliers y_i	74,3	78,7	84,8	92,8	98,5	102,9
$z_i = y_i - 70$	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...

1) On considère la série (z_i) telle que $z_i = y_i - 70$, pour i entier allant de 1 à 6.

a) Compléter le tableau ci-dessus.

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Les unités graphiques sont $1cm$ par année sur l'axe des abscisses, $5\ cm$ pour 10000 élèves sur l'axe des ordonnées.

b) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; z_i)$.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur la figure précédente

3) Calculer la variance $V(X)$ de X, la variance $V(Z)$ de Z et la covariance $COV(X; Z)$ de la série double $(X; Z)$.

4) Calculer à $10^{-3} près$ par défaut, le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i; z_i)$.En déduire si un ajustement linéaire est justifié.

5) a) Ecrire une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. On donnera les coefficients à $10^{-2} près$ par défaut.

b) Tracer la droite de régression sur le graphique

6) En supposant que la tendance ainsi constatée se maintienne, estimer, à un millier près, le nombre d'élèves de ce lycée à la rentrée 2000.

Problème

PARTIE A

Soit g la fonction définie dérivable sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x - 3 + lnx$

1) Calculer les limites de g en 0 et à gauche en $+\infty$.

2-a) Etudier le sens de variations de g.

b) Dresser le tableau de variation de g.

3) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0;+\infty[$ puis vérifier que $2{,}20 < \alpha < 2{,}21$.

4) Démontrer que : $\forall\, x \in]0;\alpha[\,;\, g(x) < 0$ et $\forall\, x \in]0;\alpha[\,;\, g(x) > 0$

PARTIE B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique $1cm$. On considère la fonction numérique f définie sur$]0;+\infty[$ par : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(lnx - 2)$. on désigne par $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le repère (O,I,J).

Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ces résultats obtenus.

Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Démontrer que $\forall\, x \in]0;+\infty[\,;\, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

1) Justifier que $(\mathcal{C})$ admet en $-\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.
2) On admet que f est dérivable sur $]-\infty;0[$

a) Démontrer que $\forall\, x \in]-\infty;0[\,;\, f'(x) = -g(x)$

b) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3) a) Démontrer que $f(\alpha) = (1+\alpha)e^{-\alpha} + \alpha$

b) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 3.10^{-2}.

4) Construire $(\mathcal{C})$. On prendra $\alpha = -0{,}12$ et $f(\alpha) = 0{,}87$

PARTIE C

Soit t un nombre réel tel que $-1 \leq t < 0$

1) Hachurer sur le graphique, la partie $\Delta(t)$ du plan limité par $(\mathcal{C})$, l'axe (OI) et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = t$.
2) Calculer $\int_{-1}^{t} xln(-x)dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne le cours moyen d'une action donnée à la bourse d'Abidjan.

Année	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**
Rang x_i de l'année	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Prix y_i en FCFA	**500**	**580**	**690**	**850**	**1050**	**1120**

On désigne par X le caractère « rang de l'année » et par Y le caractère « Prix correspondant à l'année »

1) Représenter le nuage de points associé à la série à la série double $(X;Y)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ d'unités $1cm$ pour une année en abscisse et $1cm$ pour $100FCFA$ en ordonnée.
2) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur la figure précédente.
3) Calculer la variance $V(X)$ de X, la variance $V(Y)$ de Y et la covariance $COV(X;Y)$ de la série double$(X;Y)$.
4) Démontrer que, à 10^{-2} $près$ par excès, le coefficient de corrélation linéaire de la série double $(X;Y)$ est égal à $0{,}99$. En déduire qu'un ajustement affine est justifié.
5) Soit (D) la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.

a) Démontrer qu'une équation de (D) est : $y = \frac{934}{7}x + 464{,}76$.

b) Tracer la droite (D) dans le repère $(O;I;J)$.

6) En supposant que la tendance constatée se maintienne ; estimer en utilisant la droite (D) :

a) Le cours moyen de cette action au $1er\ Janvier\ 2016$

b) A partir de qu'elle année, le cours moyen de l'action considérée dépassera-t-il $2000\ FCFA$?

Exercice 2

On considère les nombres complexes z_n définis, pour tout entier naturel n, par $z_0 = 4$ et $z_{n+1} = \frac{1+i}{2}z_n$. On note M_n l'image de z_n dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$d'unité graphique $2cm$.

1) Ecrire sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle, les nombres complexes z_1; z_2; et z_3.
2) Placer les points M_0; M_1; M_2; et M_3.
3) Démontrer que pour tout entier naturel n, le triangle OM_nM_{n+1} est rectangle et isocèle en M_{n+1}.
4) On désigne par S la transformation du plan qui applique M_n sur M_{n+1}.déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S.
5) Pour tout entier naturel n, on pose $d_n = |z_{n+1} - z_n|$.

a) Montrer que (d_n) est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et déterminer son premier terme.

b) Interpréter géométriquement chacun des nombres d_n

Problème

PARTIE A

Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = e^{-x} + ln(-x) + 1$

c) Déterminer l'ensemble de définition de g.

d) Calculer les limites de g en $-\infty$ et à gauche en 0.

e) On admet que g est dérivable sur $]-\infty;0[$.

f) Démontrer que $\forall\ x \in]-\infty;0[\ ;\ g'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{x}$

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

g) Etudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x et déduire les variations de g.
h) Dresser le tableau de variation de g.
i) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-\infty; 0[$ puis vérifier que $-0{,}2 < \alpha < -0{,}1$. Donner un encadrement de α d'amplitude $0{,}01$.
j) Déduire de tout ce qui précède que : $\forall\, x \in]-\infty; \alpha[\ ; g(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha; 0[\ ; g(x) < 0$
k) Justifier que $ln(-\alpha) = -1 - e^{-\alpha}$.

PARTIE B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $4cm$. On considère la fonction numérique f définie sur $]-\infty; 0]$ par : $\begin{cases} f(x) = e^{-x} - xln(-x)\ si\ x < 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$. on désigne par $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

5) Etudier la continuité de f en 0.
6) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter géométriquement le résultat.
7) Justifier que $(\mathcal{C})$ admet en $-\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.
8) On admet que f est dérivable sur $]-\infty; 0[$

c) Démontrer que $\forall\, x \in]-\infty; 0[\ ; f'(x) = -g(x)$
d) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.

9) a) Démontrer que $f(\alpha) = (1 + \alpha)e^{-\alpha} + \alpha$
b) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 3.10^{-2}.

10) Construire $(\mathcal{C})$. On prendra $\alpha = -0{,}12$ et $f(\alpha) = 0{,}87$

PARTIE C

Soit t un nombre réel tel que $-1 \leq t < 0$

3) Hachurer sur le graphique, la partie $\Delta(t)$ du plan limité par $(\mathcal{C})$, l'axe (OI) et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = t$.
4) Calculer $\int_{-1}^{t} xln(-x)dx$ à l'aide d'une intégration par parties.
5) En déduire l'aire $\mathcal{A}(t)$ de $\Delta(t)$ en cm^2.
6) Calculer la limite à gauche en 0 de $\mathcal{A}(t)$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O,I,J) d'unité graphique $1cm$.
Soit le polynôme $P(Z) = Z^3 - (5+i)Z^2 + (10+6i)Z - 8 - 16i$

1) Démontrer que l'équation $P(Z) = 0$ admet une solution imaginaire pure que l'on précisera.
2) Déterminer le polynôme $Q(Z)$ tel que $P(Z) = (Z-2i)Q(Z)$
3) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(Z) = 0$
4) SoientA, B et C les points d'affixes respectives $Z_A = 3+i$; $Z_B = 2i$ et $Z_C = 2-2i$

a) Placer les points A, B et C.
b) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.
c) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme puis construire D.

5) Soit E le symétrique de A par rapport au milieu de $[BC]$.

a) Justifier que l'affixe de E est $-1-i$
b) Prouver que $ABEC$ est un carré.
c) Démontrer que les points E, C et D sont alignés.

6) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie $\left|\frac{1}{2}i\bar{z} - 1 + i\right| = \frac{\sqrt{10}}{2}$

a) Les points E, D, A et B appartiennent-ils à (Γ) ? justifier votre réponse.
b) Démontrer que $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow |z-2+2i| = \sqrt{10}$
c) En déduire l'ensemble (Γ) et construire (Γ)

7) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $Z^4 = 128\left(-1+i\sqrt{3}\right)$. On donnera les solutions de (E') sous la forme exponentielle.
b)Représenter dans un autre repère direct (O,I,J) d'unité $2cm$, les points images des solutions de (E')

Exercice 2

Lors d'une épidémie chez les bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée tôt chez l'animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle. Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1% est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :

- Si un animal est porteur de la maladie, le test est positif à 85% des cas.
- Si un animal est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie. On note les évènements suivants :

- M « l'animal est porteur de la maladie »
- T : « le test est positif »

1) Construire un arbre pondéré de probabilités modélisant la situation proposée.
2) Un animal est choisit au hasard.

a) Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?

b) Démontrer que la probabilité que son test soit positif est $p = 0{,}0580$.

3) Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

4) On choisit cinq animaux au hasard. La taille de ce troupeau permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à des tirages avec remise. On note X la variable aléatoire qui, aux cinq animaux choisis, associe le nombre d'animaux ayant un test positif.

a) Démontrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer la variance $V(X)$ de X.

d) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des cinq animaux ait un test positif ?

5) Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de $100000\ FCFA$ et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de $300000 FCFA$. On suppose que le test est gratuit.

D'après les données précédentes, la loi de probabilité de la variable aléatoire Y donnant le coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût y_i	0	100000	300000
$P(Y = y_i)$	0,9405	0,0580	0,0015

a) Calculer l'espérance mathématique $E(Y)$ de Y. Interpréter ce résultat.

b) Un éleveur possède un troupeau de 200 bovins. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager ?

Problème

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $2cm$. On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ de représentation graphique $(\mathcal{C}_f)$.

PARTIE A($\boldsymbol{Etude\ d'une fonction\ auxiliaire}$)

On considère la fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

2) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}, g((x) = (x - 2)^2 e^{-x}$

3) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

4) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$ tel que $0{,}35 < \alpha < 0{,}36$.

5) Démontrer que : $\forall\ x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall\ x \in]\alpha; +\infty, [, g(x) > 0$.

PARTIE B$\left(\boldsymbol{Etude\ de\ f\ et\ tracer\ de\ (\mathcal{C}_f)}\right)$

1) Calculer la limite de f en $+\infty$

2) Démontrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet en $-\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

3) a) Démontrer que f est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.
b)En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

4) a) Justifier que $\alpha^2 + 2 = 2\alpha + e^{\alpha}$
b)En déduire que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$
c) Déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près par deux nombres décimaux consécutifs.

5) Soit (Δ) la droite d'équation $y = x - 1$

a) Démontrer que la droite (Δ) est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$

b) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à (Δ)

6) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point O (origine du repère).

7) Construire avec soin les droites (T) et (Δ) puis la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

PARTIE C($\boldsymbol{Calcul\ d'aire}$)-

Soit λ un nombre réel strictement positif. On désigne par $\mathrm{D}(\lambda)$ la partie du plan délimitée par $(\mathcal{C}_f)$; (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

1) Pour $\lambda = 3$, hachurer sur le graphique $D(3)$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

2) En utilisant deux intégrations par parties, démontrer que l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ de $\mathrm{D}(\lambda)$ en cm^2 est :

$$\mathcal{A}(\lambda) = 4\left[4 - (\lambda^2 + 2\lambda + 4)e^{-\lambda}\right]cm^2$$

3) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$;

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0; \vec{u}; \vec{v})$, unité $1cm$.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$; $z_B = -1 - i\sqrt{3}$; $z_C = 2$ et $z_D = -\frac{11}{2} + \frac{5}{2}i\sqrt{3}$.

1) Placer les points A, B, C et D

2) a) Vérifier que $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$.

c) En déduire la nature du triangle ABC.

d) Démontrer que le centre du cercle (Γ_1) circonscrit au triangle ABC est O. En déduire le rayon de (Γ_1)

e) Tracer le cercle (Γ_1)

3) a) Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points M d'affixe z qui vérifient : $\left|z + 4 - i\sqrt{3}\right| = 3$

c) Vérifier que le point A est élément de (Γ_2).

d) Construire (Γ_2)

4) On appelle r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et h l'homothétie de centre A et de rapport $-\frac{3}{2}$.

a) Quelles sont les images des points A et B par la rotation r ?

b) Quelles sont les images des points A et C par l'homothétie h ?

5) On pose $f = h \circ r$

a) Justifier que $f(A) = A$ et $f(B) = D$

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

c) Démontrer que l'écriture complexe de f est $z' = \left(-\frac{3}{4} - i\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)z - 4 + i\sqrt{3}$

6) Démontrer que l'image du cercle (Γ_1) par f est (Γ_2).

Exercice 2

Soient(U_n) et (V_n)les suites définies pour tout entier naturel n par : $U_0 = 9, U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3$;

$V_n = U_n + 6$.

1) Représenter les 5 premiers termes de la suite U sur l'axe (OI)

2.a) Démontrer par récurrence que la suite U_n est minorée par -6.

b) Etudier le sens de variation de la suite U_n et en déduire sa convergence.

3). Montrer que (V_n)est une suite géométrique à termes positifs.

4.a. Calculer $S_n = V_{0+}V_1+V_2 + \cdots + V_n$ puis $T_n = U_{0+}U_1+U_2 + \cdots + U_n$en fonction de n

b. calculer V_n puis U_n en fonction de n

c. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$

5. On définit la suite (W_n)par $W_n = lnV_n$pour tout entier n.

Montrer que la suite(W_n) est une suite arithmétique.

6. Calculer le produit $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times ... \times V_n$en fonction de$n$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

7.Calculer$Q_n = W_{0+}W_1+W_2 + \cdots + W_n$en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} Q_n$

PROBLEME

Partie A

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$

1) Soit h la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $h(x) = 2xe^{2x} + 1$.

Démontrer que h est solution de (E).

2.a)Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $\varphi = f - h$ est solution de (F). :$y' - 2y = 0$.

a) Résoudre (F).

b) En déduire les solutions de (E)

c) Déterminer la solution f de (E) vérifiant$f(0) = 0$.

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :$f(x) = (2x - 1)e^{2x} + 1$

1-a) Déterminer la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

c) Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$et interpréter graphiquement le résultat.

2) Étudier le sens de variations de f, puis dresser son tableau de variation.

3) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$.

4) Construire $(\mathcal{C})$, courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 2cm).

Partie C

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $1 - f(x) \geq 0$.

2) On considère l'intégrale I$= 4\int_0^{1/2}[1 - \mathrm{f}(x)]\mathrm{d}x$.

a) Interpréter graphiquement I puis calculer I.

b) Déterminer l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe$(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) d'équation $y = 1$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Le tableau suivant représente les notes obtenues par cinq élèves de la Tle D1 en mathématiques et en sciences physiques lors du dernier devoir.

On désigne par x_i la note en mathématiques et y_i la note en sciences physiques.

$note\ x_i$	7	10	11	13	16
$note\ y_i$	8	9	12	12	13

1) Représenter le nuage de points associé à cette série statistique

2) Déterminer les coordonnées du point moyen G.

3) Calculer $V(x)$; $V(y)$ et $COV(x,y)$

4) Calculer r le coefficient de corrélation linéaire entre les variables x et y.
Interpréter le résultat obtenu.

5) a) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x et celle de x en y.
b) Tracer $(\mathcal{D})$.

6) Suivant cet ajustement, quelle serait la note en sciences physiques d'un élève qui a obtenu 12 en mathématiques.

Exercice 2

Dans le plan complexe rapporté à un repère $(o,\vec{u},\vec{v})$orthonormé d'unité graphique 1 cm, on considère les points A_0, A_1, A_2 d'affixes respectives $z_0 = 5-4i, z_1 = -1-4i;\ z_2 = -4-i$

1-a) Justifier l'existence d'une unique similitude directe S telle que : $S(A_0,) = A_1$ et $S(A_1) = A_2$

b) Établir que l'écriture complexe de S est : $z' = \frac{1-i}{2}z + \frac{-3+i}{2}$

c) En déduire le rapport, l'angle et l'affixe ω du centre Ωde la similitde S

d) On considère un point M, d'affixe z avec $z \neq 0$ et son image M' d'affixe z'.
Vérifier la relation $\omega - z' = i(z-z')$; en déduire la nature du triangle ΩMM′.

2) Pour tout entier naturel n, le point A_{n+1}est définie par $A_{n+1} = S(A_n)$et on pose : $u_n = A_nA_{n+1}$.

a) Placer les points A_0, A_1, A_2 et construire géométriquement les points $A_3, A_4,\ A_5, A_6$

b) Démontrer que la suite (u_n)est géométrique.

3) La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$

a) Exprimer v_n en fonction de n.

b) La suite v_n est elle convergente ?

4) a)Calculer en fonction de n le rayon r_n du cercle circonscrit au triangle $\Omega A_n A_{n+1}$.

b) Déterminer le plus petit entier naturel p tel que, pour tout entier naturel n : si $n > p$ alors $r_n < 10^{-2}$

Problème

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O ; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$) (unités graphiques $2cm$ sur l'axe des abscisses et $5cm$ sur l'axe des ordonnées).

PARTIE A : Etude de fonctions auxiliaires

1- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = xe^x + 1$.
Etudier le sens de variation de h et démontrer que $h(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 2 - e^x$

a) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Etudier le sens de variation de g et dresser le tableau des variations de g

c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$. On notera α et β ces solutions avec $\alpha > \beta$. Prouver que $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$.

d) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B : Etude de la fonction f et tracé de la courbe $(\mathcal{C})$

7- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats trouvés.

8- a)Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$

b)En déduire le sens de variation de la fonction f et dresser le tableau des variations de f.

9- a) Etablir que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

b) En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A2), déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 10^{-2}.

10- Etablir une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

11- a) Etablir que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ avec $u(x) = -xe^x - e^x - 1$

d) Etudier le sens de variation de la fonction uu. En déduire le signe de $u(x)$.

e) déduire des questions précédentes la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T).

12- Tracer $(\mathcal{C})$ et (T).

On pourra admettre que $-1{,}85 < \beta < -1{,}84$ *et* $-1{,}19 < f(\beta) < -1{,}18$

PARTIE C : Calcul d'aire

1- Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x + xe^x}{xe^x+1} - 1$, puis en déduire une fonction primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2-Calculer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe (OI) et les droites d'équations $x = 0$ *et* $x = 1$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Partie A

On considère dans $\mathbb{C}$: l'équation : $(E) : 4Z^3 - 6i\sqrt{3}Z^2 - 3\left(3 + i\sqrt{3}\right)Z - 4 = 0$

$1)$ Déterminer les racines carrées de $6 + 6i\sqrt{3}$

$2)$ Résoudre dans $\mathbb{C}$: l'équation $2Z^2 - \left(1 + 3i\sqrt{3}\right)Z - 4 = 0$

$3 - a)$ Développer, réduire et ordonner $(2Z + 1)\left[2Z^2 - \left(1 + 3i\sqrt{3}\right)Z - 4\right]$

$b)$ En déduire les solutions de (E).

4) Soit $Z_0 = -\frac{1}{2}$; $Z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $Z_2 = 1 + \sqrt{3}i$

Exprimer chacun des nombres complexes Z_0 ; Z_1 et Z_2 sous forme trigonométrique.

Partie B

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$où l'unité est 1cm, on considère les points M_0, M_1 et M_2 d'affixes respectives $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $1 + \sqrt{3}i$

S est la similitude directe de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et de rapport 2.

$1 - a)$ Déterminer l'écriture complexe de S

$b)$ Justifier que $S(M_0) = M_1$ et $S(M_1) = M_2$

$2)$ Soit M_n un point du plan d'affixe z_n. On pose pour tout nombre entier naturel $n, M_{n+1} = S(M_n)$

Justifier que $z_{n+1} = \left(1 - \sqrt{3}i\right)z_n$ où z_{n+1} est l'affixe de M_{n+1}

$3)$On considère la suite U_n définie pour tout entier naturel n par $U_n = |z_n|$

$a)$ Démontrer que U_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

$b)$ Justifier que la distance $OM_{12} = 2048$

Exercice 2

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Un livreur de pain qui fait son service à moto, doit servir tous les jours un client à 7 heures précises. La livraison de pain chez ce client est indépendante d'un jour à l'autre.
Habituellement, le livreur met 20 minutes de la boulangerie au domicile de ce client ; mais la mairie à fait installer sur son trajet deux feux tricolores non synchronisés et indépendants.
-s'il arrive à un feu orange, il s'arrête 30 secondes et repart.
-s'il arrive à un feu rouge, il s'arrête 60 secondes et repart.
Pour chaque feu :
-la probabilité d'être vert à l'arrivée du livreur est : $\frac{1}{2}$
-La probabilité d'être orange à l'arrivée est : $\frac{1}{4}$
On note X la variable aléatoire égale au temps mis en minutes par le livreur pour arriver au domicile du client.
1-a) justifier que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{20; 20{,}5; 21; 21{,}5; 22\}$
(Ou pourra éventuellement s'aider d'un arbre des probabilités).
b) Justifier que $P(X = 20{,}5) = \frac{1}{4}$ et $P(X = 21) = \frac{5}{16}$
c) Déterminer la loi de probabilité de X.
2) Calculer l'espérance mathématique de X. interpréter ce résultat.
3) Le livreur part à 06H39 mn de la boulangerie
a) Calculer la probabilité qu'il arrive à 7 Heures précise chez le client.
b) Calculer la probabilité qu'il arrive en retard chez le client.
4) ***Pour cette question, on donnera l'arrondi d'ordre 3 de chaque résultat.***
a) Calculer la probabilité pour que le pain soit livré exactement trois fois à 7 heures précises pendant 10 jours.
b) Calculer la probabilité pour que le pain soit livré au moins une fois à 7 heures précises pendant 10 jours

PROBLEME

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x} & si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$
On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) (unité :2cm).

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)$.

1- a) Calculer la limite de g en $+\infty$
b) Démontrer que : $\forall\ x \in]0; +\infty[,\ g'(x) = \frac{2x(x+1)(1-x)}{(x^2+1)^2}$.
c) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation
2- a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0; +\infty[$ et que $1{,}98 < \alpha < 1{,}99$.
3- b) Justifier que $\forall\ x \in]0; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall\ x \in]\alpha; +\infty[,\ g(x) < 0$.

Partie B : Etude de la fonction f.

1- Montrer que la fonction f impaire.
2- a) Justifier que $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2} = 1$ et en déduire que f est dérivable en 0.
b) Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3- a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.
b) En déduire le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$,
c) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha + \frac{1}{\alpha}}$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2}près.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

d) En utilisant les propriétés de la parité de f, dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4- a) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point O.

b) Construire avec soin la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C})$.

Partie C : Etude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[-\alpha;\alpha]$ et (Γ) sa courbe dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

1- Montrer que h est une bijection de $[-\alpha;\alpha]$ sur un intervalle K à préciser.

2- Soit h^{-1} la réciproque de h et (Γ') sa représentation graphique.

a) Déterminer le plus petit intervalle sur lequel h^{-1} est dérivable.

b) Calculer $(h^{-1})'(0)$ et interpréter le résultat obtenu.

3- a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

c) Construire dans le même repère que $(\mathcal{C})$ la courbe (Γ'). Justifier votre construction.

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

EXERCICE 1 (3 POINTS)

On considère les fonctions f, $g$et h continues et définies sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ respectivement par : $f(x)=\frac{1}{Cos^2(x)}$; $g(x)=\frac{1}{Cos^4(x)}$ et $h(x)=\frac{Sin(x)}{Cos^3(x)}$.

1. Donner une primitive F de f sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.
   Prouver que pour tout x de $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $h'(x)=3g(x)-2f(x)$.
2. a. Exprimer $g(x)$ en fonction de $h'(x)$ et $f(x)$ puis en déduire une primitive de g sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.
   b. Trouver la primitive de g sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ qui admet $\frac{\pi}{6}$ comme racine.

EXERCICE 2 (6 POINTS)

Un jeu consiste à tirer au hasard, deux fois de suite, deux boules simultanément d'une urne qui contient six boules indiscernables au toucher dont quatre boules sont vertes et deux boules sont rouges.

On admet que ces boules tirées ne sont pas remises dans l'urne. Soit A, B, C et D les événements suivants :

A: « Tirer deux boules vertes au premier tirage. »

B : « Tirer deux boules rouges au premier tirage.»

C: « Tirer une boule verte et une boule rouge au premier tirage. »

D: « Tirer une boule verte et une boule rouge au second tirage. »

1. a. Calculer les probabilités des événements : A, B et C.

b. Calculer les probabilités des événements : « D sachant A » ; « D sachant B » et « D sachant C ».

c. En déduire les probabilités des événements : $A \cap D$, $B \cap D$ et $C \cap D$.(on pourra utiliser un arbre pondéré).

d. Calculer P(D).(la probabilité de l'événement D).

2. Pour participer au jeu, le joueur mise 500F CFA. S'il tire deux fois deux boules de même couleur, il gagne le double de sa mise ; sinon, il perd sa mise.

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

a. Démontrer que $\frac{1}{5}$ est la probabilité de gagner le double de la mise.

b. Donner la loi de probabilité de X.

c. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X et interpréter le résultat.

3. Quatre élèves du Lycée Moderne de Jeunes Filles de Yopougon ont joué chacune une partie de jeu.

Soit Y la somme des gains algébriques des quatre participantes.

a. Etablir que l'on est en présence d'un schéma de Bernoulli.

b. Donner la loi de probabilité de Y.

PROBLEME (11 POINTS)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$par: $g(x) = -2x^3 - 3x + 3$

1) Calculer les limites de g en$+\infty$ et en $-\infty$.
2) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3) a. Démontrer que$g$ est une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle K que l'on déterminera.
   b. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que : 0,7$< \alpha <$ 0,8.
4) Démontrer que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0 et \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$par : $f(x) = \frac{-4x^3+6x-3}{2x^2}$ et on désigne par $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 2cm)

1) Calculer les limites de f à gauche et à droite en 0 puis interpréter graphiquement ces résultats.
2) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3) a) Déterminer la dérivée de f et vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
   b) Déterminer le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
4) Démontrer que $f(\alpha) = -3\alpha + \frac{3}{2\alpha}$.
5) a) Déterminer les nombres réels $a, betc$ tels que :$\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = ax + \frac{bx+c}{2x^2}$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$et en $-\infty$.

c) Etudier les positions de $(\mathcal{C})$par rapport à (Δ).

6) Construire (Δ) et $(\mathcal{C})$. (on prendra : $\alpha = 0{,}7\ et f(\alpha) = -0{,}2$).

Partie C

Soit h la restriction de f à l'intervalle $]\alpha; +\infty[$.

1) Démontrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} . Préciser l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée de h^{-1}.

2) a) Calculer $h(1)$.

b) Justifier que h^{-1} est dérivable en $-\frac{1}{2}$ puis calculer $(h^{-1})'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

3) Construire $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ de h^{-1} dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 04 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

EXERCICE 1 (5 POINTS)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé$direct(0, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique : 2cm,
on considère les points A, $BetC$ d'affixes respectives $z_A = 1 - i$; $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ et $z_C = 2$.
Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre C et de rayon 2.

1. a. Vérifier que $B \in (\mathcal{C})$.
   b. Placer les points $AetC$. Construire le point B.
2. a. Ecrire z_A sous forme exponentielle.
   b. Ecrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique.
   c. Démontrer que $\frac{z_B}{z_A} = \left(1 + \sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$.
   d. En déduire la forme exponentielle de z_B.
   e. Déterminer alors la valeur exacte de $Sin\frac{\pi}{12}$.
3. Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points $M(z)$ du plan tel que : $|z| = |\bar{z} - 1 - i|$.
4. Pour tout point M du plan d'affixe$z \neq 2$, on associe le point M' d'affixe z' tel que :
   $z' = -3i\left(\frac{z-1+i}{z-2}\right)$.
   a. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points $M(z)$tel que z' soit réel.
   b. Démontrer que : $OM' = 3 \times \frac{AM}{CM}$.
   c. En déduire que lorsque M décrit la médiatrice de $[AC]$; le point M'décrit un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

EXERCICE 2 (4 POINTS)

Un glacier situé près de l'Ecole **WILLIAM PONTY** permettant aux élèves du dit collège de se désaltérer est ouvert entre $\boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{17h}$.

Il propose uniquement deux types de parfum de glace : **Malaga** et **Américain**.

Pour des raisons sociales, un élève n'achète qu'une seule glace.

$\boldsymbol{60\%}$ des clients viennent à l'heure de déjeuner entre $\boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{14h}$.

Parmi les élèves qui achètent une glace entre $\boldsymbol{14h}$ et $\boldsymbol{17h}$, $\boldsymbol{80\%}$ achète une glace de parfum Américain.

On note les évènements suivants :

D: « $le\ client\ vient$ à $l'heure\ du\ déjeuner\ entre\ \boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{14h}$ »

A: « $le\ client\ achète\ une\ glace\ de\ parfum\ Américain$ »

Une étude à montrer que la probabilité pour qu'un client achète une glace de parfum Américain est de $\boldsymbol{0,62}$.

$(on\ pourra\ s'aiderd'un\ arbre\ de\ probabilité\ dont\ on\ complètera\ au\ fur\ et$ à $mesure)$

1.a) Justifier que $P(A \cap D) = 0{,}3$

b) En déduire $P_D(A)$ et compléter l'arbre pondéré de probabilité correspondante à cette situation.

2) Cinq clients se présentent au glacier et passent leur commande de glace chacun indépendamment des autres.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de glace de parfum Américain que ces élèves achètent.

a) Préciser la loi de probabilité de X ainsi que ces paramètres.

b) Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de X.

c) Qu'elle est la probabilité que 3 exactement de ces élèves achètent des glaces de parfum Américain ?

PROBLEME (11 POINTS)

Partie A

Soit$g$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$par: $g(x) = x(1+lnx)^2 - 1$

5) On admettra que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et sa fonction dérivée est notée g'.

a) Calculer $g'(x)$ pour tout$x \in]0;+\infty[$.

b) Vérifier que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $g'(x) = (1+lnx)(3+lnx)$

c) Etudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de$x$ et en déduire le sens de variation de g.

d) Calculer les limites de g en 0 à droite et en$+\infty$.

6) Dresser le tableau de variation de g.

7) a) Calculer $g(1)$.

b) En déduire que : $\begin{cases} \forall x \in]0;1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1;+\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

Soit $f$la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x + \frac{1}{1+lnx} - 1\ six \in \left]0;\frac{1}{e}\right[\cup \left]\frac{1}{e};+\infty\right[\\ f(0) = -1 \end{cases}$ et $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le repère orthonormé (O,I,J) (unité graphique : 2cm)

1) a) Justifier que la fonction f est continue en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0 puis donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

2) a) Calculer ; et .

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.

c) Etudier les positions de $(\mathcal{C})$par rapport à (Δ).

d) Préciser l'autre asymptote à $(\mathcal{C})$.

3) a) Justifier que : $\forall x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[\cup \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+lnx)^2}$.

b) En déduire le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

4) Construire$(\mathcal{C})$ et (Δ).

Partie C

1) Calculer la dérivée de la fonction h définie sur $\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ par: $h(x) = ln(1 + lnx)$.

2) a) En déduire les primitives sur $\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ de la fonction $k: x \mapsto \frac{f(x)}{x}$.

b) Déterminer la primitive de k qui prend la valeur -1 en 1.

Partie D

Soit t la restriction de f à l'intervalle $\left]0;\frac{1}{e}\right[$.

4) Démontrer que t admet une bijection réciproque t^{-1} . Préciser l'ensemble de départ et l''ensemble d'arrivée de t^{-1}.

5) a) Calculer $t\left(\frac{1}{e^2}\right)$.

b) Justifier que t^{-1} est dérivable en $\left(\frac{1}{e^2}-2\right)$ puis calculer $(t^{-1})'\left(\frac{1}{e^2}-2\right)$.

6) Construire $(\mathcal{C}_{t^{-1}})$ de t^{-1} dans le même repère que $(\mathcal{C})$

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice

Pour les fêtes de **Nôel2015**, deux éleveurs $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ produisent une race de poisson d'ornement qui ne prennent leur couleur définitive qu'à l'âge de trois mois :

Pour les alevins de l'élevage $\boldsymbol{A}$, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, $\mathbf{10}\%$ n'ont pas survécu, $\mathbf{75}\%$ deviennent rouges et les $\mathbf{15}\%$ restant deviennent gris ;

Pour les alevins de l'élevage $\boldsymbol{B}$, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, $\mathbf{5}\%$ n'ont pas survécu, $\mathbf{65}\%$deviennent rouges et les $\mathbf{30}\%$ restant deviennent gris.

Une animalerie achète les alevins à l'âge de deux mois : $\mathbf{60}\%$ de l'élevage $\boldsymbol{A}$, $\mathbf{40}\%$ de l'élevage $\boldsymbol{B}$.

On considère les évènements suivants :

A : « l'alevin provient de l'élevage A »

B : « l'alevin provient de l'élevage B »

S : « l'alevin n'a pas survécu entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois »

R : « l'alevin devient rouge entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois »

G : « l'alevin devient gris entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois »

1) Un enfant achète un poisson le lendemain de son arrivée à l'animalerie, c'est-à-dire à l'âge de deux mois ;

a) Montrer que la probabilité pour que le poisson soit toujours vivant un moi plus tard est de $\mathbf{0,92}$.

b) Déterminer la probabilité qu'un mois plus tard le poisson soit rouge.

c) Sachant que le poisson est gris à l'âge de trois mois, quelle est la probabilité qu'il provienne de l'élevage $\boldsymbol{A}$

2) Une personne choisit au hasard de façon indépendante 5 alevins de deux mois. Quelle est la probabilité qu'un mois plus tard, seulement trois soient en vie ? on donnera une valeur approchée à $\boldsymbol{10^{-2}}$ près.

3) L'animalerie décide de garder les alevins jusqu'à l'âge de trois mois, afin qu'il soit vendus avec leur couleur définitive. Elle gagne $\boldsymbol{650FCFA}$ si le poisson est rouge, $\boldsymbol{325FCFA}$ s'il est gris et perd $\boldsymbol{250FCFA}$ s'il ne survit pas.

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique de l'animalerie par poisson acheté.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter.

PROBLEME

Soient les fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$ et $g(x) = -x^3 + 3x + 3$ et $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique $1cm$)

PARTIE A : Etude de g

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2.a) Calculer $g'(x)$ et montrer que $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$

b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3.a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]1; +\infty[$

b) Vérifier que $2{,}1 < \alpha < 2{,}11$

4) Montrer que $\forall x \in]-\infty; \alpha[,\ g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[,\ g(x) < 0$

PARTIE B : Etude de f

1. Démontrer que l'ensemble de définition D_f de f est $]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$
2. a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu ;

   c) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

3) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{-2xg(x)}{(x^2-1)^2}$

4.a) En utilisant la question 4) de la partie A. étudier le sens de variation de f.

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Démontrer que $f(\alpha) = 3\alpha$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2}près.

5.a) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels que $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2-1}$

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Etudier la position de $\mathcal{C}$ et (Δ)

6) Détermine le point d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axes des ordonnées.

7) Tracer $(\mathcal{C})$ après avoir tracé (Δ).

Partie C : Etude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha; +\infty]$ et (Γ) sa courbe dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

1- Montrer que h est une bijection de$[\alpha; +\infty]$ sur un intervalle K à préciser.

2- Soit h^{-1} la réciproque de h et (Γ') sa représentation graphique.

a) Déterminer le plus petit intervalle sur le quel h^{-1} est dérivable.

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}.

c) Calculer $h(3)$ et en déduire $(h^{-1})'\left(\frac{57}{8}\right)$

d) Représenter graphiquement (Γ')

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice : QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **cinq questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : f est la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+5}-3}{x^2-1}$

$\boldsymbol{A})$ f est continue en -1 $\boldsymbol{B})$ $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \frac{2}{3}$; $\boldsymbol{C})$ f est dérivable en -1.

Question 2 : On considère la fonction numérique u définie par : $\begin{cases} u(x) = x - \sqrt{x}, si\ x \in [0;1] \\ u(x) = (x-1)\sqrt{x^2-1}, si\ x \in [1;+\infty[\end{cases}$

$\boldsymbol{A})u$ est dérivable en 1 $\boldsymbol{B})u'_g(1) = \frac{1}{2}$ et $u'_d(1) = 0$ $\boldsymbol{C})u$ admet deux demi-tangentes verticalesen 1

Question 3 : On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$\boldsymbol{A})(T)y = -\frac{9}{4}x + \frac{56}{9}$ est la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse -2 $\boldsymbol{B})(\mathcal{D}) : x = 1$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$ ou en $+\infty$ $\boldsymbol{C})(T)y = -\frac{4}{9}x + \frac{56}{9}$ est la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 2

Question 4 : On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ admettant le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-2		1		7		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$				
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	5		$-\infty$	-1	2	

$\boldsymbol{A})$l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$ $\boldsymbol{B})f$ est une bijection de $]-2; 7[$ vers $]2; +\infty[$ $\boldsymbol{C})$l'équation $f(x) = 4$ admet deux solutions uniques sur $]-2; +\infty[$

Problème

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^3+3x^2+10x+5}{(x+1)^2}$, on désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormal $(O, I, J)(Unité\ 1cm)$.

1-a)Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

b)Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2-a) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{(x+1)^2}$

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$ et en $-\infty$

c) Etudier la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (Δ).

3) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x différent de -1 et montrer que $f'(x) = \frac{x(x-1)(x+4)}{(x+1)^3}$

4-a) Montrer que le signe de f' est celui consigné dans le tableau ci-dessous

x	-∞		-4		-1		0		1		+∞
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	0	−	0	+	

b) Etudier le sens de variation de f

c) En déduire le tableau de variation de f.

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β dans l'intervalle $]-1; 0[$

6-a) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]1; +\infty[$ vers un intervalle I à préciser.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]1; +\infty[$

c) Donner un encadrement de $\propto$ à 10^{-2} près.

7) On donne le tableau de valeurs suivant :

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	-8	-7,25	-6,5	-5,9	-5,7	-5,8	-6,25	-11		5	4,8	4,75	5	5,6	6,3	7	7,9	8,8	9,7	10,6

Tracer (Δ) ; la droite d'équation $x = -1$ et $(\mathcal{C})$

8) soit h la bijection de $]1; +\infty[$ sur I telle que $h(x) = f(x)$ et h^{-1} sa bijection réciproque. $(C_{h^{-1}})$ est la courbe représentative de la fonction h^{-1}

a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

b) Calculer $h(2)$ et en déduire $(h^{-1})'(5)$

c) Tracer $(C_{h^{-1}})$ sur la figure de la question 7)

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 01 heure

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+5}-3}{x^2-1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
2) Calculer la limite de la fonction f en 1.
3) f est elle prolongeable par continuité en 1 ? Si oui définir ce prolongement par continuité

Exercice 2

g est la fonction définie par $g(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.
2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3) Démontrer que la droite d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote oblique à la courbe représentative de g.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 3

Soit f une fonction dérivable sur son ensemble de définition dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0 $+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\frac{1}{4}$	↗	2	↘ $-\infty$ ↗ 4

En vous servant des données du tableau de variation de f :

1) Déterminer l'ensemble de définition de f notéDf.
2) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus
3) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]-\infty; 0[$ vers un intervalle J à préciser.

5 a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions dans l'intervalle $]0; +\infty[$
   b) Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-\infty; 0[$

6) Soit h la bijection de $]-\infty; 0[$ sur I telle que $h(x) = f(x)$ et h^{-1} sa bijection réciproque. $(C_{h^{-1}})$ est la courbe représentative de la fonction h^{-1}
   a) Donner le sens de variation de h^{-1}
   b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

NIVEAU : Tle D

CE : MATHEMATIQUES

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice

HERVE RENARD, le sélectionneur des éléphants de **CÔTE D'IVOIRE** a étudié les statistiques de tir au but (pénalty) de ses joueurs lors de la préparation de La coupe d'Afrique des Nations **Guinée Equatorial 2015**. Il a alors remarqué que sur une série de cinq tirs au but, un joueur pris au hasard dans son équipe marque

- 5 buts avec une probabilité de 0,2.
- 4 buts avec une probabilité de 0,5.
- 3 buts avec une probabilité de 0,3.

Chaque joueur à l'entrainement, tire 2 séries de 5 ballons. On admet que les résultats d'un joueur à chacune des 2 séries sont indépendants.

Soit X la variable aléatoire égal au nombre de tirs au but réussis par un joueur au cours d'un entrainement.

I.

1. Calculer la probabilité, pour un joueur pris au hasard, de réussir tous ses tirs au but lors d'un entrainement.
2. Quelles sont les valeurs prises par X ?
3. Établir la loi de probabilité de X. (***on pourra s'aider d'un arbre de choix***).
4. Calculer l'espérance mathématique de X.

II.

HERVE RENARD considère que le joueur a réussi l'épreuve des tirs au but lorsque $X \geq 8$. Montrer que la probabilité pour un joueur de réussir cette épreuve lors d'un entraînement est égale à 0,61.

III. Chaque joueur participe à 10 séances d'entrainement. On admet que les épreuves de tirs au but sont indépendantes les unes des autres. On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de succès d'un joueur à l'épreuve des tirs au but au cours de ses 10 entrainements, c'est à dire le nombre de fois où il a marqué au moins 8 buts.

Si au cours d'une séance d'entrainement, il ne marque pas au moins 8 buts, on dit qu'il y a eu un échec.

Les résultats seront donnés par défaut, avec 3 chiffres après la virgule.

Calculer pour un joueur :

1. La probabilité de n'avoir aucun échec lors des 10 séances.
2. La probabilité d'avoir exactement 6 succès.
3. La probabilité d'avoir au moins 1 succès.

IV. Calculer le nombre minimal d'entrainement auxquels doit participer un joueur pour que la probabilité d'avoir au moins un succès sont supérieure à 0,99.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

Au point m d'affixe $z = x + iy$, avec $z \neq -2 - i$, on associe le point M d'affixe $A = \frac{z-4-2i}{z+2+i}$

1) Exprimer les coordonnées X et Y de M à l'aide des coordonnées x et y de m.

2) Déterminer et représenter l'ensemble des points m du plan tels que :

a) A soit un réel.

b) A soit un imaginaire pur

c) $|A| = 1$

Problème

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 3 + \frac{1+2\ln x}{x}$

$(\mathcal{C})$sa courbe représentative dans un repère. (Unité 2 cm).

Partie A

On considère la fonction g définie sur$]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 1 - 2lnx$

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$;

2-a) Justifier que $\forall\, x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

b) En déduire le sens de variation de g, puis dresser son tableau de variation.

3) Justifier que $\forall\, x \in]0; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

1-a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2-a) Démontrer que pour tout $x > 0$; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation.

3-a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$d'équation $y = x - 3$ est asymptote à $(\mathcal{C})$en $+\infty$.

b) Préciser la position relative de$(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

c) Déterminer les coordonnées du point A de $(\mathcal{C})$en lequel la tangente est parrallèle à $(\mathcal{D})$.

4-a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1{,}7 < \alpha < 1{,}8$

Tracer $(\mathcal{D})$; (T) la tangente en A et construire $(\mathcal{C})$.

5-a) Démontrer que f est une bijection de $]0; +\infty[$ sur un intervalle K à préciser.

On note f^{-1}la bijection réciproque de f.

b) Calculer $f(1)$, en déduire $(f^{-1})'(-1)$;

c) Construire$(\mathcal{C}')$, la courbe de f^{-1}dans le même repère (O, I, J).

Partie C

Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + lnx + (lnx)^2$

1-a) Calculer $h'(x)$.

b) En déduire une primitive F de f

c) Montrer que $F(e) - F(1) = \frac{e^2-6e+7}{2}$

NIVEAU : Tle D

CE : Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

TANOH écrit les lettres de son nom sur 5 cartons et les mets dans une boîte. En suite, il tire successivement et sans remise de la boîte 3 cartons qu'il dispose devant lui de la gauche vers la droite. Il obtient un mot (ayant un sens ou non). Les cartons sont indiscernables au toucher.

1) Vérifier que l'on peut écrire 60 mots différents.
2) Parmi ces mots :
   a) Combien finissent par la lettre T ?

b) Combien ne comportent aucune voyelle ?
c) Combien commencent par une consonne ?
d) Combien comportent une seule voyelle ?
3) Démontrer que la probabilité d'obtenir un mot terminé par la lettre T est $0{,}2$.
4) Calculer la probabilité d'avoir au moins un mot comportant au moins une voyelle.
5) Calculer la probabilité d'avoir un mot comportant les lettres O et H.

Exercice 2

On donne la fonction f définie par : $\begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} \; si \; x \neq 0 \\ g(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$ et $(\mathcal{C}_g)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J)

1) Démontrer que l'ensemble de définition D_g de g est $\mathbb{R}$
2) Etudier la continuité de g en 0
3.a) Etudier la dérivabilité de g en 0
b) En déduire une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_g)$ au point d'abscisse 0.

Problème

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2+4x+3}$ et on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J) avec $OI = 2cm$ et $OJ = 10cm$

Partie A

On considère la fonction h définie sur $[0; +\infty[$ par $h(x) = x^3 + 3x^2 + x - 3$.

1) Calculer la limite de h en $+\infty$
2) Etudier les variations de h puis dresser son tableau de variation.
3.a) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α.
b) Vérifier que $\alpha \in]0; 1[$
c) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.
4) Démontrer que $\forall \; x \in [0; \alpha[, h(x) < 0$ et $\forall \; x \in]\alpha; +\infty[, h(x) > 0$.

Partie B

1) Démontrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet une tangente verticale au point d'abscisse0
2) Calculer la limite de f en $+\infty$ puis interpréter ce résultat
3.a) Démontrer que $\forall \; x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{-h(x)}{(x^2+4x+3)^2\sqrt{x^2+2x}}$
b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
4) Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère. On prendra $\alpha = 0{,}7$

Partie C : Etude d'une bijection

Soit k la restriction de f à l'intervalle $[1; +\infty[$ et (Γ) sa courbe dans le même repère que$(\mathcal{C}_f)$.

3- Montrer que k est une bijection de$[1; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser.
4- Soit k^{-1} la réciproque de k et (Γ') sa représentation graphique.
a) Dresser le tableau de variation de k^{-1}.
b) Calculer $k(2)$ puis en déduire $(k^{-1})'\left(\frac{2\sqrt{2}}{15}\right)$
c) Représenter graphiquement (Γ')

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Classe : $2^{nde}C_3$

Prof : SANOE Jr Christopher

Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Durée : 01 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des propositions ci-dessous, mettre une croix dans la case qui convient :

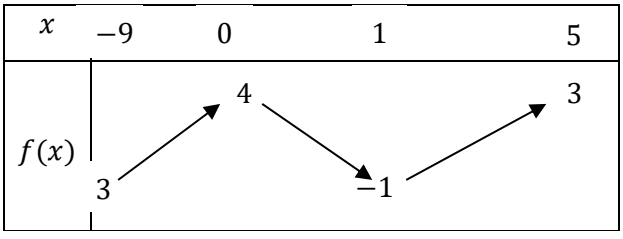
PROPOSITIONS	VRAI	FAUX
Par deux points, il passe un plan et un seul		
Par trois points, il passe un plan et un seul		
Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite détermine un plan		
Deux droites sécantes déterminent un plan		
Deux droites parallèles déterminent un plan		
L'intersection de deux plans est une droite.		
Lorsque deux droites sont parallèles une droite sécante à l'une est sécante à l'autre.		
Lorsque deux droites de l'espace n'ont aucun point commun, elles sont parallèles.		
Si (D) est une droite dans un plan (P) alors toute droite parallèle à (P) est parallèle à (D)		

Exercice 2

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-9; 5]$

1) Lire $f(-9)$; $f(0)$;$f(1)$ et $f(5)$
2) Quel est l'antécédent de : 4; -1
3) Préciser les variations de f sur chacun des intervalles $[-9; 0]$;$[0; 1]$ et $[1; 5]$
4) Quelle est l'image directe de : $[0; 1]$; $[1; 5]$
5) Comparer les nombres suivants : $f(-5)$ et $f(-3)f(0{,}3)$ et $f(0{,}7)$
6) Préciser le minimum et le maximum de f sur $[-9; 5]$

En déduire un encadrement de $f(x)$ sur $[-9; 5]$



Exercice 3

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 3x^3 - 14x^2 - 7x + 10$

6) Vérifier que $P(5) = 0$
7) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-5)(ax^2 + bx + c)$
8) Factorise le polynôme $Q(x) = 3x^2 + x - 2$
9) Déterminer toutes les racines de P.
10) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher

Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

On donnele polynôme $P(x) = (x^4 - 1)(x^2 - 2x)$

1) Vérifier que -1 et 2 sont les racines de $P(x)$.
2) Déterminer toutes les racines de $P(x)$.

Exercice 2

1) On donne les deux polynôme suivants : $f(x) = (2x^2 - 3)^2$ et $g(x) = (2x^2 + 3)^2$

Déterminer et ordonner suivant les puissances décroissantes de x, $f(x) + g(x)$ et $f(x) - g(x)$.

2) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x, les polynômes ci-dessous :

$a)\ A(x) = 4x^3 + 5x^2 - 7 - (3x^3 + x^2 + 5x - 1)$; $b)\ B(y) = \sqrt{2}y(2y + 1)(y - 2)$

Exercice 3

a, b et c sont des nombres réels. Deux polynômes sont définis de la façon suivante :

$f(x) = ax^2 + 3x + b$ et $g(x) = x^2 + bx + a + c$

Déterminer les réels a, b et c sachant que $f(x) + g(x) = 0$

Exercice 4

Justifier que : $(x^2 + 2)^2 - 4x^2 = x^4 + 4$

En déduire une écriture de $x^4 + 4$ sous la forme d'un produit de deux polynômes de degré 2

Exercice 5

L'unité de longueur est le centimètre .

Un rectangle a un périmètre constant égal à 40. On note x sa longueur et h sa largeur. On se propose de trouver ses dimensions lorsqu'il a une aire maximale.

1) Exprimer sa largeur h en fonction de x.
2) Justifier que l'aire est égale à $A(x) = -(x - 10)^2 + 100$
3) Démontrer que pour x égale à 10 l'aire est maximale.

Exercice 6

PARTIE A

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 3x^3 - 14x^2 - 7x + 10$

11) Vérifier que $P(5) = 0$
12) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x - 5)(ax^2 + bx + c)$
13) Factorise le polynôme $Q(x) = 3x^2 + x - 2$
14) Déterminer toutes les racines de P.
15) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B

On considère la fraction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{x-2}$

1) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
2) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels que pour tout x élément de D_f

$$f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 2}$$

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Soit (D) la droite d'équation : $2x + y - 1 = 0$ et A un point du plan.

Notons H le projeté orthogonal de A sur (D), par définition, la distance de A à (D) est AH.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

1) Si A appartient à (D), quelle est la distance de A à (D) ?
2) On suppose maintenant que A a pour coordonnées $(1;-2)$.
a) Vérifier que A n'appartient pas à (D)
b) Déterminer une équation de la droite passant par A et perpendiculaire à (D)
c) Déterminer les coordonnées du point H.
d) Calculer la distance de A à (D).

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 2

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x < y$

Notons : $a = \frac{x+y}{2}$; $g = \sqrt{xy}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

1) Démontrer que : $x < h$ et $a < y$
2) Démontrer que : $g < a$
3) Démontrer que $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$.
4) Ranger dans l'ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h.

Exercice 3

x, y et z sont trois nombres réels.

1) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$
2) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice 5

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \sqrt{x-1} + 2$$

1) Déterminer son ensemble de définition.
2) Démontrer que la fonction f admet 2 comme minimum sur son ensemble de définition.

Exercice 6

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$. $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f.

1) Parmi les points suivants, indiquer ceux qui appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A\binom{2}{2}$; $B\binom{3}{1}$; $C\binom{0}{-1}$; $D\binom{-2}{2}$
2) Déterminer l'ordonnée du point de $(\mathcal{C})$dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$, dont l'abscisse est $-\frac{3}{4}$.

Exercice 7

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$a)\ f: \mapsto \sqrt{x} + 3\ ;\ b)\ g: \mapsto \sqrt{x+3}\ ;\ c)\ h: \mapsto \frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}\ ;\ d)\ k: \mapsto \frac{3x+2}{x^2-4} + \sqrt{x+5}$$

Exercice 1

Simplifier chacune des expressions ci-dessous :

$A = \sqrt{1{,}44} - \sqrt{0{,}16} - \sqrt{0{,}64}$; $B = \frac{5+\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}-\frac{1}{4}} + \frac{4}{9} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $C = \frac{\left(2a^2b^{-3}\right)^3}{(-a)^4 \times (-b)^3}$; $D = \frac{\left(0{,}007 \times 10^{-4}\right)^3}{140 \times 10^8}$;

$E = \frac{a-\frac{a-b}{1+ab}}{1+\frac{a(a-b)}{1+ab}}$; $F = \sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$; $G = \left|1-\sqrt{3}\right| - \left|5-\sqrt{12}\right| - 3\left|\sqrt{27} - 4\sqrt{3}\right|$;

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$H = \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^{13}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^{11}$; $I = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Exercice 2

x, y et z sont trois nombres réels.

3) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$
4) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice 3

Démontrer que pour tout nombre réel a, on a : $|3a - 5| \leq |2a + 1| + |a - 6|$

Exercice 4

Comparer

$\sqrt{7} - \sqrt{2}$ et $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$; $1 - \sqrt{2}$ et $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$; $\frac{23}{99}$ et $\frac{231}{990}$; $\frac{99}{23}$ et $\frac{990}{231}$; 3^{11} et 9^5 ; $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$; $\sqrt{13} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{14} + \sqrt{7}$; $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

Exercice 5

Résoudre algébriquement et graphiquement dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :

$|x - 3| = 5$; $|2x + 3| = 1$; $|x + 3| = 0$; $|x - 11| = -7$; $|x - 3| \leq 5$; $|x + 2| < 1$; $|x - 3| \leq 0$; $\left|x + \frac{1}{4}\right| \leq \frac{1}{2}$; $|x - 2{,}5| < 0$; $\left|x + \frac{5}{6}\right| \leq -\frac{2}{3}$

Exercice 6

Traduire en termes d'intervalles, d'encadrements ou de valeur absolue : $a)\ 4 \leq x \leq 7$; $b)\ x \in [2; 5]$; $c)\ |x + 1| \leq 5$

Exercice 7

Soient a et b deux nombres réels de $]0; 1[$

1) Quel est le signe de $(1 - a)(1 - b)$?
2) Comparer $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ et $1 + \frac{1}{ab}$

Exercice 8

x et $y$sont deux nombres réels strictement positifs. Démontrer les inégalités suivantes :

$a)\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$; $b)$ si $x < y$ alors $x < \sqrt{xy} < y$; $c) \frac{1}{x+y} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; $d)\ \sqrt{x + y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Exercice 9

Démontrer que pour $a > b \geq 0$. $a)\ \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$; $b)\ \left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2 = 2(a + b)$

Exercice 10

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x < y$.On pose : $a = \frac{x+y}{2}$; $b = \sqrt{xy}$ et $c = \frac{2xy}{x+y}$

1.a) Calculer $a^2 - b^2$ en fonction de x et y.
b) En déduire que $a > b$
2.a) Démontrer que $ac = b^2$
b) En déduire que $b > c$
3) Ranger dans l'ordre croissant les nombres $a; b$ et c.

Exercice 11

Une valeur approchée de π est $3{,}14159265358979323846264338$

1) Donne un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 4 du nombre π.
2) Donner l'approximation décimale d'ordre 3 par excès de π.
3) Donner les arrondis d'ordre 2, d'ordre 3, d'ordre 4 et d'ordre 5 de π.
4) Donner un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 du nombre $3 - \pi$

Exercice 12

Sachant que $a = 0{,}0012; b = 0{,}0005; c = 0{,}006; d = 0{,}003; e = 000001$ et $R = \frac{a^3 b^2 d^2}{c^4 e^3}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Ecrire R sous la forme $a.10^n$ où $a \in \mathbb{N}$ et $n \in \mathbb{N}$.

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher
Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

Simplifier chacune des expressions ci-dessous :

$A = \frac{5+\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}-\frac{1}{4}} + \frac{4}{9} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $B = \frac{(2a^2b^{-3})^3}{(-a)^4\times(-b)^3}$; $C = \frac{(0{,}007\times10^{-4})^3}{140\times10^8}$;

$D = \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$; $E = |1-\sqrt{3}| - |5-\sqrt{12}| - 3|\sqrt{27}-4\sqrt{3}|$

Exercice 2 : QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **dix questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : si $ABCD$ est un parallélogramme, alors

$\boldsymbol{A})\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ $\boldsymbol{B})\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$; $\boldsymbol{C})\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Question 2 : si $\vec{u} = k\vec{v}$, alors la norme du vecteur $\vec{u}$ est :

$\boldsymbol{A})\|k\|\|\vec{u}\|$ $\boldsymbol{B})\ |k|\|\vec{u}\|$ $\boldsymbol{C})k\|\vec{u}\|$

Question 3 : si $A\binom{5}{-1}$, $B\binom{2}{3}$ et $C\binom{0}{2}$, alors les coordonnées du vecteur $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ sont :

$\boldsymbol{A})\binom{-8}{7}$ $\boldsymbol{B})\ \binom{-8}{1}$ $\boldsymbol{C})\binom{7}{-8}$

Question 4 : si $\vec{u}\binom{2}{3}$ et $\vec{v}\binom{-1}{4}$ alors

$\boldsymbol{A})$ dét $(\vec{u},\vec{v}) = 5$; $\boldsymbol{B})$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment une base de $\mathcal{V}$ $\boldsymbol{C})\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Question 5: dans le triangle ABC le point de concours des hauteurs est :

$\boldsymbol{A})$ le centre d'inertie ; $\boldsymbol{B})$ l'orthocentre ; $\boldsymbol{C})$ le centre de gravité

Question 6 : les solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R}$, $|2-x| = 3$ sont :

$\boldsymbol{A})-5$ et 1 ; $\boldsymbol{B})$ 5 et -1 ; $\boldsymbol{C})-5$ et 3

Question 7 : l'ensemble des solutions de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $|-2x-2| \leq 7$ est :

$\boldsymbol{A})[-5;9]$; $\boldsymbol{B})\ \vec{u}\left[-\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right]$; $\boldsymbol{C})\left[-\frac{9}{2};\frac{5}{2}\right]$

Question 8 : Si $E = \left\{1;\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{1}{7}\right\}$, alors

$\boldsymbol{A})E$ n'admet pas de minimum ; $\boldsymbol{B})$ 1 est le maximum de E ; $\boldsymbol{C})E$ n'est pas minoré

Question 9: si $F = \left[-\frac{9}{2};\frac{5}{2}\right] \cap \mathbb{Z}$, alors

$\boldsymbol{A})2$ est le maximum de F ; $\boldsymbol{B})-3{,}5$ est le minimum de F ; $\boldsymbol{C})F$ n'est pas minoré

Question 10 : on donne l'ensemble $A = \left\{\frac{1-3n}{n}; n \in \mathbb{N}^*\right\}$

$\boldsymbol{A})-2$ est le maximum de A ; $\boldsymbol{B})$ A admet un minimum ; $\boldsymbol{C})2$ appartient à A

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 3

Le plan est muni du repère (O,I,J). On done les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{3\imath} - 4\vec{\jmath}$.

1) Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?
3) Soit $\vec{a}\binom{3}{2}$, $\vec{b}\binom{1}{-2}$ dans $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?

NIVEAU : 1ère D

Prof : SANOE Jr Christopher

Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

On donne les fonctions f et g, de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $f(x) = \frac{x-1}{2x-1}$ et $g(x) = \frac{x+3}{2x+1}$.

On désigne par $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les représentations graphiques de f et g dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Déterminer les ensembles de définitions $\mathcal{D}_f$, $\mathcal{D}_g$ et $\mathcal{D}_{f-g}$ des fonctions f , g et $f-g$.

1-a) Etudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

b) Comparer les fonctions f et g sur chacun des intervalles $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ et $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

2-a) Déterminer les ensemble de définitions des fonctions $f+g; fg$ et $\frac{f}{g}$

b) Déterminer les fonctions $f+g; fg$ et $\frac{f}{g}$

3-a) Déterminer les ensemble de définitions des fonctions fog et gof.

b) Déterminer les fonctions fog et gof

4) Justifier que f est une bijection de $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ vers $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 2

Partie A

1) Le plan est muni du repère orthonormé direct (O,I,J). Soit A l'image du nombre réel $\frac{16\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique. Quelle est la longueur de l'arc $\widehat{IA}$?
2) On considère les angles orientés $\frac{15\pi}{8}$; $-\frac{253\pi}{12}$; 2015π et $\frac{904\pi}{3}$.

a) Donner quatre autres mesures de chacun de ces angles orientés, dont la mesure principale.

b) Placer sur le cercle trigonométrique les points $M\left(\frac{15\pi}{8}\right)$; $N\left(-\frac{253\pi}{12}\right)$; $P(2015\pi)$ et $Q\left(\frac{904\pi}{3}\right)$.

Partie B

Soit un nombre réel α tel que : $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A tel que : $\text{Mes}\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) = 2\alpha$.

H et I sont les pieds des hauteurs issues respectivement de A et B.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On pose :$a = AB$
Démontrer que : $BC = 2asin\alpha$
Démontrer que : $BI = BCcos\alpha$
Démontrer que : $BI = asin2\alpha$
En déduire que : $sin2\alpha = 2sin\alpha cos\alpha$

NIVEAU : Tle D

Prof : SANOE Jr Christopher
Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1 : QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **cinq questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : f est la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+5}-3}{x^2-1}$

$\boldsymbol{A})$ f est continue en -1 $\boldsymbol{B})$ $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \frac{2}{3}$; $\boldsymbol{C})$ f est dérivable en -1.

Question 2 : On considère la fonction numérique u définie par : $\begin{cases} u(x) = x - \sqrt{x}, si\ x \in [0;1] \\ u(x) = (x-1)\sqrt{x^2-1}, si\ x \in [1;+\infty[\end{cases}$

$\boldsymbol{A})u$ est dérivable en 1 $\boldsymbol{B})u'_g(1) = \frac{1}{2}$ et $u'_d(1) = 0$ $\boldsymbol{C})u$ admet deux demi-tangentes verticalesen 1

Question 3 : On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$

$\boldsymbol{A})(T) y = -\frac{9}{4}x + \frac{56}{9}$ est la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse -2 $\boldsymbol{B})(\mathcal{D}) : x = 1$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$ ou en $+\infty$ $\boldsymbol{C})(T) y = -\frac{4}{9}x + \frac{56}{9}$ est la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 2

Question 4 : On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ admettant le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-2		1		7		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$				
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	5		$-\infty$	-1	2	

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

A)l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$***B***)f est une bijection de $]-2; 7[$vers $]2; +\infty[$***C***)l'équation $f(x) = 4$ admet deux solutions uniques sur $]-2; +\infty[$

Problème

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^3+3x^2+10x+5}{(x+1)^2}$, on désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormal $(O, I, J)(Unité\ 1cm)$.

1-a)Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

b)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2-a) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{(x+1)^2}$

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$ et en $-\infty$

c) Etudier la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (Δ).

3) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x différent de -1 et montrer que $f'(x) = \frac{x(x-1)(x+4)}{(x+1)^3}$

4-a) Montrer que le signe de f' est celui consigné dans le tableau ci-dessous

x	-∞		-4		-1		0		1		+∞
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	0	−	0	+	

b) Etudier le sens de variation de f

c) En déduire le tableau de variation de f.

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β dans l'intervalle $]-1; 0[$

6-a) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]1; +\infty[$ vers un intervalle I à préciser.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]1; +\infty[$

c) Donner un encadrement de $\propto$ à 10^{-2} près.

7) On donne le tableau de valeurs suivant :

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	-8	-7,25	-6,5	-5,9	-5,7	-5,8	-6,25	-11		5	4,8	4,75	5	5,6	6,3	7	7,9	8,8	9,7	10,6

Tracer (Δ) ; la droite d'équation $x = -1$ et $(\mathcal{C})$

8) soit h la bijection de $]1; +\infty[$ sur I telle que $h(x) = f(x)$ et h^{-1} sa bijection réciproque. $(C_{h^{-1}})$ est la courbe représentative de la fonction h^{-1}

a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

b) Calculer $h(2)$ et en déduire $(h^{-1})'(5)$

c) Tracer $(C_{h^{-1}})$ sur la figure de la question 7)

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Classe : TD
Prof : SANOE Jr. Christopher
Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 01h00

Exercice 1

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+5}-3}{x^2-1}$

4) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
5) Calculer la limite de la fonction f en 1.
6) f est elle prolongeable par continuité en 1 ? Si oui définir ce prolongement par continuité

Exercice 2

g est la fonction définie par $g(x) = x - \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

4) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.
5) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
6) Démontrer que la droite d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote oblique à la courbe représentative de g.

Exercice 3

Soit f une fonction dérivable sur son ensemble de définition dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0 $+$
	$-\frac{1}{4}$	↗	2	↘	4 ↗

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$f(x)$	$-\infty \quad -\infty \quad -1$

En vous servant des données du tableau de variation de f :

4) Déterminer l'ensemble de définition de f notéDf.
5) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus
6) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]-\infty; 0[$ vers un intervalle J à préciser.
5 a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions dans l'intervalle $]0; +\infty[$
   b) Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-\infty; 0[$
6) Soit h la bijection de $]-\infty; 0[$ sur I telle que $h(x) = f(x)$ et h^{-1} sa bijection réciproque. $(C_{h^{-1}})$ est la courbe représentative de la fonction h^{-1}
   a) Donner le sens de variation de h^{-1}
   b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

Classe : TD
Prof : SANOE Jr. Christopher
Email : christophersanoe@gmail.com

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 01h00

Exercice 1

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
2) Calculer la limite de la fonction f en 2.
3) f est elle prolongeable par continuité en 2 ? Si oui définir ce prolongement par continuité

Exercice 2

g est la fonction définie par $g(x) = x + 2 - \sqrt{x^2+1}$

7) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.
8) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
9) Démontrer que la droite d'équation $y = 2x + 2$ est asymptote oblique à la courbe représentative de g.

Exercice 3

Soit f une fonction dérivable sur son ensemble de définition dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty \quad -2 \quad 7 \quad 11 \quad +\infty$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$f'(x)$	$+\ -\ +\ -$	0	0		
$f(x)$	$-\frac{2}{3}$ ↗	3 ↘	-4 ↗	$+\infty$ |	$+\infty$ ↘ 5

En vous servant des données du tableau de variation de f :

4) Déterminer l'ensemble de définition de f notéDf.

5) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 11\\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 11\\ >}} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus

6) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]-\infty;-2[$ vers un intervalle J à préciser.

5 a) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet trois solutions dans l'intervalle $]-\infty;11[$

b) Montrer que l'équation $f(x)=6$ admet une solution unique dans l'intervalle $]11;+\infty[$

6) Soit h la bijection de $]11;+\infty[$ sur I telle que $h(x)=f(x)$ et h^{-1} sa bijection réciproque. $(C_{h^{-1}})$ est la courbe représentative de la fonction h^{-1}

a) Donner le sens de variation de h^{-1}

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

NIVEAU : 2nd C

CE : Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 01h

Exercice 1 : QCM

Une bonne réponse entraine une bonification, une mauvaise réponse entraine un retrait de points et aucune réponse n'ajoute ou ne retire des points. Un total négatif est ramené à 0.

Pour chacune des **cinq questions de ce QCM**, **une seule des trois propositions est exacte**.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. **Aucune justification n'est demandée.**

Question 1 : le plan vectoriel $\mathcal{V}$ est muni d'une base $(\vec{i},\vec{j})$. Soit les vecteurs $u\binom{2}{1}$, $v\binom{3}{2}$.

A) les vecteurs u et v sont colinéaires ***B***)$Adét(\vec{u},\vec{v})=-1$; ***C***)$i\binom{2}{-1}$ et $v\binom{-3}{2}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$.

Question 2 : soit ABC un triangle isocèle en A tel que l'angle $\hat{A}$ mesure $30°$. sachant que le rayon de son cercle circonscrit est égal à 1. On pose : $a=BC$, $b=AC$, $c=AB$ et $\mathcal{A}$ est l'aire du triangle ABC.

$$\boldsymbol{A})a=1{,}93\ \boldsymbol{B})\mathcal{A}=0{,}933\ \boldsymbol{C})b=1$$

Question 3 : soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$tel que : $sinx=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

$$\boldsymbol{A})cosx = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \quad \boldsymbol{B})tanx = 2-\sqrt{3} \quad \boldsymbol{C})cosx = \frac{\pi}{12}$$

Question 4 : soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $mes(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{5\pi}{6}$

$\boldsymbol{A})\vec{u}.\vec{v} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ $\boldsymbol{B})\vec{u}.\vec{v} = \frac{\sqrt{15}}{2}$ $\boldsymbol{C})\vec{u}.\vec{v} = \frac{-3\sqrt{5}}{2}$.

Question 5 : sur un cercle de centre O et de rayon $\frac{\pi}{2}\ cm$, l'arc $\widehat{AB}$ a pour longueur $\frac{3\pi}{2}cm$. Une valeur approchée de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AOB}$ est :

$\boldsymbol{A})3$ $\boldsymbol{B})171{,}97$ $\boldsymbol{C})\ 3\pi$.

Exercice 1

PARTIE A

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 3x^3 - 14x^2 - 7x + 10$

16) Vérifier que $P(5) = 0$
17) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-5)(ax^2+bx+c)$
18) Factorise le polynôme $Q(x) = 3x^2 + x - 2$
19) Déterminer toutes les racines de P.
20) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B

On considère la fraction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{x-2}$

3) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
4) Déterminer quatre nombres réels a, b, c et d tels que pour tout x élément de D_f

$$f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x-2}$$

NIVEAU : 2nd C

CE : Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Durée : 02h

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice 1

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 3x^3 - 14x^2 - 7x + 10$

21) Vérifier que $P(5) = 0$
22) Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-5)(ax^2+bx+c)$
23) Factorise le polynôme $Q(x) = 3x^2 + x - 2$
24) Déterminer toutes les racines de P.
25) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

Exercice 2

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

1) Répondre par vrai (V) ou faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

Un élément de l'ensemble de départ d'une fonction peut avoir plusieurs images dans l'ensemble d'arrivée	
Chaque élément de l'ensemble de définition d'une fonction a une image unique	
Un élément de l'ensemble image d'une fonction peut avoir plusieurs antécédents dans l'ensemble de départ	
Si f est une fonction d'ensemble de définition $D_f = [-3; 5]$, alors l'on peut calculer $f(-1)$	
Si g est une fonction décroissante, on a : $g(2) \geq g(-2)$	
Le point $A(-2; 4)$ étant un point de la représentation graphique d'une fonction f, on a $f(-2) = 4$	
Si h est une fonction croissante sur $[-9; 12]$alors $h(-9)$ est le maximum de h sur $[-9; 12]$	
Une droite parallèle à l'axe (OJ) peut couper la courbe représentative d'une fonction en plusieurs points.	
Si 5 est le minimum d'une fonction g sur $[-10; 10]$ alors $5 \leq g(x)$	
La fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$ admet 3 comme minimum sur son D_f	

2) soit $f$la fonction définie par : $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

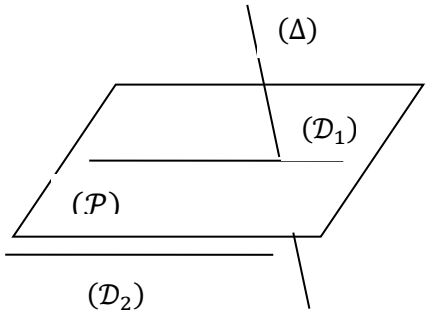
b) Vérifier que, si $si\ u \in D_f$ et $v \in D_f$: $f(u) - f(v) = \frac{-2(u-v)}{(u-1)(v-1)}$

c) En déduire que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$

Exercice 3

Dans la figure ci-contre, les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont parallèles.

1) Justifier que les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ définissent un plan.
2) Justifier que la droite $(\mathcal{D}_1)$ et le point C définissent un plan $(\mathcal{Q})$
3) Quelle est l'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$? justifie ta réponse.
4) Quelle est la position relative de $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{P})$



Exercice 4

Un triangle ABC est tel que : $BC = 4$, $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ACB} = 30°$.
Calculer le périmètre de ce triangle, son aire et le rayon de son cercle circonscrit. O étant le centre de ce cercle, calculer mes$\widehat{BOC}$.

Un glacier situé près du Collège **LOUIS LAGRANGE** permettant aux élèves du dit collège de se désaltérer est ouvert entre $\boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{17h}$.
Il propose uniquement deux types de parfum de glace : **Malaga** et **Américain**.
Pour des raisons sociales, un élève n'achète qu'une seule glace.
$\boldsymbol{60}\%$ des clients viennent à l'heure de déjeuner entre $\boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{14h}$.
Parmi les élèves qui achètent une glace entre $\boldsymbol{14h}$ et $\boldsymbol{17h}$, $\boldsymbol{80}\%$ achète une glace de parfum Américain.
On note les évènements suivants :
D: « $le\ client\ vient$ à $l'heure\ du\ déjeuner\ entre\ \boldsymbol{12h}$ et $\boldsymbol{14h}$ »
A: « $le\ client\ achète\ une\ glace\ de\ parfum\ Américain$ »
Une étude à montrer que la probabilité pour qu'un client achète une glace de parfum Américain est de $\boldsymbol{0,62}$.

$(on\ pourra\ s'aiderd'un\ arbre\ de\ probabilité\ dont\ on\ complètera\ au\ fur\ et\ à\ mesure)$

1.a) Justifier que $P(A \cap D) = 0{,}3$

b) En déduire $P_D(A)$ et compléter l'arbre pondéré de probabilité correspondante à cette situation.

2) Cinq clients se présentent au glacier et passent leur commande de glace chacun indépendamment des autres.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de glace de parfum Américain que ces élèves achètent.

d) Préciser la loi de probabilité de X ainsi que ces paramètres.

e) Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de X.

f) Qu'elle est la probabilité que 3 exactement de ces élèves achètent des glaces de parfum Américain ?

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

Au point m d'affixe $z = x + iy$, avec $z \neq -2 - i$, on associe le point M d'affixe $A = \frac{z-4-2i}{z+2+i}$

1) Exprimer les coordonnées X et Y de M à l'aide des coordonnées x et y de m.

2) Déterminer et représenter l'ensemble des points m du plan tels que :

a) A soit un réel.

b) A soit un imaginaire pur

c) $|A| = 1$

Problème

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$;$\vec{j}$) (unités graphiques $2cm$ sur l'axe des abscisses et $5cm$ sur l'axe des ordonnées).

PARTIE A : Etude de fonctions auxiliaires

3- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = xe^x + 1$.
Etudier le sens de variation de h et démontrer que $h(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

4- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 2 - e^x$

e) Déterminer les limites de g en$-\infty$ et en $+\infty$

f) Etudier le sens de variation de g et dresser le tableau des variations de g

g) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$. On notera α et β ces solutions avec $\alpha > \beta$. Prouver que $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$.

h) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B : Etude de la fonction f et tracé de la courbe $(\mathcal{C})$

13- Déterminer les limites de f en$-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats trouvés.

14- a)Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$

b)En déduire le sens de variation de la fonction f et dresser le tableau des variations de f.

15- a) Etablir que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

b) En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A2), déterminer un encadrement de $f(\alpha)$d'amplitude 10^{-2}.

16- Etablir une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

17- a) Etablir que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ avec $u(x) = -xe^x - e^x - 1$

f) Etudier le sens de variation de la fonction u. En déduire le signe de $u(x)$.

g) Déduire des questions précédentes la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T).

18- Tracer $(\mathcal{C})$et (T).

On pourra admettre que $-1{,}85 < \beta < -1{,}84$ *et* $-1{,}19 < f(\beta) < -1{,}18$

PARTIE C :

1- a) Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x+xe^x}{xe^x+1} - 1$

b) En déduire une fonction primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

2) $F(1) - F(0) = \ln(e+1) - 1$

NIVEAU : 2nde C
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

x, y et z sont trois nombres réels.

5) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$

6) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 2

f est la fonction définie par $f(x)=\frac{3x}{x^2-1}$. $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f.

3) Parmi les points suivants, indiquer ceux qui appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A\binom{2}{2}$; $B\binom{3}{1}$; $C\binom{0}{-1}$; $D\binom{-2}{2}$

4) Déterminer l'ordonnée du point de $(\mathcal{C})$dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$, dont l'abscisse est $-\frac{3}{4}$.

Exercice 3

On donnele polynôme $P(x)=(x^4-1)(x^2-2x)$

3) Vérifier que -1 et 2 sont les racines de $P(x)$.
4) Déterminer toutes les racines de $P(x)$.

Exercice 4

3) On donne les deux polynôme suivants : $f(x)=(2x^2-3)^2$ et $g(x)=(2x^2+3)^2$

Déterminer et ordonner suivant les puissances décroissantes de x, $f(x)+g(x)$ et $f(x)-g(x)$.

4) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x, les polynômes ci-dessous :

$a)\ A(x)=4x^3+5x^2-7-(3x^3+x^2+5x-1)$; $b)\ B(y)=\sqrt{2}y(2y+1)(y-2)$

Exercice 5

a, b et c sont des nombres réels. Deux polynômes sont définis de la façon suivante :

$f(x)=ax^2+3x+b$ et $g(x)=x^2+bx+a+c$

Déterminer les réels a, b et c sachant que $f(x)+g(x)=0$

Exercice 6

Justifier que : $(x^2+2)^2-4x^2=x^4+4$

En déduire une écriture de x^4+4 sous la forme d'un produit de deux polynômes de degré 2

Exercice 7

L'unité de longueur est le centimètre .

Un rectangle a un périmètre constant égal à 40. On note x sa longueur et h sa largeur. On se propose de trouver ses dimensions lorsqu'il a une aire maximale.

4) Exprimer sa largeur h en fonction de x.
5) Justifier que l'aire est égale à $A(x)=-(x-10)^2+100$
6) Démontrer que pour x égale à 10 l'aire est maximale.

Exercice 8

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f:\mapsto\sqrt{x}+3$; $b)\ g:\mapsto\sqrt{x+3}$; $c)\ h:\mapsto\frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k:\mapsto\frac{3x+2}{x^2-4}+\sqrt{x+5}$;

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Soit (D) la droite d'équation : $2x+y-1=0$ et A un point du plan.

Notons H le projeté orthogonal de A sur (D), par définition, la distance de A à (D) est AH.

3) Si A appartient à (D), quelle est la distance de A à (D) ?
4) On suppose maintenant que A a pour coordonnées $(1;-2)$.
e) Vérifier que A n'appartient pas à (D)
f) Déterminer une équation de la droite passant par A et perpendiculaire à (D)
g) Déterminer les coordonnées du point H.
h) Calculer la distance de A à (D).

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 2

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x<y$

Notons : $a = \frac{x+y}{2}$; $g = \sqrt{xy}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

5) Démontrer que : $x < h$ et $a < y$
6) Démontrer que : $g < a$
7) Démontrer que $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$.
8) Ranger dans l'ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h.

Exercice 3

x, y et z sont trois nombres réels.

7) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$
8) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice 5

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \sqrt{x-1} + 2$$

3) Déterminer son ensemble de définition.
4) Démontrer que la fonction f admet 2 comme minimum sur son ensemble de définition.

Exercice 6

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$. $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f.

5) Parmi les points suivants, indiquer ceux qui appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A\binom{2}{2}$; $B\binom{3}{1}$; $C\binom{0}{-1}$; $D\binom{-2}{2}$
6) Déterminer l'ordonnée du point de $(\mathcal{C})$dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$, dont l'abscisse est $-\frac{3}{4}$.

Exercice 7

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f: \mapsto \sqrt{x} + 3$; $b)\ g: \mapsto \sqrt{x+3}$; $c)\ h: \mapsto \frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k: \mapsto \frac{3x+2}{x^2-4} + \sqrt{x+5}$;

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

Au point m d'affixe $z = x + iy$, avec $z \neq i$, on associe le point M d'affixe $Z = \frac{z+1}{z-i}$

1) Exprimer les coordonnées X et Y de M à l'aide des coordonnées x et y de m.
2) Déterminer l'ensemble des points m du plan tels que :
a) Z soit un réel.
b) Z soit un imaginaire pur
c) $|Z| = 1$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 2

On considère les points $A(i)$; $B(3-i)$ et $C(1+2i)$

1) Place ces points dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 1 cm)

2) Déterminer et construire

a) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z-i|=3$

b) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z-i|=|z-3i+i|$

c) L'ensemble des points $M(z)$tels que $|z-3+i|=|z-1-2i|$

PROBLEMEIV

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=\frac{\ln(x^2+1)}{x} & si\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J) (unité :2cm).

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln(x^2+1)$.

4- a) Calculer la limite de g en $+\infty$

b) Démontrer que : $\forall\ x\in\ ]0;+\infty[$, $g'(x)=\frac{2x(x+1)(1-x)}{(x^2+1)^2}$.

c) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation

5- a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $]0;+\infty[$ et que $1{,}98<\alpha<1{,}99$.

6- b) Justifier que $\forall\ x\in\ ]0;\alpha[$,$g(x)>0$ et $\forall\ x\in\ ]\alpha;+\infty[$, $g(x)<0$.

Partie B : Etude de la fonction f.

5- Montrer que la fonction f impaire.

6- a) Justifier que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+1)}{x^2}=1$ et en déduire que f est dérivable en 0.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

7- a) Pour tout x de $]0;+\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même sens signe.

b) En déduire le sens de variation de f sur $]0;+\infty[$,

c) Montrer que $f(\alpha)=\frac{2}{\alpha+\frac{1}{\alpha}}$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2}près.

d) En utilisant les propriétés de la parité de f, dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

8- a) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ qu point O.

b) Construire avec soin la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C})$.

Partie C : Etude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[-\alpha;\alpha]$ et (Γ) sa courbe dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

5- Montrer que h est une bijection de $[-\alpha;\alpha]$ sur un intervalle K à préciser.

6- Soit h^{-1} la réciproque de h et (Γ') sa représentation graphique.

a) Déterminer le plus intervalle sur le quel h^{-1} est dérivable.

b) Calculer $(h^{-1})'(0)$ et interpréter le résultat obtenu.

7- a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

b) Construire dans le même repère que $(\mathcal{C})$ la courbe (Γ'). Justifier votre construction.

Classe : 2ndeC_2
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

DEVOIR DE MATHEMATIQUES
Durée : 01 heure

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

N M

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

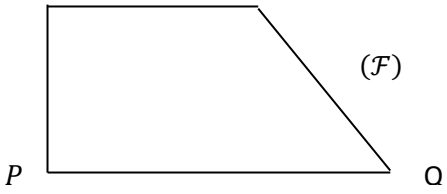
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est un trapèze rectangle $MNPQ$ telque $(MN) \perp (NP)$ et $(PQ) \perp (NP)$.

On donne $MN = 3; NP = 2; PQ = 7$



1) Reproduis la figure sur ta copie
2) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (MN) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (PQ).

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{1}{2}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{3\imath} - 4\vec{\jmath}$.

4) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
5) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
6) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{5x+4}-3}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{5x+4}+3}{5}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
2) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

.....

Classe : 2nde C

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

CE : Mathématiques

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heure

Exercice 1

I) Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-7; 4]$

7) Lire $f(-7)$; $f(1)$; $f(-2)$ et $f(4)$

8) Quel est l'antécédent de : $5; 1$

9) Préciser les variations de f sur chacun des intervalles $[-7; -2]$; $[-2; 1]$ et $[1; 4]$

10) Quelle est l'image directe de : $[-2; 1]$; $[1; 4]$

11) Comparer les nombres suivants :

$f(-5)$ et $f(-3)$ $f(-1)$ et $f(0{,}5)$

12) Préciser le minimum et le maximum de f sur $[-7; 4]$

En déduire un encadrement de $f(x)$ sur $[-7; 4]$

x	-7		-2		1		4
$f(x)$	2	↗	5	↘	-9	↗	1

II) Lorsque $0 \leq u < v$, comparer :

$a)$ $2u^2$ et $2v^2$; $b)$ $\frac{1}{u+1}$ et $\frac{1}{v+1}$.

1) En déduire le sens de variation de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{x+1}$

2) Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ est monotone sur $]-\infty; 0]$ et sur $[0; +\infty[$.

Exercice 4

1) On donnele polynôme $P(x) = (x^4 - 1)(x^2 - 2x)$

a) Vérifier que -1 et 2 sont les racines de $P(x)$.

b) Déterminer toutes les racines de $P(x)$.

2-a) Justifier que : $(x^2 + 2)^2 - 4x^2 = x^4 + 4$

b) En déduire une écriture de $x^4 + 4$ sous la forme d'un produit de deux polynômes de degré 2

Exercice 2

Pour chacune des propositions ci-dessous, mettre une croix dans la case qui convient :

PROPOSITIONS	VRAI	FAUX
Par deux points, il passe un plan et un seul		
Par trois points, il passe un plan et un seul		
Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite détermine un plan		
Deux droites sécantes déterminent un plan		
Deux droites parallèles déterminent un plan		
L'intersection de deux plans est une droite.		
Lorsque deux droites sont parallèles une droite sécante à l'une est sécante à l'autre.		
Lorsque deux droites de l'espace n'ont aucun point commun, elles sont parallèles.		
Si (D) est une droite dans un plan (P) alors toute droite parallèle à (P) est parallèle à (D)		

Exercice 3

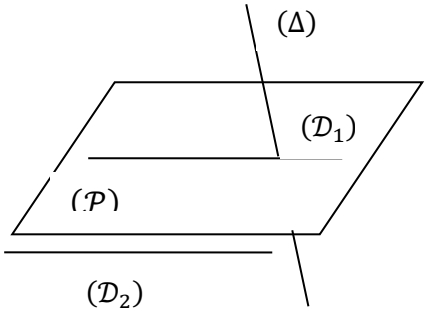
Dans la figure ci-contre, les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont parallèles.

5) Justifier que les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ définissent un plan.

6) Justifier que la droite $(\mathcal{D}_1)$ et le point C définissent un plan $(\mathcal{Q})$

7) Quelle est l'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$? justifie ta réponse.

8) Quelle est la position relative de $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{P})$



Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

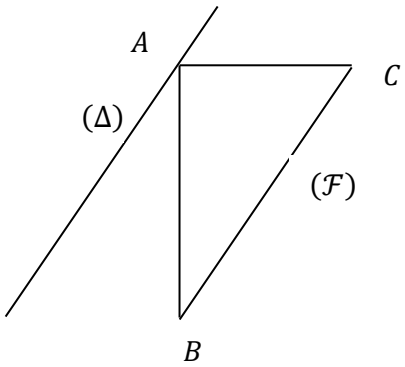
Classe : 2ndeC_1
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

DEVOIR DE MATHEMATIQUES
Durée : 01 heur

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composé de :
Un triangle ABC rectangle en A ;
Une droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC).
On donne $AC = 3; AB = 4; BC = 5$

1) Reproduis la figure sur ta copie
2) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (Δ) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).



Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{3}{1}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

1) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
3) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-1} + 1$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
2) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

.....

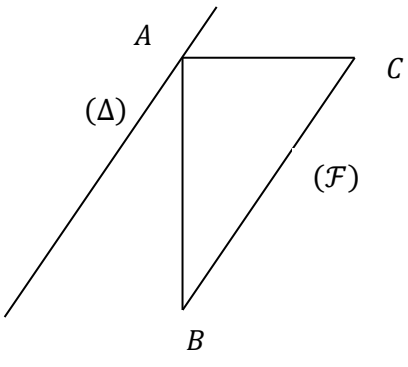
Classe : 2ndeC_1
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

DEVOIR DE MATHEMATIQUES
Durée : 01 heure

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composé de :
Un triangle ABC rectangle en A ;
Une droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC).
On donne $AC = 3; AB = 4; BC = 5$

1) Reproduis la figure sur ta copie
2) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (Δ) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).



Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{3}{1}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

1) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
3) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-1}+1$

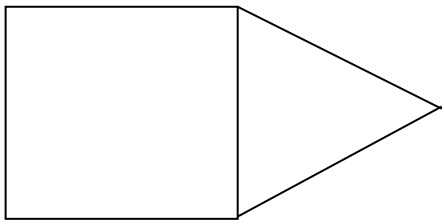
1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
2) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

NIVEAU : 2nde C
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre,
sur la figure $(\mathcal{F})$ ci contre



- $ABCD$ est un carré de $côté\ 3$
- BCE est un triangle équilatéral tel que $BE = 3$

1- Reproduire la figure $(\mathcal{F})$ sur la copie
2- Construire l'image $(\mathcal{F}')$ de la figure $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (AD) suivie de la translation de vecteur$\overrightarrow{EC}$.

Exercice 2

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x < y$
Notons : $a = \frac{x+y}{2}$; $g = \sqrt{xy}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

9) Démontrer que : $x < h$ et $a < y$
10) Démontrer que : $g < a$
11) Démontrer que $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$.
12) Ranger dans l'ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h.

Exercice 3

x, y et z sont trois nombres réels.

9) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$
10) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice 4

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{4x+5}-3}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{4x+5}+3}{4}$

3) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
4) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

Exercice 5

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \sqrt{x-1}+2$$

5) Déterminer son ensemble de définition.
6) Démontrer que la fonction f admet 2 comme minimum sur son ensemble de définition.

Exercice 6

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$. $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f.

7) Parmi les points suivants, indiquer ceux qui appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A\binom{2}{2}$; $B\binom{3}{1}$; $C\binom{0}{-1}$; $D\binom{-2}{2}$
8) Déterminer l'ordonnée du point de $(\mathcal{C})$dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$, dont l'abscisse est $-\frac{3}{4}$.

Exercice 7

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f: \mapsto \sqrt{x}+3$; $b)\ g: \mapsto \sqrt{x+3}$; $c)\ h: \mapsto \frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k: \mapsto \frac{3x+2}{x^2-4} + \sqrt{x+5}$;

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 8

Le plan est muni du repère (O,I,J). On donne le point $A\binom{-2}{3}$, les vecteurs $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$ et $\vec{v}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}$.

5) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
6) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?
7) Un point M a pour coordonnées (x,y) dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et (x',y') dans le repère $(A,\vec{u},\vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher

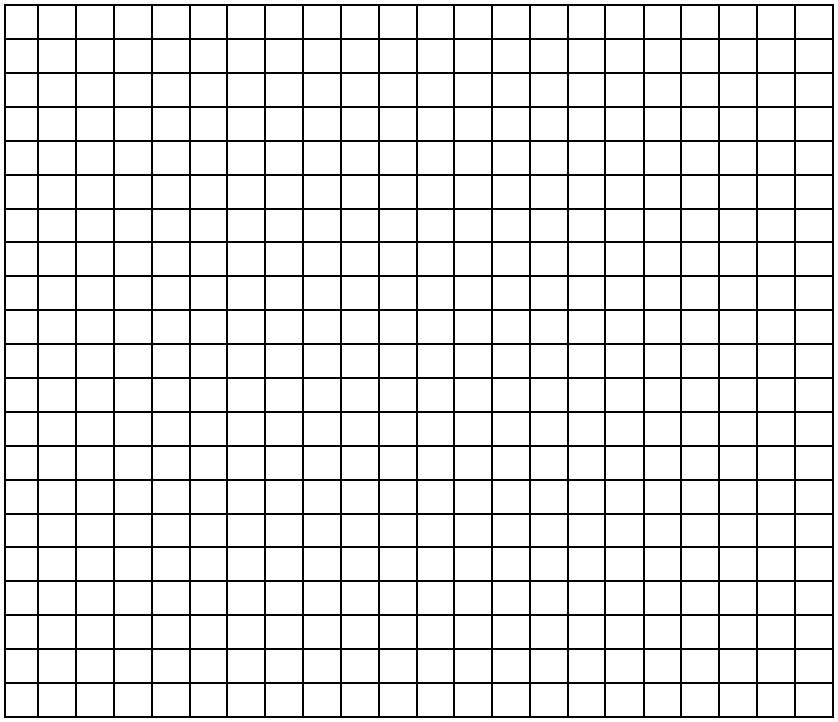
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

Le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J). Ondonne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de représentation graphique $(\mathcal{C}_f)$

1) Déterminer graphiquement son ensemble de définition D_f et les images par f de $-7;\ -5; -3; 0;$ 3et 9.
2) Déterminer l'image directe par f de chacun des intervalles suivants : $I_1=[-10;10]$; $I_2=[-7;-5]$; $I_3=[0;3]$
3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=9$
4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<9$
5) Déterminer le minimum et le maximum de f.
6) Dresser le tableau de variation de f.



Exercice 2

1) Lorsque $0\leq u<v$, comparer :

$a)\ 2u^2$ et $2v^2$; $b)\ \frac{1}{u+1}$et $\frac{1}{v+1}$.

En déduire le sens de variation de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=2x^2-\frac{1}{x+1}$

Démontrer que la fonction g définie par $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$est monotone sur $]-\infty;0]$ et sur $[0;+\infty[$.

Exercice 3

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f:\mapsto\sqrt{x}+3$; $b)\ g:\mapsto\sqrt{x+3}$; $c)\ h:\mapsto\frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k:\mapsto\frac{3x+2}{x^2-4}+\sqrt{x+5}$;

Exercice 4

Le plan vectoriel $\mathcal{V}$ est muni d'une base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

Soit les vecteurs $\vec{u}\binom{1}{2}$, $\vec{v}\binom{2}{3}$.

1) Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?
3) Soit $\vec{a}\binom{3}{2}$, $\vec{V}\binom{1}{-2}$ dans $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?

Exercice 5

Le plan est muni du repère (O,I,J). On donne le point $A\binom{-2}{3}$, les vecteurs$\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$ et $\vec{v}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}$.

8) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
9) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$?
10) Un point M a pour coordonnées (x,y) dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et (x',y') dans le repère $(A,\vec{u},\vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

DEVOIR DE MATHEMATIQUE

Classe :

Durée :

Exercice

HERVE RENARD, le sélectionneur des éléphants de **CÔTE D'IVOIRE** a étudié les statistiques de tir au but (pénalty) de ses joueurs lors de la préparation de La coupe d'Afrique des Nations **Guinée Equatorial 2015**. Il a alors remarqué que sur une série de cinq tirs au but, un joueur pris au hasard dans son équipe marque

- 5 buts avec une probabilité de 0,2.
- 4 buts avec une probabilité de 0,5.
- 3 buts avec une probabilité de 0,3.

Chaque joueur à l'entrainement, tire 2 séries de 5 ballons. On admet que les résultats d'un joueur à chacune des 2 séries sont indépendants.

Soit X la variable aléatoire égal au nombre de tirs au but réussis par un joueur au cours d'un entrainement.

V.

5. Calculer la probabilité, pour un joueur pris au hasard, de réussir tous ses tirs au but lors d'un entrainement.
6. Quelles sont les valeurs prises par X ?
7. Établir la loi de probabilité de X. (***on pourra s'aider d'un arbre de choix***).
8. Calculer l'espérance mathématique de X.

VI.

HERVE RENARD considère que le joueur a réussi l'épreuve des tirs au but lorsque $X \geq 8$. Montrer que la probabilité pour un joueur de réussir cette épreuve lors d'un entraînement est égale à 0,61.

VII. Chaque joueur participe à 10 séances d'entrainement. On admet que les épreuves de tirs au but sont indépendantes les unes des autres. On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de succès d'un joueur à l'épreuve des tirs au but au cours de ses 10 entrainements, c'est à dire le nombre de fois où il a marqué au moins 8 buts.

Si au cours d'une séance d'entrainement, il ne marque pas au moins 8 buts, on dit qu'il y a eu un échec.

Les résultats seront donnés par défaut, avec 3 chiffres après la virgule.

Calculer pour un joueur :

4. La probabilité de n'avoir aucun échec lors des 10 séances.
5. La probabilité d'avoir exactement 6 succès.
6. La probabilité d'avoir au moins 1 succès.

VIII. Calculer le nombre minimal d'entrainement auxquels doit participer un joueur pour que la probabilité d'avoir au moins un succès sont supérieure à 0,99.

Problème

Soit f la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x - 3 + \frac{1+2\ln x}{x}$

$(\mathcal{C})$sa courbe représentative dans un repère. (Unité 2 cm).

Partie A

On considère la fonction g définie sur$]0;+\infty[$ par $g(x) = x^2 + 1 - 2lnx$

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$;

2-a) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

b) En déduire le sens de variation de g, puis dresser son tableau de variation.

3) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

1-a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2-a) Démontrer que pour tout $x > 0$; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation.

3-a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$d'équation $y = x - 3$ est asymptote à $(\mathcal{C})$en $+\infty$.

b) Préciser la position relative de$(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

c) Déterminer les coordonnées du point A de $(\mathcal{C})$en lequel la tangente est parrallèle à $(\mathcal{D})$.

4-a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1{,}7 < \alpha < 1{,}8$

Tracer $(\mathcal{D})$; (T) la tangente en A et construire $(\mathcal{C})$.

5-a) Démontrer que f est une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle K à préciser.

On note f^{-1}la bijection réciproque de f.

b) Calculer $f(1)$, en déduire $(f^{-1})'(-1)$;

c) Construire$(\mathcal{C}')$, la courbe de f^{-1}dans le même repère (O, I, J).

Partie C

Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + lnx + (lnx)^2$

1-a) Calculer $h'(x)$.

b) En déduire une primitive F de f

c) Montrer que $F(e) - F(1) = \frac{e^2-6e+7}{2}$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

EXERCICE 1

Un jeu consiste à lancer une bille dans un circuit comportant cinq butoirs :A ,B,C,D et E marqués respectivement de 1 ;2 ;3 ;4 et 5 points.

La bille frappe au hasard un des butoirs A ou B ou C puis :

- de A ,elle frappe au hasard B ou D ou E
- de B, elle frappe au hasard D ou E,
- de C, elle frappe E,

et de E ou D, elle sort du circuit ;le joueur totalise alors les points marqués sur les butoirs heurtés par la bille.

On admet que la bille a la même chance de frapper les butoirs indiqués au cours de son mouvement.

Les différents trajets possibles sont donnés par le schéma ci-dessous:

1. Faire l'arbre de probabilité qui résume cette situation
2. a) Montrer que la probabilité P(A,B,D) du trajet (A,B,D) est P(A,B,D) = $\frac{1}{18}$.

   b) Montrer que la probabilité P(C,E) du trajet (C,E) est P(C,E) = $\frac{1}{3}$

   c) Déterminer la probabilité de chacun des autres trajets.
3. On désigne par X, la variable aléatoire donnant le nombre de points obtenus par un joueur au cours d'un trajet.

   a) Justifier que les valeurs prises par X sont :5 ;6 ;7 et 8.

   b) Déterminer la loi de probabilité de X.

   c) Montrer que l'espérance mathématique E(X) de X est E(X) = $\frac{62}{9}$.

Problème

Soit f la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 3 + \frac{\ln x}{x}$

$(\mathcal{C})$sa courbe représentative dans un repère. (Unité 2 cm).

Partie A

On considère la fonction g définie sur$]0;+\infty[$ par $g(x) = 2x^2 + 1 - lnx$

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$;

2-a) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$

b) En déduire le sens de variation de g, puis dresser son tableau de variation.

3) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

1-a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
b) Calculer la limite de f en $+\infty$.
2-a) Démontrer que pour tout $x > 0$; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation.
3-a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$d'équation $y = 2x - 3$ est asymptote à $(\mathcal{C})$en $+\infty$.
b) Préciser la position relative de$(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.
c) Déterminer les coordonnées du point A de $(\mathcal{C})$en lequel la tangente est parrallèle à $(\mathcal{D})$.
4-a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.
b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$
Tracer $(\mathcal{D})$; (T) la tangente en A et construire $(\mathcal{C})$.
5-a) Démontrer que f est une bijection de $]0; +\infty[$ sur un intervalle K à préciser.
On note f^{-1}la bijection réciproque de f.
b) Calculer $f(1)$, en déduire $(f^{-1})'(-1)$;
c) Construire$(\mathcal{C}')$, la courbe de f^{-1}dans le même repère (O, I, J).

Niveau : Tle D

Exercice 1

Mr AHO, **Professeur de Sciences Physiques** et responsable du laboratoire du groupe scolaire LOUIS LAGRANGE fait contrôler les burettes de son labo pendant les vacances. Il remarque que **20%** des burettes sont sous garantie.

Parmi les burettes sous garantie, la probabilité qu'une burette soit défectueuse est de $\frac{1}{100}$.

Parmi les burettes qui ne sont pas sous garantie, la probabilité qu'une burette soit bonne est de $\frac{9}{10}$

On appelle G l'évènement : « La burette est sous garantie »
D l'évènement : « la burette est défectueuse »

1- Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) la burette est sous garantie et est défectueuse
b) La burette est défectueuse

$$(\boldsymbol{On\ pourra\ s'aiderd'un\ arbre\ de\ probabilit}\text{é})$$

2- Dans un casier la burette est défectueuse. Montrer que la probabilité qu'elle soit sous garantie est de $\frac{1}{41}$.

3- Le contrôle est **gratui**t si la burette est sous garantie.
- Il coûte **800 FCF A** si la burette n'est plus sous garantie et est bonne
- Il coûte **2800 FCFA** si la burette n'est plus sous garantie et est défectueuse.

On note X la variable aléatoire qui représente le coût de contrôle d'une burette.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Montrer que l'expérience mathématique de X est$\boldsymbol{800}$.
c) Calculer l'écart type de X

4- Au cours de la période de contrôle, on a trouvé $\mathbf{5}$ burettes défectueuses.
Quelle est la probabilité qu'au moins l'une d'entre elle soit sous garantie ?

5- On contrôle $\boldsymbol{n}$ burettes pris au hasard. (n est un entier naturel non nul). Déterminer n pour que la probabilité d'avoir au moins une burette défectueuse soit supérieure à $\mathbf{0,170}$

PROBLEME

PARTIE A

Soit la fonction numérique dérivable sur $]-1;+\infty[$ et définie par : $g(x) = -\frac{x}{x+1} + ln(x+1)$.

$1-a)$ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

$b)$ Calculer $\lim\limits_{x\to-1_>} g(x)$

$2-a)$ Démontrer que : $\forall\ x\ \in\ ]-1;+\infty[, g'(x) = \frac{-2x-1}{(x+1)^2}$

$b)$ En déduire le sens de variation de g.

$c)$ Dresser le tableau de variation de la fonction g.

$3-a)$ calculer $g(0)$ montrer que l'équation $x\ \in\ ]-1;+\infty[, g(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une que l'on désignera par α appartient à l'intervalle $[-0{,}72; -0{,}71]$

$b)$ Démontrer que : $\forall\ x \in\ ]-1;\alpha[\ \cup\ ]0;+\infty[, g(x) < 0$ et $\forall\ x \in\ ]\alpha;0[\ , g(x) > 0$.

PARTIE B

On considère la fonction dérivable sur $]-1;0[\ \cup\ ]0;+\infty[$ et définie par : $f(x) = \frac{ln(x+1)}{x^2}$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,j). (Unités graphiques $2cm$)

$1-a)$ Calculer $\lim\limits_{x\to-1_>} f(x)$ puis donner une interprétation graphique du résultat.

$b)$ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis donner une interprétation graphique du résultat

c) Calculer $\lim\limits_{x\to0_<} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0_>} f(x)$ puis donner une interprétation graphique du résultat

$2-$ Démontrer que : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ et donne une valeur approchée de α

$3-a)$ Démontrer que : $\forall\ x \in\ ]-1;0[\ \cup\ ]0;+\infty[\ , f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

$b)$ En utilisant la partie A, déterminer les variations de f

$c)$ Dresser le tableau de variation de f

$4-$ Construire les asymptotes et la courbe $(\mathcal{C})$ dans le plan muni du repère (O,I,j). On prendra $\alpha = -0{,}715$

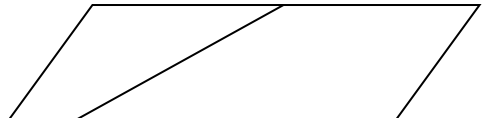
PARTIE C

On considère la fonction h définie sur $]-1;0[\ \cup\ ]0;+\infty[$ par $h(x) = -\frac{\ln(x+1)}{x} + lnx - \ln(x+1)$

a) Calculer $h'(x)$ et en déduire une primitive$F$ de f qui s'annule en 1

Exercice 2

On considère la figure codée ci-dessous où $ABCD$ est un parallélogramme.F est le milieu de $[AB]$ et $DH = HE = EF$



Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

1) Démontrer que $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AF})$ est une base de $\mathcal{V}$
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans la base $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AF})$

3.a) Démontrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que les points A, E et C sont alignés.

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$. On donne les points $A\binom{-2}{2}$; $B\binom{4}{3}$ et $C\binom{0}{-1}$

1) Placer les points A, Bet C dans le repère $(O;I;J)$.

2.a) Déterminer le couple de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Calculer $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

Soit G le centre de gravité du triangle ABC.

3) Déterminer les coordonnées du point G.

4) On pose $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

a) En utilisant la caractérisation vectorielle du centre de gravité G du triangle ABC, démontrer que $\vec{u} = 3\overrightarrow{MG}$.

b) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $\|\vec{u}\| = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

Email :christophersanoe@hotmail.fr

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

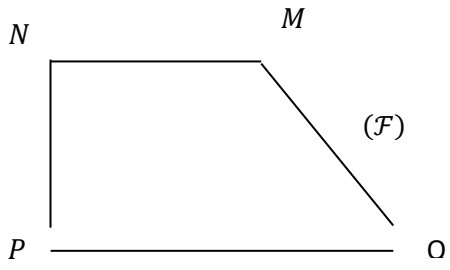
Durée : 01 heure

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est un trapèze rectangle $MNPQ$ telque $(MN) \perp (NP)$ et $(PQ) \perp (NP)$.

On donne $MN = 3; NP = 2; PQ = 7$



3) Reproduis la figure sur ta copie

4) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (MN) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (PQ).

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{1}{2}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$.

7) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.

8) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?

9) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{5x+4}-3}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{5x+4}+3}{5}$

3) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.

4) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

……

……

Classe : 2nde C

CE : Mathématiques

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Durée : 02 heure

Exercice 1

III) Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-7; 4]$

13) Lire $f(-7)$; $f(1)$;$f(-2)$ et $f(4)$

14) Quel est l'antécédent de : $5; 1$

15) Préciser les variations de f sur chacun des intervalles $[-7; -2]$;$[-2; 1]$ et $[1; 4]$

16) Quelle est l'image directe de : $[-2; 1]$; $[1; 4]$

17) Comparer les nombres suivants : $f(-5)$ et $f(-3)f(-1)$ et $f(0{,}5)$

18) Préciser le minimum et le maximum de f sur $[-7; 4]$

x				
$f(x)$	2	↗ 5	↘ −9	↗ 1

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

En déduire un encadrement de $f(x)$ sur $[-7;4]$

IV) Lorsque $0 \leq u < v$, comparer :

$a)$ $2u^2$ et $2v^2$; $b)$ $\frac{1}{u+1}$ et $\frac{1}{v+1}$.

3) En déduire le sens de variation de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{x+1}$

4) Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ est monotone sur $]-\infty;0]$ et sur $[0;+\infty[$.

Exercice 4

2) On donnele polynôme $P(x) = (x^4 - 1)(x^2 - 2x)$

c) Vérifier que -1 et 2 sont les racines de $P(x)$.

d) Déterminer toutes les racines de $P(x)$.

2-a) Justifier que : $(x^2+2)^2 - 4x^2 = x^4 + 4$

c) En déduire une écriture de $x^4 + 4$ sous la forme d'un produit de deux polynômes de degré 2

Exercice 2

Pour chacune des propositions ci-dessous, mettre une croix dans la case qui convient :

PROPOSITIONS	VRAI	FAUX
Par deux points, il passe un plan et un seul		
Par trois points, il passe un plan et un seul		
Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite détermine un plan		
Deux droites sécantes déterminent un plan		
Deux droites parallèles déterminent un plan		
L'intersection de deux plans est une droite.		
Lorsque deux droites sont parallèles une droite sécante à l'une est sécante à l'autre.		
Lorsque deux droites de l'espace n'ont aucun point commun, elles sont parallèles.		
Si (D) est une droite dans un plan (P) alors toute droite parallèle à (P) est parallèle à (D)		

Exercice 3

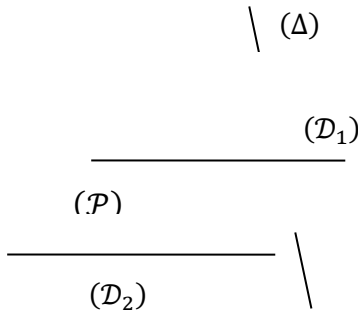
Dans la figure ci-contre, les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont parallèles.

9) Justifier que les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ définissent un plan.

10) Justifier que la droite $(\mathcal{D}_1)$ et le point C définissent un plan $(\mathcal{Q})$

11) Quelle est l'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$? justifie ta réponse.

12) Quelle est la position relative de $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{P})$



Classe : 2nde C_1
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

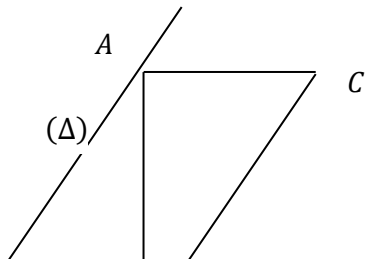
DEVOIR DE MATHEMATIQUES
Durée : 01 heu

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composé de :

Un triangle ABC rectangle en A ;



Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Une droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC).
On donne $AC = 3; AB = 4; BC = 5$

3) Reproduis la figure sur ta copie
4) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (Δ) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{3}{1}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

4) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
5) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
6) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-1} + 1$

3) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
4) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

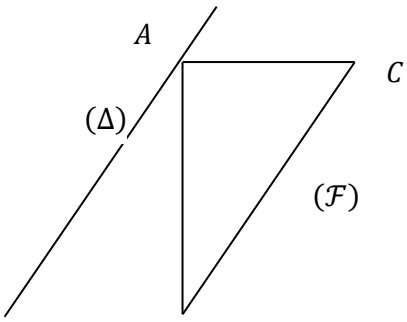
……
……

Classe : 2nde C_1
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

DEVOIR DE MATHEMATIQUES
Durée : 01 heu

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
La figure $(\mathcal{F})$ ci-contre est composé de :
Un triangle ABC rectangle en A ;
Une droite (Δ) passant par A et parallèle à (BC).
On donne $AC = 3; AB = 4; BC = 5$



3) Reproduis la figure sur ta copie
4) Construis l'image $(\mathcal{F}')$ de $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogona d'axe (Δ) suivie de la symétrie orthogonale d'axe (BC).

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $B\binom{3}{1}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

4) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
5) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
6) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-1} + 1$

11) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
12) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

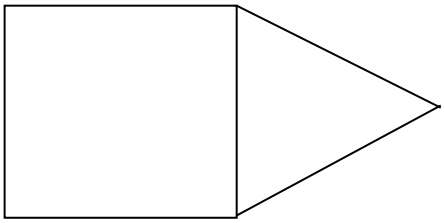
NIVEAU : 2nde C
Prof : SANOE Jr Christopher
Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre,

sur la figure $(\mathcal{F})$ ci contre



- $ABCD$ est un carré de $côté\ 3$
- BCE est un triangle équilatéral tel que $BE = 3$

3- Reproduire la figure $(\mathcal{F})$ sur la copie

4- Construire l'image $(\mathcal{F}')$ de la figure $(\mathcal{F})$ par la symétrie orthogonale d'axe (AD) suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$.

Exercice 2

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x < y$

Notons : $a = \frac{x+y}{2}$; $g = \sqrt{xy}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

13) Démontrer que : $x < h$ et $a < y$
14) Démontrer que : $g < a$
15) Démontrer que $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$.
16) Ranger dans l'ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h.

Exercice 3

x, y et z sont trois nombres réels.

11) Démontrer que pour tout : $2xy \leq x^2 + y^2 (1)$
12) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que : $xy + xz + yz \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Exercice 4

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{4x+5}-3}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{4x+5}+3}{4}$

13) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et D_g de g.
14) Démontrer que les fonctions f et g sont égales sur D_f

Exercice 5

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \sqrt{x-1} + 2$$

7) Déterminer son ensemble de définition.
8) Démontrer que la fonction f admet 2 comme minimum sur son ensemble de définition.

Exercice 6

f est la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$. $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f.

9) Parmi les points suivants, indiquer ceux qui appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A\binom{2}{2}$; $B\binom{3}{1}$; $C\binom{0}{-1}$; $D\binom{-2}{2}$
10) Déterminer l'ordonnée du point de $(\mathcal{C})$dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$, dont l'abscisse est $-\frac{3}{4}$.

Exercice 7

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f: \mapsto \sqrt{x} + 3$; $b)\ g: \mapsto \sqrt{x+3}$; $c)\ h: \mapsto \frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k: \mapsto \frac{3x+2}{x^2-4} + \sqrt{x+5}$;

Exercice 8

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $A\binom{-2}{3}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

ECOLE WILLIAM PONTY

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

15) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
16) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
17) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

NIVEAU : 2nde C

Prof : SANOE Jr Christopher

Email :christophersanoe@hotmail.fr

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). Ondonne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de représentation graphique $(\mathcal{C}_f)$

7) Déterminer graphiquement son ensemble de définition D_f et les images par f de $-7;\ -5; -3; 0; 3$et 9.
8) Déterminer l'image directe par f de chacun des intervalles suivants : $I_1 = [-10; 10];\ I_2 = [-7; -5];\ I_3 = [0; 3]$
9) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 9$
10) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 9$
11) Déterminer le minimum et le maximum de f.
12) Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 2

2) Lorsque $0 \leq u < v$, comparer :

$a)$ $2u^2$ et $2v^2$; $b)$ $\frac{1}{u+1}$et $\frac{1}{v+1}$.

En déduire le sens de variation de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{x+1}$

Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ est monotone sur $]-\infty; 0]$ et sur $[0; +\infty[$.

Exercice 3

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$a)\ f: \mapsto \sqrt{x} + 3$; $b)\ g: \mapsto \sqrt{x+3}$; $c)\ h: \mapsto \frac{x^2-1}{(x+1)(x-2)}$; $d)\ k: \mapsto \frac{3x+2}{x^2-4} + \sqrt{x+5}$;

Exercice 4

Le plan vectoriel $\mathcal{V}$ est muni d'une base $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

Soit les vecteurs $\vec{u}\binom{1}{2}$, $\vec{v}\binom{2}{3}$.

4) Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
5) Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
6) Soit $\vec{a}\binom{3}{2}$, $\vec{V}\binom{1}{-2}$ dans $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?

Exercice 5

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne le point $A\binom{-2}{3}$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$.

18) Démontrer que Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.
19) Quelles sont les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$?
20) Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (x', y') dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$. exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

Exercice 1

Le personnel d'un collège de Yopougon est reparti en trois catégories : les enseignants permanents, les enseignants vacataires et le personnel administratif.

71% du personnel sont des enseignants permanents et 12% sont du personnel administratif.

67% du personnel administratif sont des femmes et 92% des enseignants permanents sont des hommes.

On donnera une valeur approchée de tous les résultats à 10^{-4} près.

1) On interroge au hasard un membre du personnel de ce collège.
a) Quelle est la probabilité d'interroger un homme enseignant permanent ?
b) Quelle est la probabilité d'interroger un homme du personnel administratif ?
c) On sait que 80% du personnel est masculin. Calculer la probabilité d'interroger un homme enseignant vacataire.
d) En déduire la probabilité d'interroger un homme sachant que la personne interrogée fait partie des enseignants vacataires.
2) La société de téléphonie mobile « ORANGE » souhaite envoyer un courrier publicitaire à 10 personnes qui travaillent dans ce collège. Elle a la liste du personnel, mais ne connait pas la fonction de chacun. Elle choisie au hasard 10 noms de la liste (en raison de la taille de la population, on suppose qu'il s'agit de 10 tirages s indépendants successifs indépendants avec remises)
a) Quelle est la probabilité que, sur les 10 courriers envoyés, 3 exactement soient reçu par le personnel administratif ?
b) Quelle est la probabilité que, sur les 10 courriers envoyés, 1 au moins soit reçus par le personnel administratif ?

Exercice 2

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Le plan complexe est muni du repère orthonormé$(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère l'équation : $\forall\, z \in \mathbb{C}\,,\ z^3 + \left(2 + i\sqrt{2}\right)z^2 + 2\left(1 + i\sqrt{2}\right)z - 2i\sqrt{2} = 0$

1-a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure et la déterminer.

b) Déterminer le polynôme complet Q de degré 2 tel que :

$\forall\, z \in \mathbb{C}\,, z^3 + \left(2 + i\sqrt{2}\right)z^2 + 2\left(1 + i\sqrt{2}\right)z - 2i\sqrt{2} = \left(z - i\sqrt{2}\right)Q(z).$

c) Résoudre à partir des questions qui précèdent, l'équation (E)

2) On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives$i\sqrt{2};\ 1 + i$; $1 - i$et$-\sqrt{2}$

a) Place les points A, B C et D dans le repère.

b) Montrer que les points A, B C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

3) Soit E le point d'affixe $-1 + i$.Démontrer que le triangle BEC est rectangle isocèle en B

4) Soit r la rotation de centre B qui transforme C en E.

a) Déterminer l'écriture complexe de r.

b) Soit F l'image du point E par rapport à r. Déterminer l'affixe du point F

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2 cm.

Partie A

On considère la fonction g dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = (1 - x)e^x + 2 - 2\ln x$$

$1 - a)$ Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

$b)$ Calculer $g'(x)$.

$c)$ Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

$2 - a)$ Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$.

$b)$ Vérifier que $1{,}35 < \alpha < 1{,}36$.

$c)$Montre que : $\forall\, x \in]0, \alpha[$, g $(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha; +\infty[$, g $(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$par$\begin{cases} f\,(x) = \dfrac{x}{e^x - 2\ln x} \\ f\,(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$sa représentation graphique.

1) Démontrer que f est continue en 0.

2) f est elle dérivable en 0 ? Justifier votre réponse.

Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Déterminer la limite de f en $+\infty$. interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) On suppose que f est dérivable sur $]0; +\infty[$et on note f' sa dérivée.

Démontrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2\ln x)^2}$; $\forall\, x \in]0; +\infty[$.

En déduire le signe de $f'(x)$.

5-a) Démontrer que $f(\alpha) = \frac{1}{e^{\alpha - \frac{2}{\alpha}}}$

b) Déterminer un encadrement de $f(\alpha)$par deux décimaux consécutifs d'ordre 2. En déduire que 0,42 est une valeur approchée de $f(\alpha)$à 10^{-2} près.

6) Dresser le tableau de variation de f.

7) Construire $(\mathcal{C})$et préciser ses tangentes aux points d'abscisses respectives 0 et α.

Partie C

1- En effectuant une intégration par partie, calculer en fonction de λ les intégrales $I(\lambda) = \int_1^\lambda xe^{-x}\,dx$ et $J(\lambda) = \int_1^\lambda (x+1)e^{-x}\,dx$.

2- Soit λ un nombre réel supérieur à 1 et on pose $\mathcal{A}(\lambda) = \int_1^\lambda f(x)dx$. En utilisant la question 1) et l'encadrement de $f(x)$: $xe^{-x} \leq f(x) \leq (x+1)e^{-x}$. $\forall\, x \geq 1$, déduire un encadrement de $\mathcal{A}(\lambda)$.

3- On pose $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = \ell$. Démontrer que : $\frac{2}{e} \leq \ell \leq \frac{3}{e}$

EXERCICE 1

Un jeu consiste à lancer une bille dans un circuit comportant cinq butoirs :A ,B,C,D et E marqués respectivement de 1 ;2 ;3 ;4 et 5 points.

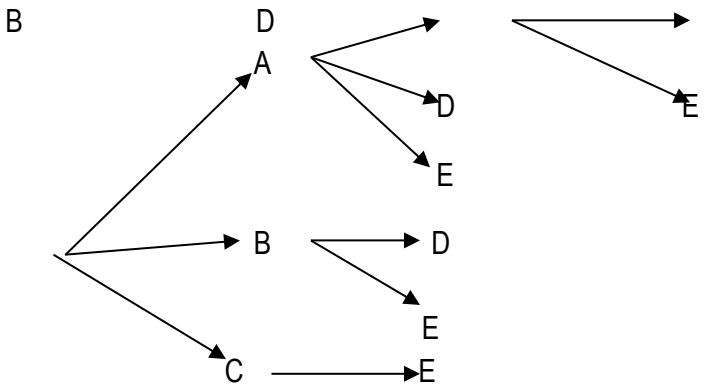
La bille frappe au hasard un des butoirs A ou B ou C puis :

- de A ,elle frappe au hasard B ou D ou E
- de B, elle frappe au hasard D ou E,
- de C, elle frappe E,

et de E ou D, elle sort du circuit ;le joueur totalise alors les points marqués sur les butoirs heurtés par la bille.

On admet que la bille a la même chance de frapper les butoirs indiqués au cours de son mouvement.

Les différents trajets possibles sont donnés par le schéma ci-dessous:



4. Recopier puis compléter ce schéma par la probabilité de chaque branche.

5. a) Montrer que la probabilité P(A,B,D) du trajet (A,B,D) est P(A,B,D) = $\frac{1}{18}$.
   b) Montrer que la probabilité P(C,E) du trajet (C,E) est P(C,E) = $\frac{1}{3}$
   c) Déterminer la probabilité de chacun des autres trajets.
6. On désigne par X, la variable aléatoire donnant le nombre de points obtenus par un joueur au cours d'un trajet.
   a) Justifier que les valeurs prises par X sont :5 ;6 ;7 et 8.
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Montrer que l'espérance mathématique E(X) de X est E(X) = $\frac{62}{9}$.

EXRECICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O,I,J) .(Unité graphique :4Cm)

On considère le polynôme complexe P défini par : $P(z) = z^4 + 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 + 3z + 1.$
Soit l'équation (E) : $z \in C; P(z) = 0$

1. Montrer que $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$
2. a) Montrer que si z_0 est une solution de (E), alors $\frac{1}{z_0}$ est aussi solution de (E).
   b) Montrer que si z_0 est une solution de (E), alors $\bar{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z_0}}$ sont aussi des solutions de (E).
3. Justifier que $-1 + i = \sqrt{2}e^{\frac{3\pi i}{4}}$
   En déduire que $-1 + i$ est une solution de (E) puis déterminer les autres solutions de (E).
4. On considère les points A ;B ;C et D d'affixes :$z_A = -1 + i$;$z_B = -1 - i$;$z_C = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ et $z_D = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$
   a) Placer les points A,B,C et D dans le repère.
   b) Démontrer que le triangle ABO est un triangle rectangle isocèle en O de sens direct.
5. On désigne par h l'homothétie de centre O et de rapport 2 et par r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On pose $f = hor$.
   a) Construire le point E image de B par h.
   b) Quelle est la nature de f ? Donner ses éléments caractéristiques.
   c) justifier que $f(A) = E$.
   d) Déterminer l'écriture complexe de f . En déduire que l'affixe de E est $z_E = -2 - 2i$.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ,I,J).(Unité graphique :5Cm)

PARTIE A

On considère la fonction g définie et dérivable sur IR par :$g(x) = -2 + 2e^{-x} + e^{-2x}$.

1. Justifier que $g\left(-\ln\left(-1+\sqrt{3}\right)\right) = 0.$
2. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.(On ne demande pas de calculer les limites de g en l'infini)

3. Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -\ln(-1+\sqrt{3})[; g(x) > 0 \\ \forall x \in]-\ln(-1+\sqrt{3}); +\infty[; g(x) < 0 \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction f définie et dérivable surIR par :$f(x) = -5 + 2e^{-x} + \frac{6}{1+e^{-x}}$. et de représentation graphique (C).

1. a) Calculer la limite de f en $-\infty$.
   b) Calculer la limite en $-\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$.Donner une interprétation graphique du résultat.
2. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à (C) en $+\infty$
   b) Etudier la position relative de (C) et (D).
3. a) Démontrer que pour tout x élément deIR ;$f'(x) = \frac{-2e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^2}$.
   b) En déduire les variations de f.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
5. a) Résoudre dansIR l'équation :$f(x) = 0$.
   b) En déduire que (C) coupe l'axe des abscisses aux points O et A. (On donnera les coordonnées de A)
6. Placer A ,construire (D) ;(T) et la courbe (C).

PARTIE C

Soit F la fonction définie et dérivable sur IR par : $F(x) = -5x - 2e^{-x} + 6\ln(1+e^{x})$.

1. a) Démontrer que F est une primitive sur IR de f.
   b) Démontrer que pour tout x élément deIR ,$F(x) = x - 2e^{-x} + 6\ln(1+e^{-x})$.
2. Soit γ un nombre réel strictement positif. On désigne par A(γ) l'aire en Cm^2 de la partie du plan délimitée par la droite (D) ,la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \gamma$
   a) Calculer A(γ).
   b) Calculer la limite de A(γ) en $+\infty$.

FICHES DE TRAVAUX DIRIGES : CALCUL LITTERAL

Exercice 1($\boldsymbol{Egalité\ de\ quotients}$)

x, y, z et t sont des nombres réels$x \neq 2, t \neq 0$. Calcule x, y, t et z lorsque :

$\frac{-5}{x-2} = \frac{1}{7}$; $\frac{y+3}{11} = \frac{5}{3}$; $\frac{6}{7} = \frac{-3z}{8}$; $\frac{5}{8} = \frac{-15}{4t}$

Exercice 2($\boldsymbol{Opérations\ sur\ les\ quotients}$)

Calcule les nombres suivants et donne les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div \left(1 - \frac{1}{10}\right)$; $B = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right)$; $C = \frac{7}{9} + \frac{2-2\times3}{3-3\times7}$; $D = \frac{13}{6} - \frac{10}{3} \times \frac{5}{8}$; $E = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\right)$;

Exercice 3($\boldsymbol{puissances}$ à $\boldsymbol{exposant\ entier\ relatif}$)

1) a et b sont des nombres différents de 0. Ecris plus simplement :

$$a^{-4} \times b^{-4}\ ;\ a^{-5} \times a^{-3};\ a^{-6} \times a^{2};\ (a^{-7})^{-2};\ (a^{-2})^{3};\ \frac{a^{-2}}{a^{-5}};\ \frac{a^{-3}}{a};\ \frac{a}{a^{-6}}$$

2) On donne : $A = \frac{3\times10^5\times2\times10^2}{8\times10^4}$. Ecris A sous la forme $a \times 10^p$ où $a$est une fraction irréductible et p un entier relatif.

Exercice 4$(\boldsymbol{Développement - Réduction})$

$x$désigne un nombre.

1) Développe et réduis :

$A = (3x-2)(4x+1) - 5x^2$; $B = (-2x+3)(5x-7) + 10x^2$; $C = (-x-6)(-3x+8) - 2x^2 + 48$;

$D = -(-4x-1)(-2x+9) + 6x^2 - 8$; $E = (3x-5)^2$; $F = (-2x-4)^2$; $G = \left(4x - \frac{5}{2}\right)^2$;

$H = -(2x-3)(2x+3)$; $I = 2(3x-2) - 3x(x+1)$; $J = (x+2)(x-1) - (x-3)^2$; $K = 2\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right)^2$

2) Calcule la valeur numérique de A; B; C; D; E; F; G; H; I; J et K pour $x = -2$

Exercice 5$(\boldsymbol{Développement - Réduction})$

Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = (x+4)^2 - (2x-1)(x+3)$; $B = (5x+1)^2 - (4x-3)^2$; $C = (-5x+2)x$; $D = (2x+1)(3-4x)$

$E = (2x+5)^2$; $F = (4-3x)^2$; $G = (5-6x)(5+6x)$; $H = (3x+5)^2 - (3x-4)(3x+4)$

Exercice 6$(\boldsymbol{Factorisation})$

$x$et$y$ désignent des nombres

Factorise :

$A = 2x(x-1) + 3(x-1)$; $B = 3x(x-2) - 4x(x-2)$; $C = -x(2x-3) - 2x(2x-3)$;

$D = 4x\left(3y - \frac{1}{2}\right) - 3x(6y-1)$; $E = 4x^2 + 12x + 9$; $F = 9x^2 - 12x + 4$; $G = 36 - 12x + x^2$;

$H = (x+2)^2 - 16$; $I = 36 - (2x-3)^2$; $J = x - x^3$; $K = 9x^2 - 16 + (x+2)(3x-4)$;

$L = 25 - 4x^2 - (5-2x)(2x-5)$; $M = x^2 - 6x + 9 - 2x(x-3)$; $N = x^2 - 4x + 4 - 2x(2-x)$

Exercice 7$(\boldsymbol{Factorisation})$

Factorise les expressions suivantes :

$A = 12x^2 - 36x + 27$; $B = 4x^2 + 4x + 1 + (x-3)(2x+1)$; $C = 9x^2 - 12x + 4 - 2(3x-2)(x+1)$;

$D = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-3)$; $E = 5x(x-2) + 3(x-2)$; $F = 25x^2 + 40x + 16$;$G = 64 - 48x + 9x^2$;

$H = (3x-5)^2 - (2x+3)^2$.

Exercice 8$(\boldsymbol{Factorisation})$

$x$est un nombre réel.

Factorise les expressions littérales ci-dessous :

$x^2 - 25$; $x^2 - 11$; $4x^2 - 18$; $x^2 - 7$; $5x^2 - 13$; $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$; $4x^2 + 4\sqrt{5}x + 5$; $x^2 - 4\sqrt{7}x + 28$;

$9x^212\sqrt{2}x + 8$; $(x-2)^2 - 5$

Exercice 9 : $(\boldsymbol{polynôme})$

Réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de x et donne le degré du polynôme

$P = 2x^3 - 4x + 7x^3 + x^2 + x - 5x^2 + 5$; $Q = x^4 + 5x^3 + x - 3 + 3x^4 - x^3 + 2x - 2$

Exercice 10 : $(\boldsymbol{polynôme})$

Réduis et ordonne suivant les puissances décroissantes de x et donne le degré du polynôme

$R = 7x^4 + 5x - 4x^2 + 3x^4 - 6x^2 + x$; $S = 5 - x^9 + 7x^3 + 8x^9 - 1 + x^3$

Exercice 11 : $(\boldsymbol{polynôme})$

Développe, réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de x

$T = 2x^3 + 3x + 5x^2(x^2-4) + 10x^2 + 15$; $U = 3(x^3+4) + 5x - (x^3 + 2x^2) - 3(x-2)$

Exercice 12 : $(\boldsymbol{Fraction\ rationnelle})$

On donne la fraction rationnelle : $F = \frac{x^2-1}{-x^2+x+2}$;

1) Justifier que : $(-x+2)(x+1) = -x^2 + x + 2$
2) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de F.

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

3) Simplifie F
4) Calcule la valeur numérique de F pour $x = -2$

Exercice 13 : ($\boldsymbol{Fraction\ rationnelle}$)

1) Factorise le polynôme : $A = 4x^2 - 9$.
2) Développe et réduis le polynôme :$B = (2x + 3)(x - 1)$
3) On donne la fraction rationnelle : $F = \frac{4x^2-9}{2x^2+x-3}$

a) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de F.
b) Simplifie F.
c) Calcule la valeur numérique de F pour $x = -2$

Exercice 14 : ($\boldsymbol{Fraction\ rationnelle}$)

On donne les expressions littérales E et F suivantes :$E = (4x - 1)(5x - 3) - (4x - 1)$ et $F = \frac{(3-2x)^2-4}{2x(x-1)}$

1) Factorise E et le numérateur de F
2) a) Justifie que $E = 20x^2 - 21x + 4$
   b) Calcule la valeur numérique de E pour $x = 1$
3) a) Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe
   b) Simplifie F.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : LIMITES ET CONTINUITES

Exercice 1

f est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x-\sqrt{x+5}}{x^2-1}$

Calculer la limite à gauche et la limite à droite de f en 1 et en -1.

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de la fonction f en x_0 (on calculera éventuellement les limites à gauche et à droite en x_0.

$a)\ f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}, x_0 = 4$; $b) f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}, x_0 = 2$; $c)\ f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}, x_0 = 0$

Exercice 3

Calculer : $a)\ \lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x}+x)\ b)\ \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{(\sqrt{x^2+x}+x)^3}$

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

a) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1}$; b) $f(x) = x + 2 + \sqrt{x^2 - 3x + 1}$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes

a) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sin x}$; $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{x} + \tan x\right)$;c) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x}{x}$; d) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{2x}$; e) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan 2x}{5x}$

f) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{5x}$; g) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan 2x}{\tan 5x}$; h) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x\cos 2x}$

Exercice 6

Dans chacun des cas suivants étudier la continuité de f en x_0

a) $f(x) = 3x^2 - 5x - 7, x_0 = 2$, b) $f(x) = \sqrt{4-x}, x_0 = 4; c)\ f(x) = \frac{3x^2-5x-7}{8x^3-5x+3}, x_0 = 1$

$$d)\ f(x)=\frac{x-4}{x+2}; x_0=-2$$

Exercice 7

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}\ pour\ x>2 \\ f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}\ \ pour\ x\leq 2 \end{cases}$ Etudier la continuité de f en 2.

Exercice 8

Dans chacun des cas suivants, déterminer a pour que f soit continue en x_0

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}, & si\ x\in\mathbb{R}^* \\ f(0)=a & ;\ x_0=0 \end{cases} \quad \begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-x}{x-1}, & si\ x\in\mathbb{R}\setminus\{1\} \\ f(1)=a & ;\quad x_0==1 \end{cases}$$

Exercice 9

Soit la fonction $f: x\longmapsto \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$

7) Calculer la limite de la fonction f en 1.
8) En déduire une fonction g, prolongement par continuité de f en 1.

Exercice 10

1) Calculer les limites suivantes.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{5x-2}-\sqrt{x+1})$; $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{5-x}-\sqrt{1-x})$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{1-x}+2x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2+1})$

2) Calculer les limites en $-\infty$ et en$+\infty$ de la fonction f définie par : $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-2}{1-x}$.

Exercice 11

Dans chacun des cas suivants calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

a) $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$ b) $f(x)=\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1};$ c) $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$; $d)\ f(x)=\frac{x-\sqrt{x^2-3x+1}}{2x+\sqrt{4x^2+x}}$

Exercice 12

Sot f la function numérique définie par:$f(x)=x^3+x+1$

1) Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
2) Déterminer $f([-1;2])$.
3) Montrer que f est une bijection de $[-2;3]$ sur un intervalle J à préciser.
4) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ a une unique solution réelle dans $[-1;0]$
5) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2}près de cette solution.

Exercice 13

Soit $f(x)=x^3+4x^2+6x+1$ définie sur $\mathbb{R}$

Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$.

Donner un encadrement de α à 10^{-1}près.

Exercice 14

On considère la fonction : $f:]-1;+\infty[\to]-4;+\infty[$

$$x\to x^2+2x-3$$

1) Justifier que f est une bijection.
2) Déterminer la bijection réciproque de f.
3) Etablir le tableau de variation de f^{-1}
4) Construire la représentation graphique de f, en déduire celle de f^{-1}.

Exercice 15

Soit $f(x)=\frac{3x-2}{1-x}$ définie sur $R\setminus\{1\}$.

a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
Interpréter graphiquement chaque résultat en termes d'asymptotes.

b) Préciser la position de la courbe par rapport à celle qui est parallèle à (OI).

Exercice 16

Soit $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$définie sur $R\backslash\{1\}$ et $(\mathcal{C})$sa courbe représentative.

a) trouver trois nombres a, b et c tels que pour tout $x \in R\backslash\{1\}; f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (ax + b)]$et interpréter graphiquement le résultat.

c) Étudier la position de $(\mathcal{C})$et la droite $(\mathcal{D})$ d'équation : $y = ax + b$.

Exercice 17

Soit $f(x) = \frac{x^3-2x^2-1}{x^2+1}$ définie sur R et $(\mathcal{C})$sa courbe représentative.

a) trouver quatre nombre réels a, b , c et d tels que pour tout nombre réels $x, f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$

b) En déduire que $(\mathcal{C})$admet une asymptote dont on précisera l'équation.

Exercice 18

Sot$f$ la function numérique définie par:$f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x+3}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe representative dans un repère (O, I, J).

a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définitionD_f.

b) Démontrer que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote vertical don't vous préciserez une equation.

c) Démontrer qu'il existe trois réelsa, b et c tels que pour tout $x \in R\backslash\{-3\}\ f(x) = ax + b + \frac{c}{x+3}$

d) En déduire que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$

Exercice19

Ecris sous la forme a^q $(a \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{Q})$

$a)\ \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$; $b)\ \frac{4\times\sqrt[3]{4}\times2\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}$; $c)\ \frac{\sqrt[5]{2}\times\sqrt{8}}{\sqrt{\sqrt[5]{128}}}$; $d)\ \sqrt{\sqrt{3}} + \sqrt[4]{1875} + \sqrt[4]{243}$

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : DERIVEES ET PRIMITIVES

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, calculer en utilisant, la définition, le nombre dérivé de la fonction f enx_0.

$a)\ f(x) = -3x^2 + 4x + 5, x_0 = 2; b)\ f(x) = \frac{2-3x}{x-2}, x_0 = -\frac{1}{2}$; c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2}, x_0 = 1;$

$$d)\ f(x)\sqrt{2x+5}, x_0 = -\frac{1}{2}$$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0.

$a)\ f(x) = x^2 - 3x - 1, x_0 = -2;\ \ b)\ f(x) = \frac{x^3+1}{x}, x_0 = \frac{1}{3}$; c) $ff(x) = \frac{2-3x}{x-2}, x_0 = 0$;

$d)\ f(x) = \sqrt{2x-3}$, $x_0 = 2.$

Exercice 3

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1 & si\ x < 1 \\ f(x) = \frac{x-1}{x+1} & si\ x \geq 1 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de la fonction f en 1
2) Etudier la dérivabilité de f en 1.
3) Interpréter graphiquement le résultat obtenu

Exercice 4

Etudier la dérivabilité de la fonction définie sur $]-\infty; 2]$ par $f(x) = \sqrt{2-x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu

Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer la dérivée de fonction f.

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$; $f(x) = 5x^3 - 3 + \sqrt{-x^2 + 2}$; $f(x) = (4x^2 - x - 1)^4$; $f(x) = (cosx)^6$

Exercice 6

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $\longmapsto -x^5 + x^3 - 4; b)\ x \longmapsto (x^2 + 1)^4$; $c)\ x \longmapsto (5x + 2)^3(3 - 4x)$;

$d)\ x \longmapsto \frac{x^2+2x+1}{x^2-x-1}$; $e) x \longmapsto \sqrt{x^2 - 3x}$; $f)\ x \longmapsto \frac{\sqrt{x-1}}{3x-2}$

Exercice 7

En utilisant la définition du nombre dérivé, calculer les limites suivantes

$a)\ \lim\limits_{x\longrightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$; b) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$; $c)\ \lim\limits_{x\longrightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+x+3}-3}{x-2}$

Exercice 8

Soit la fonction $f: x \longrightarrow \frac{x^2-3x+1}{x+1}$et $(\mathcal{C})$sa courbe représentative.

1) Déterminer une équation de la tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.

2) Existe-t-il des points de $(\mathcal{C})$où la tangente a pour coefficient directeur -4 ?

3) Existe-t-il des points de $(\mathcal{C})$ où la tangente est parallèle à la droite (Δ)d'équation$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$?

Exercice 9

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x^2+1}$. a et b sont des nombres réels.

1. Déterminer a et b pour que la tangente(T) à la représentation graphique $(\mathcal{C})$ de la fonction f, au point d'abscisse 0 ait pour équation : $y = 3x + 2$.
2. Préciser la position de (T) par rapport à $(\mathcal{C})$.

Exercice 10

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 1}$. On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
3) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un ensemble K que l'on précisera.
4) Soit f^{-1} la bijection réciproque de f. Dresser le tableau de variation de f^{-1}.

a) Donner l'expression explicite de $f^{-1}(x)$ et calculer $(f^{-1})'(x)$

b) En déduire $(f^{-1})'(\frac{3}{2})$

c) Calculer $f(0)$ et en déduire $(f^{-1})'(\frac{3}{2})$

Exercice 11

Déterminer la primitive F de la fonction f vérifiant la condition indiquée :

$f(x) = x^3 - x^2 - 1K = \mathbb{R}$ et $f(0) = 7$; $(x - 3)(x^2 - 3x - 6)^2 K = \mathbb{R}$ et $f(-1) = 9$;

$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} K = \mathbb{R}$ et $f(0) = 1$; $f(x) = \frac{3x}{(x^2+1)^2} K = \mathbb{R}$ et $f(\sqrt{2}) = -2$

Exercice 12

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive de la fonction f sur un intervalle K que l'on précisera.

a) $f(x) = 3x^2 - x + 7$ b) $f(x) = 5x - 2 + \frac{4}{x^2}$ c) $f(x) = (2x^2 + 1)^2$

d) $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x^4}$ e) $f(x) = 3(3x - 2)^3$; $f)\ f(x) = 4x(x^2 - 1)^3$

g) $f(x) = x^3(x^4 - 5)$

Exercice 13

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f sur un intervalle k.

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

a) $f(x) = \frac{3x-1}{(3x^2-2x-1)^5}$ et $K=\left]-\frac{1}{3};1\right[$ b) $f(x) = \frac{2}{(1+x)^4}$ et $K=]-1;+\infty[$;

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ et $K=]0;+\infty[$ d) $f(x) = \frac{3x^2+2}{2(x^3+2x)^3}$ et $K=]-\infty;0[$

Exercice 14

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f sur un intervalle que l'on précisera.

a) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$; b) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-4x-6}}$; c) $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$

Exercice 15

Soit la fonction $f: \longmapsto \frac{x^3-x^2-8x-8}{(x-2)^2}$

1) Déterminer trois nombres réels $a, betc\ telsque$: $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{2\}, f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$

2) En déduire les primitives de f sur $]2;+\infty[$.

3) Déterminer celle qui s'annule en 3.

Exercice 16

Étudier la parité des fonctions suivantes, interpréter chaque résultat.

a) $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2-4}$ sur $\mathbb{R}$\{-2 ;2} b) $g(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$

Exercice 17

Soit $f(x) = \frac{1}{x^2-2x+3}$définie sur $\mathbb{R}$. Montrer que la courbe représentative $(\mathcal{C})$de f admet la droite d'équation $x = 1$ comme axe de symétrie.

Exercice 18

Soit $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ définie sur $\mathbb{R}$ \ {-1}. Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$représentative de f admet le point $\Omega(-1;-2)$comme centre de symétrie.

Exercice 19

Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + x^2 - 9x + 1$ de courbe représentative (Γ) dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}), (unité\ 1\ cm)$.

1. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Calculer $f'(x)$, étudier son signe. Dresser le tableau de variation complet de f sur $\mathbb{R}$

3.a. Ecrire une équation de la tangente (T) à (Γ) en $x_0 = 2$.

b. Etudier la position relative de (T) et (Γ)

4. Démontrer que $\Omega(2;-1)$ est le centre de symétrie de (Γ)
5. Représenter graphiquement (T) et (Γ)
6. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet trois racines $x_1 < x_2 < x_3$. Donner pour chacune d'elles un encadrement à 10^{-1}.

PROBLÈME I

PARTIE A

On considère la fonction polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

a) Étudier le sens de variation de P. En déduire son tableau de variation.

b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une solution réelle unique $\propto$, et que $\propto$ appartient à l'intervalle $]1,6;1,7[$.

c) Montrer que $\forall x < \propto, P(x) < 0$ et $\forall x > \propto, P(x) > 0$.

PARTIE B

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$

1) a) Développer et réduire l'expression $A(x) = (1+x)(x^2-x+1)$

b) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2) Calculer la $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

3) a)-Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b)-Donner une interprétation graphique du résultat.
4) a)-Montrer que pour tout x différent de -1, $f'(x) = \frac{P(x)}{(1+x^3)^2}$
   b)-En déduire le sens de variation de f.
5) Dresser le tableau de variation de f.
6) a) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2(1-\alpha)}{3(1+\alpha^2)}$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2}près
7) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]\propto;+\infty[$
   a)--Montrer que g est une bijection de $]\propto;+\infty[$ vers un intervalle J à préciser.
   b)Calculer $g(0)$ et $(g^{-1})'(1)$.
8) Construire $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f. (Unité graphique 4 cm).

PROBLEME II

Soit la fonction numérique f définie sur $[-2;+\infty[$par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x+4} \text{ si } x < 0. \\ f(x) = -x^2 + 2x + 2 \text{ si } x \geq 0. \end{cases}$$

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$la représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O,I,J). OI=OJ=1,5 cm.

PARTIE A

1) a)- Étudier la continuité de f en 0.
   b)- Démontrer que$(\mathcal{C}_f)$ admet au point d'abscisse 0 deux demi-tangentes dont on précisera les équations.
   c)- Étudier la dérivabilité de f en -2. Interpréter graphiquement le résultat.
   d)- Sur qu'el intervalle f est-elle dérivable?
   e)- Étudier la branche infinie de $(\mathcal{C}_f)$en $+\infty$.
   f)- Démontrer que la droite d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie à $(\mathcal{C}_f)$.
2) a)- Démontrer que le signe de $f'(x)$ est celui consigné dans le tableau ci-dessous.

x	-2		0		1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	‖	+	0	−

b)- En déduire le tableau de variation de f.

PARTIE B

Soit g, la restriction de f à l'intervalle $[1;+\infty[$.

1. a)- Démontrer que g est une bijection de $[1;+\infty[$vers un intervalle K à préciser.
   b)- Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$ et que $2 < \propto < 3$.
   c)- Donner un encadrement de $\propto$ à 10^{-2} près.
   d)- Sans expliciterg^{-1}, dresser son tableau de variation.
   e)- Montrer que pour tout $x \in]-\infty;3]$,$g^{-1}(x) = 1+\sqrt{3-x}$.
   f)- Calculer alors $(g^{-1})'(-1)$.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

Exercice 1

Exprimer chacun des nombres ci-dessous en fonction de $ln2$

$A = ln8$; $B = ln64$; $C = ln\left(\frac{1}{16}\right)$; $D = ln\sqrt{8}$; $E = ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $F = ln\sqrt[4]{32}$

Exercice 2

Calculer $A = \ln\frac{1}{e}$; $B = \ln\sqrt{e}$;$C = \ln e\sqrt{e}$;$D = \ln\frac{\sqrt{e}}{e}$; $E = ln\sqrt[3]{e}$;

Simplifier : $F = \ln e^3 - \ln e^2$; $G = 5\ln\frac{1}{e} + 4\ln e\sqrt{e}$; $H = \ln(e^2+e) - \ln(e^2+2e+1)$

Exercice 3

Simplifier les sommes suivantes :

A= $\ln(\sqrt{e}+1) + \ln(\sqrt{e}-1)$; $B = \ln(2+\sqrt{3}) + \ln(2-\sqrt{3})$; $C = \ln\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$;

$D = \ln(2) + \ln(2+\sqrt{2}) + \ln\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right) + \ln\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$.

Exercice 4

Préciser l'ensemble de définition des fonctions suivantes:

a) $f(x) = \ln(3-x)$; $b)$ $g(x) = \ln(x^2+1)$; $c)$ $h(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-2}$; $d)$ $k(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$;

e) $l(x) = ln|x^2+x-2|$

Exercice 5

Pour chaque fonction, calculer sa dérivée

$f_1(x) = \ln(4-x^2)$ sur $]-2;2[$; $f_2(x) = \frac{1}{1+lnx}$ sur $\left]0;\frac{1}{e}\right[\cup \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$;

$f_3(x) = \ln(x-1) - \ln(x-2)$ sur $]2;+\infty[$; $f_4(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$ sur $]-1;+\infty[$;

$f_5(x) = \frac{lnx}{x}$ sur $]0;+\infty[$; $f_6(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x + 3$ sur $]0;+\infty[$

Exercice 6

Déterminer une primitive sur K des fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x+3}$ $K = \mathbb{R}$; $g(x) = \frac{4x+2}{x^2+x+1} K = \mathbb{R}$; $h(x) = \frac{x}{1-x^2}$ K=$]1;+\infty[$

$i(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$; $K =]0;+\infty[$, e) $j(x) = \frac{1}{x\ln x}$; $K =]1;+\infty[$

Exercice 7

Calculer

$\lim\limits_{x\to 0} x\ln x^3$; $\lim\limits_{x\to+\infty}[x\ln x - (\ln x)^2]$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{lnx^{10}}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\ln x}{x+1}$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x-2}{2\ln x+1}$; $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$.

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{2x}$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x^2-x+1)}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to e}\frac{xlnx-x}{x-e}$

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $(x-2)\ln(x-2) = 0$ b) $\ln(x^2-x-1) = 0$

c) $\ln(x+3) + \ln(x+5) = \ln 15$ d) $\ln(2x+8) - \ln(3x+2) = \ln(x+1)$

e) $\ln^2 x - 6\ln x + 5 = 0$ f) $2\ln^3(x+1) - 9\ln^2(x+1) - 2\ln(x+1) + 9 = 0$

g) $\ln^3 x + 2\ln^2 x + \ln x + 2 = 0$ h) $\ln(2x-e) > 1$; i) $\ln(2-3x) \geq 0$;

j) $\ln(x^2-4) \leq \ln(x+2)$ k) $\ln^2 x + 2\ln x - 15 \leq 0$

Exercice 9

Résoudre sur $\mathbb{R}^2$ le système (S): $\begin{cases} xy = e^{-3} \\ lnx + lny^2 = -1 \end{cases}$

Exercice 10

Soit f une fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = x[\ln(x+1) - \ln x]\ si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

a) Étudier la continuité de f en 0.

b) f est elle dérivable en 0 ? Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 11

Soit $f(x) = \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{3}{2}x + 1$ définie sur $]0; +\infty[$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative.

a) Montrer que la droite (Δ) d'équation : $y = -\frac{3}{2}x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$

b) Étudier la position relative de $(\mathcal{C})$ et de (Δ).

Exercice 12

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \ln(x+1) - \ln(3-x)$

1-a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$

c) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

2-a) Démontrer que $(\mathcal{C})$ coupe l'axe (OI) en un seul point A dont on déterminera les coordonnées.

b) Démontrer que le point B $(0; 1)$ est un centre de symétrie de $(\mathcal{C})$.

c) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en B.

3) Tracer la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de f.

4) Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique dont on précisera un encadrement à 10^{-1} près ;

Problème I

PARTIE A

Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 4 - 8\ln x$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0>} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) Étudier le sens de variation de g, en déduire son tableau de variation.

3) Donner le signe de g sur $]0; +\infty[$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(1 + \frac{4}{x^2}\right)\ln x$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, I, J) unité graphique $1cm$

1) Calculer $f'(x)$. Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

2.a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le dernier résultat.

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.

5) Tracer (T) et $(\mathcal{C})$

PROBLEME II

Partie A

La courbe (Γ) donnée en annexe représente une fonction g définie sur $[0; +\infty[$

La droite (AB) est tangente à la courbe (Γ) en A.

On donne $A(1; 2)$; $B(0 ; 2)$; C(e ; 1-e²).

1)a) Établir une équation de la droite (AB).

b) Par une lecture graphique donner les valeurs de $g(1)$; $g(e)$ et $g'(1)$.

c) Dresser le tableau de variation de g.

2) On suppose que $g(x)$ est de la forme $\begin{cases} g(x) = a + bx^2 + cx^2 lnx \text{ si } x > 0 \end{cases}$

$g(0) = 1$.

où a, b et c sont trois nombres réels.

a) Calculer $g'(x)$ en fonction de b et c.

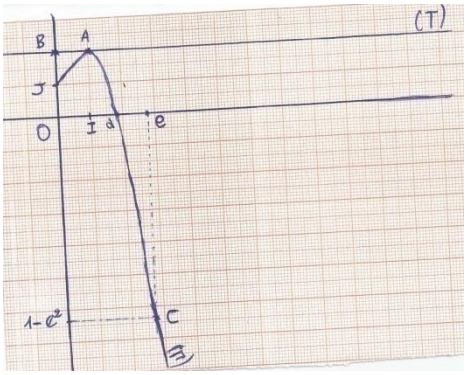
b) A l'aide des résultats précédents déterminer les réels a, b et c.

c) On suppose que a =1 ; b =1 et c = -2.

Justifier qu'il existe un unique réel $\propto$ dans $[1; +\infty[$ tel que $g(\propto) = 0$.

En déduire que $\ln \propto = \frac{1+\propto^2}{2\propto^2}$et vérifier que 1,89< $\propto$< 1,90

a) Déduire de ce qui précède le signe de g(x) sur $[0; +\infty[$.



Partie B.

On considère la fonction f de IR vers IR définie par :$f(x) = 2 + \frac{\ln x^2}{1+x^2}$et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative.

1) a) Justifier que $D_f = IR^*$.

b) Démontrer que f est une fonction paire puis donner une interprétation graphique.

2) a) justifier que la droite d'équation y = 2 est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$.

b) Étudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) sur $]0; +\infty[$

3) Calculer la limite de f en 0 puis interpréter graphiquement le résultat

4) a)Justifier que $f(\propto) = 2+\frac{1}{\propto^2}$

b) Déterminer à partir de la question 2) de la partie A un encadrement de $f(\propto)$ d'amplitude 2.10^{-2}.

5) a) Démontrer que $\forall\, x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2g(x)}{x(1+x^2)^2}$.

b) En déduire le signe de $f'(x)$sur $]0; +\infty[$, puis dresser le tableau de variation de f.

6) Déterminer une équation de la tangente (T)au point d'abscisse 1.

Tracer (T) et construire $(\mathcal{C}_f)$. On prendra $f(\propto) = 2{,}3$.

PROBLEME III

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$par : $f(x) = x + 1 + \frac{x+\ln x}{x^2}$

(C_f)désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J)(Unité graphique 2 cm).

PARTIE A (Etude d'une fonction auxiliaire).

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$par :

$g(x) = x^3 - x + 1 - 2\ln x$.

1)-Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$

2)-On considère le polynôme $P(x) = 3x^3 - x - 2$.

a)-Montrer que $P(x)$ peut se mettre sous la forme $P(x) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.

b)-Étudier le signe de $P(x)$.

3)-Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

4)-Démontrer que pour toutes les valeurs de x strictement positives : $g(x) > 0$.

PARTIE B (Etude de la fonction f).

1)-Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2)-Démontrer que la droite(Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à(C_f) en $+\infty$.

3)-Calculer $f'(x)$et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

4)-Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

5)-Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$ et que $\propto \in]0{,}46; 0{,}47[$.

6)-Déterminer une équation de la tangente(T) à (C_f) au point $A\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

7)-Tracer (C_f).

PARTIE C

Soit la fonction $h : x \longmapsto x + \ln x$

Étudier la fonction h et en déduire que (Δ) coupe (C_h).en un point unique B dont on déterminera l'abscisse β à 10^{-2} près.

PROBLEMEIV

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x} \quad si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) (unité :2cm).

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)$.

7- a) Calculer la limite de g en $+\infty$

b) Démontrer que : $\forall\ x \in]0; +\infty[, g'(x) = \frac{2x(x+1)(1-x)}{(x^2+1)^2}$.

c) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation

8- a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0; +\infty[$ et que $1{,}98 < \alpha < 1{,}99$.

9- b) Justifier que $\forall\ x \in]0; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall\ x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$.

Partie B : Etude de la fonction f.

9- Montrer que la fonction f impaire.

10- a) Justifier que $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2} = 1$ et en déduire que f est dérivable en 0.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

11- a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.

b) En déduire le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$,

c) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha + \frac{1}{\alpha}}$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2}près.

d) En utilisant les propriétés de la parité de f, dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

12- a) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point O.

b) Construire avec soin la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C})$.

Partie C : Etude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $[-\alpha; \alpha]$ et (Γ) sa courbe dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

8- Montrer que h est une bijection de $[-\alpha; \alpha]$ sur un intervalle K à préciser.

9- Soit h^{-1} la réciproque de h et (Γ') sa représentation graphique.

a) Déterminer le plus petit intervalle sur lequel h^{-1} est dérivable.

b) Calculer $(h^{-1})'(0)$ et interpréter le résultat obtenu.

10- a) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

c) Construire dans le même repère que $(\mathcal{C})$ la courbe (Γ'). Justifier votre construction.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET PUISSANCES

Exercice 1

Ecrire plus simplement les expressions suivantes.

$A = e^{ln3}$; $B = e^{-ln5}$; $C = e^{2+ln3}$; $D = e^{1-ln2}$; $E = e^{\frac{1}{2}-ln6}$; $F = ln\sqrt{e^5}$; $G = e^{3ln5}$; $H = \frac{e^{1+ln2}}{e^{2+ln3}}$; $I = e^{ln(x+1)} \times e^{-ln(x-2)}$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $e^{3x+1} = 7$; 2) $e^{x-3} = 1$; 3) $e^{2x-1} = 6$; 4)$e^{-x-4} - 6 = 0$; 5) $e^{x+3} + 2 = 1$; 6) $e^{x+3} + \frac{3}{2} = 2$;

7) $3e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$; 8) $e^{3x+1} + \sqrt{e^{3x+1}} - 6 = 0$; 9) $e^{-3x-1} > 3$; 10) $e^{x-6} > 1$;

11)$e^{2x} - 3e^x + 2 \geq 0$; 12)$e^{2x} + 3e^x + 4 < 0$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 3

Soit le polynôme $P(x) = x^4 + 7x^3 - 7x^2 - 43x + 42$

1) Vérifier que 1 et -3 sont des racines de $P(x)$
2) a) Factoriser $P(x)$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$
3) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{4x} + 7e^{3x} - 7e^{2x} - 43e^{x} + 42 = 0$

Exercice 4

Soit $f(x) = \frac{2e^x}{1-e^x}$ sur $\mathbb{R}^*$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative.

Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

Interpréter ces résultats en termes d'asymptote pour la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 5

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}-2}{e^{3x}+1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 - x + 1)e^{-x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{5-e^{-x}}{1+2e^x}\right)$; $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^{2x}-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to0} \frac{xe^x}{e^x-1}$

Exercice 6

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a) $f(x) = (2x + 1)e^{-x}$; b) $g(x) = \frac{e^{2x}-2}{1-e^{2x}}$;c) $h(x) = \frac{x}{1+xe^x}$;

Exercice 7

Calculer une primitive des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2xe^{3x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

b) $g(x) = \frac{1-e^{-2x}}{2x+e^{-2x}}sur]0; +\infty[$

Exercice 8

Soit $f(x) = \frac{e^x(e^x-1)}{e^x+3}$définie sur $\mathbb{R}$.

a) Déterminer a et b tels que pour tout x réel, $f(x) = ae^x + \frac{be^x}{e^x+3}$

b) Calculer la primitive de f qui s'annule en $x = 0$.

Exercice 9

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{1-e^x} \ pour \ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

a) Montrer que la fonction f est continue en 0

b) Étudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 10

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - x - 4$

On désigne par$(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2) Étudier le comportement de f en $+\infty$.

3-a) Justifier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}$ et donner l'expression de $f'(x)$.

b) Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.

4-a) Démontrer que la droite (D)d'équation $y = -x - 4$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$en $-\infty$.

c) Construire la droite (D)et la courbe $(\mathcal{C})$.

Exercice 11

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $3^x = 1$; 2) $2^{x+1} = 8$; 3) $2^x = 3^{x+1}$; 4) $3^{2x} = 2^{3x}$; 5) $3 + \frac{2}{3^{-x}} = 9^x$; 6) $(x+3)^x = 1$; 7) $2 \times 10^{2x} + 3 \times 10^x - 5 = 0$; $2^{2x+3} - 3 \times 2^{x+1} + 1 = 0$; 9) $4^{3+x} \geq 3^{5x}$; 10) $2^x < 2^{-x}$

Exercice 12

Calculer les limites suivantes

$a)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \pi^x$; $b)\ \lim\limits_{x\to+\infty} 10^{-2x}$; $c)\ \lim\limits_{x\to-\infty} 5^{x^2}$; $d)\ \lim\limits_{x\to-\infty} 3^{\frac{1}{x}}$; $e)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{xe^x}{5^x}$

Exercice 13

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie ci-dessous :

1) $f: x \longmapsto 5^x + 2x$; 2) $f: x \longmapsto \left(\sqrt{5}\right)^x$; 3) $f: x \longmapsto \frac{1}{3^x}$; 4) $f: x \longmapsto -\frac{3^x}{2^{x+1}}$

Exercice 14

Etudier et représenter graphiquement la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x}{3^x}$

Exercice 15

Calculer les dérivées des fonctions numériques f définies par :

1) $f(x) = x\sqrt{x}$; 2) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; 3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$; 4) $f(x) = \sqrt[3]{1+sinx}$; 5)$f(x) = \sqrt[4]{1+x^2}$

Exercice 16

Dans chacun des cas suivants, écrire $f(x)$ sous la forme $x^\alpha [\alpha \in \mathbb{R}]$ et déterminer la dérivée de f.

1) $f: x \longmapsto \sqrt[3]{x^2}$; 2)$f: x \longmapsto x^e\sqrt{x}$; 3)$f: x \longmapsto \frac{x^{0,5}}{\sqrt[4]{x^3}}$; 4)$f: x \longmapsto \frac{x^{-ln3}}{x^{1-e}}$

Exercice 17

Trouver les primitives des fonctions numériques f définies par :

1) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^5}$; 2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}}$; 3) $f(x) = x\sqrt{(x^2-1)^5}$; 4)$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{(x^3-1)^3}}$; 5) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

Exercice 18

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3}{e^x}$; 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} (e^x - x^2)$; 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} (lnx - x^2)$; 4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2^x}{x}$; 5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{lnx}$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x+1)^2 e^x$;

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} x(lnx)^3$; 8) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 e^x$; 9) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^3+1}$

Problème I

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x-1}et\left(\mathcal{C}_f\right)$ sa courbe représentative

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux bornes de D_f

2) Démontrer que la courbe (Γ)d'équation $y = 1 + e^x$est asymptote à $\left(\mathcal{C}_f\right)$ en $+\infty$.

Préciser la position relative de (Γ)et $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

3) Étudier les variations de f et tracer (Γ)et $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

Problème II

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)d'unité 4cm.

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - x^2e^x$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) Déterminer $g'(x)$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$ et montrer que $g'(x) = -x(2+x)e^x$.

3) Déterminer le sens de variation de g, puis dresser son tableau de variation.

4) Démontrer que$\forall\ x\ \in\ ]0;+\infty]$, l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique $\propto$ telle que

$$0{,}70 <\propto< 0{,}71.$$

5) en déduire que $\forall\ x\ \in\ ]-\infty;\propto[,\ g(x)>0$ et $\forall\ x\ \in\ ]\propto;+\infty[,\ g(x)<0.$

Partie B

On considère la fonction f définie par :$f(x)=\frac{x}{1+xe^x}$on désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa représentation graphique.

1) On considère la fonction h définie par : $h(x)=1+xe^x$.

Étudier les variations de h et montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. interpréter graphiquement le dernier résultat.

3)-a) On suppose que f est dérivable et on note f' sa dérivée.

Démontrer que $\forall\ x\in\mathbb{R}; f'(x)=\frac{g(x)}{(1+xe^x)^2}$

b) En déduire le signe de f', puis dresser le tableau de variation de f.

4) Montrer que la droite (Δ)d'équation $y=x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$.

5) Prouver que $f(\propto)=\frac{\propto^2}{\propto+1}$et encadrer $f(\propto)$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

6) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J), tracer $(\mathcal{C}_f)$.

Partie C

soit k la restriction de f à $[\propto;+\infty[$.

1-a) justifier que k est une bijection.

b) Dresser le tableau de variation de la réciproque k^{-1} .

2-a) Prouver que k^{-1} n'est pas dérivable en $\frac{\propto^2}{\propto+1}$

b) Calculer $k(1)$et prouver que k^{-1}est dérivable en $\frac{1}{1+e}$

c) Tracer $(\mathcal{C}_{k^{-1}})$.

Problème III

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique est 2 cm.

On considère la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x)=(2x+4)e^{-\frac{x}{2}}-x.$

On note $(\mathcal{C}_f)$la courbe représentative de la fonction$f$.

Partie A *Etude d'une fonction auxiliaire*

Soit h la fonction numérique dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $h(x)=x+e^{\frac{x}{2}}$

1) Étudier le sens de variation de h.

2) Calculer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.

3) Démontrer que l'équation $h(x)\ =\ 0$ admet dans$\mathbb{R}$ une solution unique $\propto$ tel que$-O,71<\propto<-0{,}70.$

En déduire que : $\forall\ x\ \in\ ]-\infty;\propto[,h(x)<0$; $\forall\ x\ \in\ ]\propto;+\infty[,\ h(x)>0$.

Partie B *Etude de la fonction f*

Pour tout nombre réel x, $f(x)=(2x+4)e^{-\frac{x}{2}}-x.$

1-a) Démontrer que $f(\propto)=-2-\propto-\frac{4}{\propto}$

b) En déduire un encadrement de $f(\propto)$d'amplitude 0,1.

2-a) Pour tout réel x calculer $f'(x)$ et démontrer que $f'(x)=-h'(x)e^{-\frac{x}{2}}$

b) En déduire les variations de f.

3-a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ces résultats

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Démontrer que la droite (Δ)d'équation $y=-x$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$en $+\infty$.

4-a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Construire la droite (Δ)et la courbe $(\mathcal{C}_f)$dans le plan muni d'un repère (O,I,J).

5-a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer pour tout réel x :

$I(x)=\int_0^x (2t+4)\,e^{-\frac{t}{2}}dt$.

b) En déduire en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par$(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ), la droite (OI) et la droite d'équation $x=2$.

Problème IV

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthonormé(O,I,J). L'unité graphique est 2 cm.

On considère la fonction numérique f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x-\frac{1}{2})e^{2x}-4(x-1)e^{x}-2$

On note$(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f.

1- a) Calculer la limite de f en $-\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat

b) Démontrer que pour tout réel non nul $f(x)=xe^{2x}(1-\frac{1}{2x}-\frac{4}{e^x}+\frac{4}{xe^x}-\frac{2}{xe^{2x}})$;

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$puis interpréter graphiquement ces résultats

2- a) Démontrer que $f'(x)=2xe^{x}(e^{x}-1)$

b) Dresser le tableau de variation de f

3-a) Démontrer que la courbe $(\mathcal{C})$coupe l'axe des abscisses en un point dont l'abscisse est $\propto$

b) Montrer que : $-1{,}7<\propto<-1{,}6$.

4.a) Tracer avec soin la courbe$(\mathcal{C})$. On prendra ln2$\approx 0{,}7$

b) Utiliser $(\mathcal{C})$pour donner, suivant les valeurs du réel k, le nombre de solution de l'équation : (E_k): $x\epsilon\mathbb{R}$; $f(x)=k$.

5) Soit la fonction H définie sur $\mathbb{R}$ par : $H(x)=(\frac{x}{2}-\frac{1}{2})e^{2x}+4(2-x)e^{x}$

a) Justifier que la fonction H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction : $x\longmapsto f(x)+2$

b) En déduire sur $\mathbb{R}$, la primitive F de la fonction f, qui prend la valeur -1 en 0

Partie B

Soit $g$la fonction numérique définie par : $g(x)=(x^2-4x)lnx-\frac{1}{2}(x^2-8x+4)\ si\ x>0\ et\ g(0)=0$

On note $(\mathcal{C}_g)$sa courbe représentative dans un nouveau repère orthonormé d'unité 2 cm.

1.a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g

b) Justifier que pour tout réel x strictement positif, $g(x)=f(lnx)$

2.a) Étudier la continuité de g à droite en 0.

b) Étudier la dérivabilité de g à droite en 0, puis interpréter graphiquement le résultat

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)\ et\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$

3) Étudier le sens de variation de g , puis dressé son tableau de variation.

4.a) Déduire de la partie A-3.a), un encadrement de l'abscisse du point d'intersection de$(\mathcal{C}_g)$ avec l'axe des abscisses.

4.a) Tracer avec soin la courbe $(\mathcal{C}_g)$ et la tangente en son point d'abscisse 0.

Problème V

Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2^{x+1} - 4^x$ de courbe représentative $(\mathcal{C})$dans un repère orthonormé (unité 2 cm)

Partie A

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. interpréter graphiquement le dernier résultat

2)-a) Justifier que $f(x)$ peut s'écrire $e^{x\ln 2}\left(2 - e^{x\ln 2}\right)$;

b) Calculer $f'(x)$ et montrer que f' est du signe de $\left(1 - e^{x\ln 2}\right)$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3) Représenter graphiquement $(\mathcal{C})$. (On fera figurer les points d'abscisses -1,0,1, 2).

Partie B

Avec la précision permise par le graphique, résoudre : $(E_1) : f(x) = \frac{3}{4}et(E_2) : f(x) = -2$

2) On se propose de trouver les solutions exactes des équations (E_1) et (E_2).

En posant $X = 2^x$, montrer que :

(E_1) Équivaut à $4X^2 - 8X + 3 = 0$

(E_2) Équivaut à $X^2 - 2X - 2 = 0$

Calculer les solutions exactes de (E_1) et (E_2)

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : CALCUL INTEGRAL

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

$a)\ \int_{-1}^{2} 2x^3 dx\ ;\ b)\ \int_{-1}^{-2} \frac{dt}{t^3}\ ;\ c)\ \int_{2}^{3}(x^3 - 3x^2)\,dx;\ d)\ \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$

Exercice 2(calcul de base)

Calculer les intégrales suivantes.

$a)\ \int_0^1 \frac{2x}{(x^2+1)^2}dx\ ;\ b)\ \int_{-2}^{1} \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}dx\ ;\ c)\ \int_3^6 xe^{-x^2}dx\ ;\ d)\ \int_0^2 \frac{e^x}{e^x+3}dx\ ;\ e)\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\cos x\,dx\ ;\ f)\ \int_{-2}^{1} e^x(e^x-1)dx\ ;$

$g)\ \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \tan x\,dx\ ;\ h)\ \int_1^2 \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx\ ;\ i)\ \int_{\frac{1}{e}}^{e^3} \frac{\ln x}{x}dx;\ j)\ \int_{\frac{1}{e}}^{e^3} \frac{1}{x\ln x}dx\ ;\ k)\ \int_{\frac{1}{e}}^{e^3} \frac{1}{x(\ln x)^2}dx\ ;\ l)\ \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\tan^2 x}{\tan x}dx$

Exercice 3(utilisation de la parité dans le calcul intégral)

Utiliser la parité pour calculer les intégrales suivantes :

$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} x^3\,cosxdx\ ;\ \int_{-1}^{0} \frac{xdx}{x^2+1}\ ;\ \int_{-3}^{3} \frac{1-e^x}{1+e^x}dx\ ;\ \int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{dx}{(cosx)^2}\ ;\ \int_{-2\pi}^{2\pi}(x - sinx)dx\ ;$

Exercice 4(Intégration par parties)

A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

$a)\ \int_0^2 (2x+1)\,e^{2x}dx\ ;\ b)\ \int_2^3 (2x+1)\ln x\,dx\ ;\ c)\ \int_0^{\pi}(x-1)\sin 3x\,dx;\ d)\ \int_1^2 \ln x\,dx;\ e)\ \int_1^e x^2\ln x\,dx;$

$$f)\ \int_1^{e^2} \sqrt{x}\ln x\,dx$$

Exercice 5

Soit $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx$

1) calculer. $I + J$ et $I - J$. En déduire les valeurs de I et J

2) Retrouver les résultats précédents par un calcul direct en linéarisant $\cos^2 x\ et\ \sin^2 x$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 6

On considère les intégrales : $A = \int_0^{\pi} x^2 \cos^2 x \, dx$ et $B = \int_0^{\pi} x^2 \sin^2 x \, dx$

1) Calculer $A + B$
2) Et $A - B$ à l'aide de deux intégrations par partie.
3) En déduire les valeurs de A et B.

Exercice 7

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{2x+5}{(x+1)^2} dx$

1) Déterminer deux nombres réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}, f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$

2) En déduire la valeur de $\int_0^3 \frac{2x+5}{(x+1)^2} dx$

Exercice 8

Sans chercher à calculer l'intégrale, démontrer les encadrements proposés

$a) \ 1 \leq \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq \sqrt{2}$; $b) \ \frac{2}{3} \leq \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} \leq \frac{3\sqrt{2}}{5}$; $c) \ \frac{2\pi}{13} \leq \int_0^{2\pi} \frac{dx}{10-3\sin x} \leq \frac{2\pi}{7}$

Exercice 9(technique du calcul intégral)

Calculer les intégrales suivantes :

$\int_0^1 \frac{3x^2-4x+1}{(x^3-2x^2+x-5)^3} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{3}} sinxcos^3x \, dx$; $\int_1^4 (x-3)e^{x^2-6x+5} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \frac{1}{cosx^2}) e^{tanx-x^2} dx$; $\int_{-1}^0 \frac{2x+3}{x^2+3x+5} dx$;

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} cotanxdx$; $\int_{-1}^0 \frac{\ln(1-x)}{x-1} dx$

Exercice 10

On considère les fonctions f et g définies sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{2} - lnx$ et $g(x) = xlnx - x$.

a. Calculer la dérivée de g. En déduire une primitive F de f sur $]0; +\infty[$
b. Calculer alors l'intégrale $\int_1^e f(x)dx$.

Exercice11

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x$

1. Déterminer les nombres a, b et c tels que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$
2. En déduire l'intégrale $\int_{-3}^0 f(x)dx$

Exercice 12

1) Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x de $]0; +\infty[$, on ait :

$\boldsymbol{f(x)} = \frac{2e^x-3}{e^x-1} = a + \frac{be^x}{e^x-1}$.

En déduire l'intégrale $I = \int_{ln2}^{ln4} \frac{2e^x-3}{e^x-1} dx$.

2) Donner la valeur de I sous la forme $ln\alpha$, où α est un rationnel.

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2lnx}{x} + x - 1$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité $2cm$.

La droite $(\mathcal{D})$ a pour équation $y = x - 1$

3. a. Etudier la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite $(\mathcal{D})$.
   b. Montrer que $(\mathcal{D})$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.
4. Montrer que la fonction G, définie sur $]0; +\infty[$ par : $G(x) = (lnx)^2$, est une primitive de la fonction g définie par $g(x) = \frac{2lnx}{x}$.
5. Déduire des questions précédentes l'aire, en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, la droite $(\mathcal{D})$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 14

Soit $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$définie sur $]0; +\infty[$et sa courbe représentative dans un repère orthogonal (unités : 2cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées).

1) Faire une étude succincte de f. (on remarquera que $(\mathcal{C}_f)$admet la droite(Δ)d'équation $y = 2x$ comme asymptote en $+\infty$)

2) Représenter graphiquement $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ).

3) Colorier le domaine $(\mathcal{D}_1)$défini par$\begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$

Calculer l'aire de $\mathcal{D}_1$en cm².

4)Soit $\propto$ un nombre réel $(\propto > 1)$. Colorier le domaine $\mathcal{D}_\propto$limité par les droites d'équations $x = 1, x = \propto, (\mathcal{C}_f)$ et (Δ). Calculer, en cm².l'aire$\mathcal{A}(\propto)$ de $\mathcal{D}_\propto$. Que peut-on dire de $\lim\limits_{\propto \to +\infty} \mathcal{A}(\propto)$?

PROBLEME I

Partie A

Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$par : $g(x) = -3x^2 + 3 - 2\ln x$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) On note g' la dérivée de g.

a) Montrer que :$\forall\, x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{-2(3x^2+1)}{x}$

b) Étudier le sens de variation de g.

c) Dresser le tableau de variation de g.

3) Calculer $g(1)$.et donner le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$

Partie B

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$par $f(x) = \frac{2\ln x - 1 - 3x^2}{2x}$et $(\mathcal{C}_f)$sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité 1 cm)

1-a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, et montrer que la droite (Δ)d'équation $y = -\frac{3}{2}x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$en $+\infty$.

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de$(\mathcal{C})$et (Δ).

c) Étudier la position relative de $(\mathcal{C})$et (Δ) sur $]0; +\infty[$.

2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2} \forall\, x \in]0; +\infty[$.En déduire le sens de variation de f.

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Représenter $(\mathcal{C})$et (Δ).

Partie C

Soit un nombre réel λ élément de $[\sqrt{e}; +\infty[$.

1) Colorier la partie du plan limitée par $x = \sqrt{e}, x = \lambda, (\mathcal{C}_f)$et (Δ).

2) Calculer, en unités d'aire et en fonction de λ, l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$du domaine colorié précédemment. (on pourra remarquer que $\frac{2\ln x - 1}{2x} = \frac{1}{x}\ln x - \frac{1}{2x}$ pour $x > 0$).

3) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$.

PROBLEME II

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$

$(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère. (Unité 2 cm).

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Partie A

On considère la fonction g définie sur$]0;+\infty[$ par $g(x)+x^2+2-2$

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$;

2-a) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

b) En déduire le sens de variation de g, puis dresser son tableau de variation.

3) Justifier que $\forall\, x \in]0;+\infty[$, $g(x)>0$.

Partie B

1-a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2-a) Démontrer que pour tout $x>0$; $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation.

3-a) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$d'équation $y=x$ est asymptote à $(\mathcal{C})$en $+\infty$.

Préciser la position relative de$(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

b) Déterminer les coordonnées du point A de $(\mathcal{C})$en lequel la tangente est parrallèle à $(\mathcal{D})$.

4-a) Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.

Tracer $(\mathcal{D})$; (T) la tangente en A et construire $(\mathcal{C})$.

5-a) Démontrer que f est une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle K à préciser.

On note f^{-1}la bijection réciproque de f.

b) Calculer $f(1)$, en déduire $(f^{-1})'(1)$;

c) Construire $(\mathcal{C}')$, la courbe de f^{-1}dans le même repère (O,I,J).

6) Calculer l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par $(\mathcal{C})$, la droite $(\mathcal{D})$et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

PROBLEME III

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2-2\ln x$

1) Étudier le sens de variation de g.

2) En déduire le signe de $g(x)$ sur$]0;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction numérique f définie sur$]0;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{1+\ln x}{x}$

On appelle $(\mathcal{C})$la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, I, J) (unité : 2 cm)

1) Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2-a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Montrer que la droite(Δ) d'équation$y=\frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.

c) Déterminer la position de $(\mathcal{C})$par rapport à (Δ) sur $]0;+\infty[$.

Montrer en particulier que(Δ) coupe $(\mathcal{C})$en un point A que l'on déterminera.

3) Étudier le sens de variation de f.

Dresser le tableau de variation de f.

4) Montrer qu'il existe un point B, et un seul, de la courbe $(\mathcal{C})$où la tangente (T) à $(\mathcal{C})$est parallèle à (Δ). Préciser les coordonnées de B.

5) Montrer que l'équation $f(x)=0$ a une solution unique $\propto$ et que $0{,}34<\propto<0{,}35$.

6) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$et les droites (Δ) et (T).

Partie C

On considère la suite numérique (x_n)définie par : $x_n=e^{\frac{n-2}{2}}\ \forall\, n\in\mathbb{N}$

1-a) Montrer que (x_n)est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

b) Montrer que (x_n)est une suite croissante.

2) Pour tout entier naturel n, on pose : $a_n = 4\int_{x_n}^{x_{n+1}} \left(f(x) - \frac{x}{2}\right) dx$.

a) Donner une interprétation géométrique de a_n.

b) Montrer que $a_n = \frac{2n+1}{2}$ pour tout nombre entier naturel n.En déduire que (a_n)est une suite arithmétique.

Problème IV

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O ; $\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$) (unités graphiques $2cm$ sur l'axe des abscisses et $5cm$ sur l'axe des ordonnées).

PARTIE A : Etude de fonctions auxiliaires

5- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = xe^x + 1$.
Etudier le sens de variation de h et démontrer que $h(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

6- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 2 - e^x$

i) Déterminer les limites de g en$-\infty$ et en $+\infty$

j) Etudier le sens de variation de g et dresser le tableau des variations de g

k) Montrer que l'équation $g(x) =$0 admet deux solutions dans $\mathbb{R}$. On notera α et β ces solutions avec $\alpha > \beta$. Prouver que 1,14< α <1,15.

l) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

PARTIE B : Etude de la fonction f et tracé de la courbe $(\mathcal{C})$

19- Déterminer les limites de f en$-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats trouvés.

20- a)Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$

b)En déduire le sens de variation de la fonction f et dresser le tableau des variations de f.

21- a) Etablir que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.

b) En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A2), déterminer un encadrement de $f(\alpha)$d'amplitude 10^{-2}.

22- Etablir une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

23- a) Etablir que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ avec $u(x) = -xe^x - e^x - 1$

h) Etudier le sens de variation de la fonction u. En déduire le signe de $u(x)$.

i) Déduire des questions précédentes la position de la courbe $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T).

24- Tracer $(\mathcal{C})$et (T).

On pourra admettre que $-1{,}85 < \beta < -1{,}84$ *et* $-1{,}19 < f(\beta) < -1{,}18$

PARTIE C : Calcul d'aire

1- Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x+xe^x}{xe^x+1} - 1$, puis en déduire une fonction primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2-Calculer, encm^2, l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe (OI)et les droites d'équations

$$x = 0 \; et \; x = 1$$

Problème V

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2 cm.

Partie A

Le tableau ci-dessous est le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$par
g(x) = $(a + bx)e^x + 2 - 2\ln x$.

x	0		$1 + \infty$
$g'(x)$	‖	−	$-e-2$	−

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 0	$-\infty$

1) Déterminer les réels a et b.

2) **On suppose que $a = 1$ et $b = -1$.**

a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $1{,}35 < \alpha < 1{,}36$

b) En déduire que : $\forall\, x \in]0, \alpha[$, g $(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha; +\infty[$, g $(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{e^x - 2\ln x} \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique.

1) Démontrer que f est continue en 0.

2) f est elle dérivable en 0 ? Justifier votre réponse.

Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Déterminer la limite de f en $+\infty$. interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) On suppose que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on note f' sa dérivée.

Démontrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - 2\ln x)^2} \forall\, x \in]0; +\infty[$. En déduire le signe de f'.

5-a) Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{e^\alpha - \frac{2}{\alpha}}$

b) Déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2. En déduire que 0,42 est une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.

6) Dresser le tableau de variation de f.

7) Construire $(\mathcal{C})$ et préciser ses tangentes aux points d'abscisses respectives 0 et α.

Partie C

4- En effectuant une intégration par parties, calculer en fonction de λ les intégrales $I(\lambda) = \int_1^\lambda xe^{-x}\,dx$ et $J(\lambda) = \int_1^\lambda (x+1)e^{-x}\,dx$.

5- Soit λ un nombre réel supérieur à 1 et on pose $\mathcal{A}(\lambda) = \int_1^\lambda f(x)dx$. En utilisant la question 1) et l'encadrement de $f(x)$: $xe^{-x} \leq f(x) \leq (x+1)e^{-x}$. $\forall\, x \geq 1$, déduire un encadrement de $\mathcal{A}(\lambda)$.

6- On pose $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda) = \ell$. Démontrer que : $\dfrac{2}{e} \leq \ell \leq \dfrac{3}{e}$

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : SUITES NUMERIQUES

Exercice 1

Soit la suite numérique u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4 \end{cases}$

Représenter les 5 premiers termes de la suite u sur l'axe (OI).

Exercice 2

Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n \end{cases}$

Démontrer par récurrence sur n que : $\forall\, n \in \mathbb{N};\ u_n = 4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^n$

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Exercice 3

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \end{cases}$

Démontrer par récurrence, que pour tout n, on a : $0 \leq u_n < 2$

Exercice 4

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2 + \frac{u_n}{2} \end{cases}$

Démontrer par récurrence, que pour tout n, on a : $2 \leq u_n < 4$

Exercice 5

Soit la suite u définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n} \end{cases}$

1) Représenter sur l'axe (OI) les 4 premiers termes de la suite.
2) Démontrer par récurrence sur n que : $\forall\, n \in \mathbb{N}$,$(u_n)$est majorée par 3.
3) Calculer en fonction de u_n: $u_{n+1} - u_n$.
4) En déduire le sens de variation de (u_n).

Exercice 6

On considère la suite numérique (u) définie par : $\begin{cases} u_0 = \sqrt{2} \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2 + \frac{1}{2}u_n \end{cases}$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.

$1-$ Déterminer les valeurs exactes de u_1 et u_2.

$2-$ Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ et de représentation graphique (D).

a) Tracer (D) et la droite (Δ) d'équation $y = x$.
b) Placer u_0 sur l'axe (OI).
c) A l'aide de (D) et (Δ), placer les termes u_1, u_2 et u_3 de la suite u sur l'axe (OI)

$3-a)$ Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n, u_n \leq 4$

Exercice 7

Soit u la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - 4 \end{cases}$

1) Quelle est la nature de la suite u
2) Calculer $u_1\ et\ u_2$
3) Etudier le sens de variation de la suite u
4) Exprimer U_n en fonction de n.
5) Calculer en fonction de n

a) $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots \ldots \ldots + u_n$
b) $S' = u_2 + u_3 + u_4 + \cdots \ldots \ldots + u_n$

Exercice 8

Soit u la suite définie par $\begin{cases} u_1 = 3 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$

1) Quelle est la nature de la suite u
2) Calculer $u_2\ et\ u_3$
3) Etudier le sens de variation de la suite u
4) Exprimer U_n en fonction de n.
5) Calculer en fonction de n : $S = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots \ldots + u_n$
6) Soit la suite v définie par $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, v_n = lnu_n$

a) Montrer que la suite v est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calculer $P = u_1 \times u_2 \times u_3 \times \ldots\ldots\ldots \times u_n$

Exercice 9

Soit la suite définie $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n + 1 \end{cases}$

$1-$ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J), représenter sur l'axe des abscisses les termes U_0; U_1; U_2 et U_3 de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}(Unité\ graphique\ 2\ cm)$.

$2-a)$ Démontrer par récurrence que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par $\frac{5}{2}$.

$b)$ Démontrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

$3-$ Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $V_n = U_n - \frac{5}{2}$

$a)$ Démontrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

$b)$ Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

$c)$ Déterminer la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Exercice 10

Soient(U_n) et (V_n)les suites définies pour tout entier naturel n par : $U_0 = 9, U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3$;

$V_n = U_n + 6$.

1) Représenter les 5 premiers termes de la suite U sur l'axe (OI)

2). Montrer que (V_n)est une suite géométrique à termes positifs.

3.a. Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ puis $T_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$en fonction de n

b. calculer V_n puis U_n en fonction de n

c. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$

4. On définit la suite (W_n)par $W_n = lnV_n$pour tout entier n.

Montrer que la suite(W_n) est une suite arithmétique.

5. Calculer le produit $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$en fonction de$n$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

6.Calculer$Q_n = W_0 + W_1 + W_2 + \cdots + W_n$en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} Q_n$

Exercice 11

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{2}{1+U_n};\ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Démontrer par récurrence que pour tout$n \in \mathbb{N}$, on a : $0 \leq U_n \leq 3$

2) On considère la suite (V_n) définie pour tout$n \in \mathbb{N}$ par $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.

3) Exprimer V_n en fonction de n. En déduire la limite de la suite (V_n)

4) En déduire la limite de la suite (U_n)

Exercice 12

Soit (U_n) telle que $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n ; $U_{n+1} = \frac{-4}{4+U_n}$

Soit (V_n) telle que, pour tout entier naturel n, ; $V_n = \frac{1}{2+U_n}$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.

2. Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout entier naturel n,$U_n = \frac{2}{n+1} - 2$

3. Calculer la limite de la suite (U_n) et celle de la suite(V_n) .

Exercice 13

Le plan est muni du repère orthonormé(O,I,J).

$\{$

On considère la suite numérique $(U_n)_{n\epsilon N}$ définie par :$U_0 = 4$

$$\forall n\epsilon\mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3$$

1). Construire les 5 premiers termes de cette suite sur l'axe des abscisses.

2)a). Démontrer que $\forall n\epsilon\mathbb{N}^*, U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}(U_n - U_{n-1})$.

b). En déduire que : $\forall n\epsilon\mathbb{N}^*, U_{n+1} - U_n = -5\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c). Quel est le sens de variation de la suite (U_n) ?

3)a). Démontrer que $\forall n\epsilon\mathbb{N}^*, U_n + 6 = \frac{1}{2}(U_{n-1} + 6)$.

b). En déduire que $\forall n\epsilon\mathbb{N}, U_n + 6 = \frac{1}{2}(U_0 + 6)\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c). Calculer la limite de la suite (U_n).

Exercice 14

Soit $(U_n)_{n\,\epsilon\,\mathbb{N}}$la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ \forall\, n\,\epsilon\,\mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 4 \end{cases}$

1). Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

a). Tracer les droites (D) et (Δ) d'équations respectives $y = \frac{1}{2}x$+4 et $y = x$ puis construire les quatre premiers termes de la suite (U_n)sur l'axe des abscisses.

b).Utiliser cette construction pour conjecturer le sens de variation et la limite de (U_n).

2). Soit $(V_n)_{n\,\epsilon\,\mathbb{N}}$la suite définie pour tout entier naturel n par : $V_n = U_n - 8$.

a). Démontrer que (V_n)est une suite géométrique.

b). Exprimer (V_n)puis (U_n)en fonction de n.

c). En déduire la limite de la suite (V_n), puis de la suite (U_n).

Exercice 15

Soit $(U_n)_{n\,\epsilon\,\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} U_1 = 1 \\ \forall\, n\epsilon\mathbb{N}, U_{n+1} = 1 + 10U_n \end{cases}$

a). Calculer$U_2, U_3, U_4 et U_5$.

b). Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, $U_n$est la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique que l'on déterminera.

c). En déduire l'expression de $U_n$en fonction de n.

Exercice 16

On considère les suites $(U_n)_{n\epsilon N}$et $(V_n)_{n\epsilon N}$définies par :$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}(U_n)^2 \text{ et } V_n = \ln\left(\frac{3}{2}U_n\right) \end{cases}$ ln désigne la fonction logarithme népérien.

1). Calculer V_0.

2). Démontrer que (V_n)est une suite géométrique de raison 2.

3). Exprimer $V_n$en fonction de n.

4). Calculer la limite de V_n.

5). Exprimer $U_n$en fonction de $V_n$et déduire la limite de (U_n).

6). Pour tout entier naturel n, non nul on pose :

$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots \ldots \ldots \ldots + V_{n-1}$ et $T_n = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \ldots \ldots \times U_{n-1}$

a). Démontrer que : $S_n = (1 - 2^n)\ln 2$.

b). Justifier que : $T_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n e^{S_n}$.

c). Exprimer $T_n$en fonction de n.

Exercice 17

Soit a un nombre réel donné. On considère les suites (U) et (V)définies par :

- $U_0 = 3, U_1 = 5$, et $\forall n \epsilon \mathbb{N}$, $U_{n+2} = \frac{1}{2}(a+1)^2 U_{n+1} + (a-2)U_n$.
- $\forall n \epsilon \mathbb{N}$, $V_n = U_{n+1} - U_n$.

I). On pose : a = 1

1). Démontrer que la suite (V)est constante et donner sa valeur.

2). En déduire que$U$ est une suite arithmétique dont la raison est égale à 2.

3). On pose :$S_n = U_0 + U_1 + \cdots \ldots + U_n$.Exprimer $u_n$puis $S_n$en fonction de n.

II). On pose : $a = -5$.

1). Démontrer que Vest une suite géométrique dont la raison est égale à 7.

2). Exprimer $V_n$en fonction de n.

3). Pour tout entier$n$ supérieur ou égal à 1, exprimer en fonction de n la somme

T_n où $T_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots \ldots \ldots \ldots + V_n$

4). Exprimer $U_n$en fonction de T_n.

5). En déduire que la suite Uest divergente.

Exercice 18

Soit x un nombre réel. On considère les trois réels u, v, w définis par :

$$u = (x^2 - 2x - 1)^2;\ v = (x^2 + 1)^2;\ w = (x^2 + 2x - 1)^2.$$

Montrer que u, v, w sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique

Exercice 19

(u_n)est une suite arithmétique telle que $\begin{cases} u_{35} + u_{39} = 74 \\ u_{18} - u_{13} = 10 \end{cases}$

Déterminer le premier terme $u_0$et la raison r de cette suite.

Exercice 20

$x, y\ et\ z$ sont, dans cet ordre, les trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Calculer ces trois nombres, sachant que leur somme est 9 et la somme de leur carré est 59.

Exercice21

$x, y\ et\ z$ sont, dans cet ordre, les trois termes consécutifs d'une suite géométrique croissante. Calculer ces trois nombres, sachant que leur somme est 63 et la somme de leur carré est $\frac{7}{16}$

Exercice 22

Déterminer trois termes consécutifs d'une suite arithmétique dont la somme des termes est 51 et le produit est 4301.

Exercice 23

Soit (u_n)une suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$

Montrer que la suite (v_n)définie par $v_n = 3^{u_n}$est géométrique

Exercice 24

u_1, u_2, u_3, u_4et $u_5$désignent cinq termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q.

a) Montrer que $u_1 u_5 = {u_3}^2$

b) Déterminer les termes sachant que : $u_1 u_5 = 25;\ u_2 + u_3 + u_4 = \frac{35}{2}$ et $u_3 > 0$.

Exercice 25

La suite (U_n), avec $n \geq 1$, est arithmétique. Déterminer le premier terme U_1 et la raison r sachant que :

$U_7 + U_8 + U_9 = 12$ et $U_4 + U_8 = -4$

Exercice 26

Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique : $S_{15} = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{15}$ sachant que $U_4 = 8$ et $U_7 = -1$.

Exercice 27

La suite (U_n) étant arithmétique, déterminer l'entier n tels que : $U_n = -28$, $U_0 = 5$ et

$$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n=} - 138$$

Exercice 28

La suite (U_n) étant une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$, déterminer l'entier n tel que : $U_O = 4$ et $U_n = \frac{1}{4}$

Exercice 29

Trois nombres x , y et z sont les trois termes consécutifs d'une suite géométrique. Leur produit est $\frac{8}{27}$ et leur somme est $\frac{26}{9}$.

Déterminer ces trois nombres.

Exercice 30

Calculer la somme : $S_{10} = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{10}$ sachant que $U_n = \frac{2^n}{3}$ pour tout entier n.

Exercice 31

Calculer les sommes suivantes : $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots \frac{1}{59049}$ et $R = 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 16384$

Exercice 32

Dans un village de Côte d'Ivoire, vit un très vieil homme, au milieu de ses enfants, petits-enfants, arrière-petits-enfants et arrières-arrières-petits enfants. Chacun d'eux a le même nombre n d'enfants (sauf les arrières-arrières-petits enfants qui n'ont pas encore procréé) et tous sont en vie.

1). Calculer en fonction de n, le nombre de membres de la famille.

2). On suppose que la famille comprend 2801 personnes. Combien le patriarche a-t-il eu d'enfants ?

Exercice 33

Un véhicule coûte 30 000 000 F. Il se déprécie de 20% par an ; c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an.

1). Quelle est la valeur du véhicule au bout de 5 ans ?

2). On suppose que pendant la même période, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 5% par an.

a). Quelle somme l'entreprise doit prévoir pour remplacer le véhicule au bout de 5 ans ?

b). On suppose que le véhicule coûte 30 000 000 en 2014, en quelle année le prix du véhicule doublera ?

Exercice 35

Soit r un nombre réel strictement positif, u le nombre complexe de module r et d'argument $-\frac{3\pi}{4}$.

1- On considère la suite (A_n) de points définie par :

- $A_0 = 0$
- L'affixe de A_1 est i
- $\forall\, n \geq 2, A_n$ est l'image de A_{n-2} par la similitude directe de centre A_{n-1}, de rapport r et d'angle $-\frac{3\pi}{4}$. On désigne par Z_n l'affixe de A_n.

a- Ecrire, pour tout entier naturel n non nul et distinct de 1, une relation entre Z_n, Z_{n-1} et Z_{n-2}.

b- Démontrer que : $\forall\, n \geq 2, Z_n - Z_{n-1} = (-u)^{n-1} i$.

2- Déterminer les éléments caractéristiques de la similitude directe s, qui transforme A_0 en A_1 et A_1 en A_2 .

Exercice 36

On définit les nombres complexes Z_n de la manière suivante : $\begin{cases} Z_0 = 1 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, Z_{n+1} = \frac{1}{3} Z_n + \frac{2}{3} i \end{cases}$

1- Pour tout entier n, on pose $U_n = Z_n - i$

a) Montrer que la suite U est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b)Calculer U_n puis Z_n en fonction de n

2- a)Exprimer en fonction de n la partie réelle (x_n) et la partie imaginaire(y_n) de U_n.

b)Déterminer les limites des suites (x_n) et (y_n) et celle de (U_n).

3- En déduire la limite de la suite (Z_n)

4- Sachant que : $S_n = U_{0+}U_1+U_2 + \cdots + U_n$ et $T_n = Z_{0+}Z_1+Z_2 + \cdots + Z_n$

Calculer S_n puis T_n en fonction de n.

Exercice 37

U est la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = \frac{2}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{n+2}{2\sqrt{2}} \ (\forall\, n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1- Calculer U_1 et U_2.

2- V est la suite définie par :pour tout entier naturel n, $V_n = U_n\sqrt{2} - n$.
Démontrer que la suite V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme V_0.

3- Calculer $V_n\ puis\ U_n$ en fonction de n. Etudier la convergence de la suite U

4- $S_{0,n} = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$. Exprimer $S_{0,n}$ en fonction de n. Etudier $\lim\limits_{n\to+\infty} S_{0,n}$

Exercice38

En testant une certaine lame de verre, on a constaté que la lumière perd $\frac{1}{12}$ de son intensité en traversant cette lame.

Combien doit-on disposer de lames identiques pour que, au travers de l'ensemble, la lumière perde la moitié de son intensité ?

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants vérifier que la fonction f est solution de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle K.

a) $f(x) = e^x + e^{2x}, (E): y'' + y' - 2y = 4e^{2x} et K = \mathbb{R}$

b) $f(x) = e^{-x} + x, (E): y''' + y'' = 0\ et\ K = \mathbb{R}$

c) $f(x) = \frac{2}{x}, (E): y'' + \frac{2}{x}y' = 0\ \ et\ K =]0; +\infty[$

d) $f(x) = \sqrt{2x}, (E): yy' = 1\ et\ \ K =]0; +\infty[$

e) $f(x) = x\ln x - x\ , (E): xy' - y = x\ et\ K =]0; +\infty[$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) et déterminer la solution vérifiant la condition initiale donnée.

a) $(E): y' - 3y = 0\ ety(0) = 2; b)\ 3y' + y = 0\ ety(1) = e$

c) (E) : $y' + y\ln 2 = 0\ ety(1) = 1; d)\ (E)$:$y' = yety(1) = -1.$

Exercice 3

Le plan est muni du repère (O, I, J).

Déterminer la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $2f' + f = 0$ et dont la courbe représentative admet en son point d'abscisse -2 une tangente de coefficient directeur $\frac{3}{5}$

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) et déterminer la solution vérifiant les conditions initiales données.

$a)\ (E): y'' + 2y' + y = 0, y(0) = -1\ ety'(0) = 0 b)\ (E): y'' + 16y = 0,\ \ y(0) = 0\ ety'(0) = -1$

$c)\ (E): y'' - (\ln 2)^2 y = 0, y(0) = 1\ ety(2) = -1\ ; d)\ (E): y'' + 2y' - 3y = 0, y(0) = 3\ ety'(0) = -1$

$e)\ (E): y'' + y' + y = 0, y(0) = -1\ ety(0) = \sqrt{3}.$

Exercice 5

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = e^{-2x}$

1) Vérifier que la fonction $g: x \longmapsto (x+1)e^{-2x}$ est solution sur $\mathbb{R}$ de (E)

2) Démontrer qu'une fonction $f + g$ est solution de (E) si set seulement si la fonction f est solution de l'équation différentielle :$y' + 2y = 0$.

3) En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E).

Exercice 6

On considère l'équation différentielle :(E): $f'' - f' + \frac{1}{4}f = 0$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).

2) Déterminer la solution de (E) qui vérifie les deux conditions suivantes :

-Sa représentation graphique $(\mathcal{C})$passe par le point $M(0;4)$.

-La tangente à la courbe$(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 2 a pour coefficient directeur 0.

Exercice 7

On se propose de résoudre sur $\mathbb{R}$l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' - 8y = -8x^2 - 12x - 18$

1)On désigne par P un polynôme défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$où $a, betc$ sont des nombres réels.

Déterminer a, b et $c$pour que pour tout nombre réel x, P soit solution de (E).

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E') : $y'' + 2y' - 8y = 0$

3-a) démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $f - P$ est solution de (E').

b) En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E), puis celle qui vérifie $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$.

Exercice 8

On se propose de chercher les fonctions f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telles que : pour tout nombre réel x,

$$(E) : f''(x) - 4f(x) = 4(x-1)^2 - 2$$

1)On désigne par g un polynôme défini par $g(x) = ax^2 + bx + c$où $a, betc$ sont des nombres réels.

Déterminer a, b et $c$pour que pour tout nombre réel x, g soit solution de (E).

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E') : $y'' - 4y = 0$

3-a) Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de (E').

b) En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E), puis celle qui vérifie $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$.

Exercice 10

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle$(E) y' + \frac{1}{2}y = 0$.

2) Déterminer la solution qui prend la valeur e pour$x = -1$

3) Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par $g(x) = ax + b$ soit solution de(E') $y' + \frac{1}{2}y = x$.

4-a) Montrer que f est solution de (2) si et seulement si $(f - g)$ est solution de (1)

b) En déduire la forme de toutes les solutions de(2).

c) Déterminer celle dont la représentation graphique passe par l'origine.

Exercice 11

1) Résoudre l'équation différentielle $y'' - 3y' + \frac{5}{2}y = 0$ (1).

2) Soit l'équation différentielle $y'' - 3y' + \frac{5}{2}y = e^{3x}(2)$

a) Montrer que la fonction h définie par $h(x) = \frac{2}{5}e^{3x}$ est solution de (2).

b) On admettra qu'une fonction f est solution de (2) si et si seulement si la fonction $f - h$est solution de (1). En déduire les solutions de (2).

c) Déterminer la solution f de (2) dont la courbe représentative $(\mathcal{C})$dans un repère (O, I, J) passe par le point $A\left(0; \frac{2}{5}\right)$et dont la tangente en$A$ à $(\mathcal{C})$a pour coefficient directeur 2.

Exercice 12

Partie A

(E) désigne l'équation différentielle :$y'' + 2y' + y = 0$.

Déterminer les solutions générales de (E).

2) (E') est l'équation différentielle : $y'' + 2y + y = 2e^{-x}$

a) Vérifier que la fonction$h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2e^{-x}$ est une solution particulière de (E').

b) Démontrer que φest une solution de (E') si et seulement si $g = \varphi - h$ est solutions de (E).
c) Déterminer toutes les solutions de (E')
d) Déterminer la solution f de (E') satisfaisant aux conditions initiales :
$f(0) = 4$ et $f'(0) = 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal. (Unité : 1cm)

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement les deux derniers résultats.

2) Étudier les variations de$f$ et tracer $(\mathcal{C})$avec soin. (On remarquera que $A\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix} \in (\mathcal{C})$et $B\begin{pmatrix}-2\\0\end{pmatrix} \in (\mathcal{C})$).

PROBLEME I

Partie A

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$
1) Soit$h$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $h(x) = 2xe^{2x} + 1$.
Démontrer que h est solution de (E).
2.a)Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $\varphi = f - h$ est solution de (F). :$y' - 2y = 0$.
a) Résoudre (F).
b) En déduire les solutions de (E)
c) Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f(0) = 0$.

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :$f(x) = (2x-1)e^{2x} + 1$
1-a) Déterminer la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
c) Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$et interpréter graphiquement le résultat.
2) Étudier le sens de variations de f, puis dresser son tableau de variation.
3) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$.
4) Construire $(\mathcal{C})$, courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé(O, I, J) (unité graphique : 2cm).

Partie C

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $1 - f(x) \geq 0$.
2) On considère l'intégrale I$= 4\int_0^{1/2}[1 - \mathrm{f}(x)]\mathrm{d}x$.
a) Interpréter graphiquement I puis calculer I.
b) Déterminer l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe$(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) d'équation $y = 1$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : PROBABILITES

Exercice1

Les 50 élèves d'une classe de Tle disposent de deux options sportives, l'athlétisme et la natation. 27 élèves pratiquent l'athlétisme ; 29 élèves pratiquent la natation et 5 élèves ne pratiquent aucun des deux sports.
Chercher le nombre d'élèves qui pratiquent uniquement l'athlétisme, ceux qui pratiquent uniquement la natation et ceux qui pratiquent les deux sports.

Exercice 2

Soit A, B, C les ensembles tels que : $A = \{u; v\}$, $= \{m; n; p; q\}$, $C = \{1; 2; 3\}$
Dénombrer les éléments du produit cartésien $A \times B \times C$ et calculer $card(A \times B \times C)$

Exercice 3

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Les numéros de téléphone d'un réseau téléphonique sont des nombres entiers naturels de 8 chiffres. Quelle est la capacité de ce réseau ?

Exercice 4

Une banque dispose de guichets automatiques où certains clients peuvent faire des retraits d'argent à l'aide d'une carte magnétique. Chaque carte magnétique a un code secret connu seulement du titulaire de la carte. Ce code secret est une suite de quatre chiffres du chiffre décimal.

Exemples de codes : $0375; 7721; 4600$

1) Combien de cartes magnétiques la banque peut-elle distribuer à ses clients ?
2) Combien de cartes magnétiques dont les codes sont composés des chiffres $2; 4; 5; 7$ que la banque peut distribuer à ses clients ?

Exercice 5

On dispose de cinq gâteaux. Chacune des trois personnes en choisit un pour le manger. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercice6

Sur des planchettes de bois mobiles, on écrit les lettres du mot « voyage ». À l'aide de ces planchettes combien peut on écrire de mots de quatre lettres ayant un sens ou non?

Même question pour le mot catalogue.

Exercice 7

Un livreur a dix courses à faire. De combien de manières différentes peut il organiser son travail, s'il veut réaliser les courses dans un ordre quelconque?

Exercice 8

De combien de manière différentes cinq personnes peuvent-elles se ranger sur un rang ?

Si une des cinq personnes doit occuper le centre, combien y a-t-il de manières différentes de les ranger ?

Exercice 9

Un groupe folklorique comprend huit hommes et huit femmes. De combien de façons différentes peut on constituer 8 couples?

Exercice 10

Une association comportant 20 membres dont 12 hommes et 8 femmes, désire former un comité de 5 personnes dans lequel doivent se trouver au moins deux hommes, et 2 femmes. Trouver de combien de façons on peut former ce comité si :

a- Chaque membre de l'association accepte de faire partie du comité

b- Deux hommes refusent d'en faire partie

Exercice 11

Une urne contient 12 boules : 5 rouges, 4 blanches, 3 noires. En supposant l'équiprobabilité du tirage d'une boule quelconque, on demande la probabilité, pour qu'en tirant simultanément quatre boules de l'urne, on obtienne

1) 4 boules rouges
2) Aucune boulle rouge
3) Au moins une boule rouge
4) Une boule rouge, une blanche et deux noires.

Exercice 12

Un sondage effectué dans la commune de Yopougon à propos de la construction du pont de lièvre rouge a donné les résultats suivants :

- 65% des personnes interrogées sont contre la construction du pont.
- Parmi les personnes qui sont contre la construction, 70% sont des conseillers communaux.
- Parmi les personnes favorables à la construction, 45% sont des conseillers communaux.

On note C l'évènement « la personnes interrogée est contre la construction » et F l'évènement « la personne interrogée est un conseiller communal ».

1) Calculer les probabilités $P(C)$, $P(F/C)$
2) Calculer la probabilité de l'évènement F.
3) En déduire $P(\bar{F})$
4) Calculer $P(C/F)$

Exercice 13

La proportion de pièces défectueuses dans un lot de pièces est $0{,}05$. Le contrôle de fabrication des pièces est tel que :

- Si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité de $0{,}96$.
- Si la pièce est mauvaise, elle est refusée avec la probabilité$0{,}98$.

On choisit une pièce au hasard et on la contrôle :

a) Quelle est la probabilité d'accepter une pièce défectueuse ?
b) Quelle est la probabilité d'accepter une bonne pièce ?
c) En déduire la probabilité d'accepter une pièce
d) Une pièce est acceptée, qu'elle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?
e) Qu'elle est la probabilité qu'il ait une erreur de contrôle ?

Exercice 14

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules bleues. On tire simultanément 2 boules de l'urne.
On considère le jeu suivant :
Si on tire une boule rouge, on gagne $100f$
Si on tire une boule bleue, on ne gagne rien.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage simultané de 2 boules associe la somme gagnée en francs.

1) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
2) Déterminer la loi de probabilité de X.
3) Déterminer et représenter la fonction de répartition de X.

Exercice 15

1) On considère une roue de loterie divisée en six secteurs égaux :
Un secteur est rouge, trois sont blancs et deux sont bleus.
Un joueur fait tourner cette roue et regarde la couleur obtenue. Si elle est rouge, il gagne ; si elle est blanche il perd ; si elle est bleue il doit refaire tourner la roue. Si à l'issue de cette deuxième épreuve, la couleur obtenue est rouge, le joueur gagne ; si elle est blanche ou bleue il perd.
Calculer les probabilités suivantes :

i. Probabilité P_1 de gagner dès la première épreuve.
ii. Probabilité P_2 de gagner à l'issue de la deuxième épreuve.
iii. Probabilité P' de gagner la partie.

2) la roue possède maintenant x secteurs égaux (x est un nombre entier supérieur ou égal à quatre) ; un secteur est rouge ; trois sont blancs et les autres sont bleus. Le principe du jeu reste le même que précédemment si le joueur gagne à la première épreuve il reçoit 4 F ; s'il perd à cette première épreuve il verse 2 F, s'il obtient un secteur rouge à la seconde épreuve il reçoit 6 F ; s'il obtient un secteur blanc il verse 1 F et s'il obtient un secteur bleu, il ne reçoit ni ne verse rien.
On appelle X la variable aléatoire réelle, égale à +A si le joueur a gagné A F, à –B si le joueur a perdu B F.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
b) Déterminer en fonction de x, la loi de probabilité de X.
c) Vérifier que l'espérance mathématique de X est E(X) = $\frac{x-12}{x^2}$.
d) Quel doit être le nombre total de secteurs pour que le jeu soit équitable ?
e) Quel doit être le nombre total de secteur pour que E(X) soit maximale ?

Exercice 16

Une population d'élèves comportant 40% de bacheliers a subi un test de recrutement en première année d'une grande école.
Ce test a donné les résultats suivants :
75% des bacheliers sont admis et 52% des non bacheliers sont admis

Partie A

On choisit au hasard un élève de la population. On note :

B l'évènement : « l'élève est bachelier » T l'évènement : « l'élève est admis au test »

A l'évènement : « l'élève est bachelier et est admis au test».

1- Préciser chacune des probabilités suivantes :

a- La probabilité $P(B)$ de l'évènement B

b- La probabilité $P_B(T)$ de T sachant que B est réalisé ;

c- La probabilité $P_{\bar{B}}(T)$ sachant que B n'est pas réalisé.

2- Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égal à 0,3.

3- Calculer la probabilité de l'évènement T ;

4- Déduire des questions précédentes que les évènements B et T ne sont pas indépendants.

5- Démontrer que la probabilité pour qu'un élève admis au test soit bachelier est égal à $\frac{25}{51}$

Partie B

On choisit au hasard 5 élèves de la population étudiée. On note X la variable aléatoire égale au nombre d'étudiants bacheliers et admis au test parmi les 5 choisis.

1- Démontrer que la probabilité pour que 3 seulement des 5 élèves choisis soient bacheliers et admis au test est égal à 0,1323.

2- Calculer l'espérance mathématique et la variance de X**.**

Exercice 17

Partie A

A la salle de jeux de la mairie annexe de Niangon dans la commune de Yopougon se trouve une urne qui contient 3 boules rouges, 3 boules noires, 3 boules vertes et 3 boules jaunes. On tire au hasard et simultanément 3 boules. Toutes les boules étant indiscernables au toucher.

1- Calculer le nombre de tirages possibles distincts.

2- Soit X la variable aléatoire numérique égale au nombre de couleurs présentes dans des tirages.

a- Trouver $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs prises par X.

b- Déterminer la loi de probabilité de X.

c- Justifier que l'espérance mathématique de X est $E(X) = \frac{136}{55}$.

d- Calculer la variance V(X) et l'écart type $\sigma(X)$ de X.

3- Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges présente dans chacun des tirages de 3 boules.

a- Trouver $Y(\Omega)$ l'ensemble des valeurs prises par Y.

b- Déterminer la loi de probabilité de Y.

c- En déduire que la probabilité de l'évènement « $Y \geq 2$ » est égale à $\frac{7}{55}$.

Partie B

Pour gagner au jeu du tirage de la partie A, il est nécessaire d'obtenir au moins 2 boules rouges dans chacun des tirages parmi les trois boules tirées. Mais on estime que 10% des joueurs sont des tricheurs et que la probabilité pour un tricheur de gagner est égale à $\frac{1}{2}$. T et G sont les évènements suivants :

T : « Le joueur est un tricheur »et G : « le joueur gagne le jeu »

1- a. Calculer $P_{\bar{T}}(G)$ c'est-à-dire la probabilité pour un non tricheur de gagner le jeu (***on pourra éventuellement s'aider d'un arbre de probabilité)***

b. Calculer $P(\bar{T} \cap G)$ c'est-à-dire la probabilité d'être à la fois non tricheur et gagner au jeu.

a- Calculer $P(T \cap G)$ c'est-à-dire la probabilité d'être à la fois tricheur et gagner au jeu.

b- Déduire des questions précédentes que la probabilité de gagner au jeu est égale à $P(G) = \frac{181}{1100}$.

2- Un joueur a gagné au jeu. Quelle est la probabilité pour se joueur d'être un tricheur ?

3- On choisit au hasard très d et de façon indépendante 20 joueurs parmi de très nombreux joueurs. Calculer, sous forme d'un nombre décimal d'ordre 3, la probabilité qu'aucun de ces 20 joueurs ne gagne.

Exercice18

Une université propose à ses étudiants trois orientations et trois seulement : Une filière A, une filière B et une filière C. Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois filières et une seule.

- Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B
- Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C.

On sait de plus que :

- 20% des élèves de la filière A sont des filles ;
- 70% des élèves de la filière B sont des garçons ;
- 60% des élèves de la filière C sont des garçons ;

On choisit au hasard un étudiant de cette université.

On note A l'évènement : « l'étudiant est inscrit dans la filière A » ; On note B l'évènement : « l'étudiant est inscrit dans la filière B » ; On note C l'évènement : « l'étudiant est inscrit dans la filière C»

On note G l'évènement : « l'étudiant est un garçon »

1- Calculer les probabilités des évènements A, B et C.
2- Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille.
3- Montrer que P($\bar{G}$)$= \frac{1}{4}$
4- Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A sachant que c'est une fille.
5- L'étudiant, choisit au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A. calculer alors la probabilité que ce soit une fille.
6- On prend cinq (5) étudiants.
   On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de filles parmi les 5 étudiants.
   a- Donner les différentes valeurs prises par la variable aléatoire X
   b- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   c- Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.

Exercice 19

Une urne U contient une boule portant le numéro 1 et deux boules portant le numéro 2. Une urne V contient une boule portant le numéro 4 et n boules portant le numéro 3. On tire au hasard une boule U, une boule de V et on désigne par X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des numéros obtenus par les deux boules.

1- Déterminer en fonction de n la loi de probabilité de X.
2- Calculer en fonction de n l'espérance mathématique de $E(X)$ de X.
3- Déterminer n pour que : $E(X) = \frac{59}{12}$
4- Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle $E(X) < 4{,}8$

Exercice 20

Un livreur de pain qui fait son service à moto, doit servir tous les jours un client à 7 heures précises. La livraison de pain chez ce client est indépendante d'un jour à l'autre.

Habituellement, le livreur met 20 minutes de la boulangerie au domicile de ce client ; mais la mairie à fait installer sur son trajet deux feux tricolores non synchronisés et indépendants.

-s'il arrive à un feu orange, il s'arrête 30 secondes et repart.

-s'il arrive à un feu rouge, il s'arrête 60 secondes et repart.

Pour chaque feu :

-la probabilité d'être vert à l'arrivée du livreur est : $\frac{1}{2}$

-La probabilité d'être orange à l'arrivée est : $\frac{1}{4}$

On note X la variable aléatoire égale au temps mis en minutes par le livreur pour arriver au domicile du client.

1-a) justifier que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{20; 20{,}5; 21; 21{,}5; 22\}$
(Ou pourra éventuellement s'aider d'un arbre des probabilités).

b) Justifier que $P(X = 20{,}5) = \frac{1}{4}$ et $P(X = 21) = \frac{5}{16}$

c) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Calculer l'espérance mathématique de X. interpréter ce résultat.

3) Le livreur part à 06H39 mn de la boulangerie

a) Calculer la probabilité qu'il arrive à 7 Heures précise chez le client.

b) Calculer la probabilité qu'il arrive en retard chez le client.

4) ***Pour cette question, on donnera l'arrondi d'ordre 3 de chaque résultat.***

a) Calculer la probabilité pour que le pain soit livré exactement trois fois à 7 heures précises pendant 10 jours.

b) Calculer la probabilité pour que le pain soit livré au moins une fois à 7 heures précises pendant 10 jours

Exercice 21

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne.
Elle révèle que 40% des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35% des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons.
Sur l'ensemble de la clientèle, 40% choisit de voyager en première classe et le reste en seconde classe.
En fait, 60% des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20% des clients pour raison touristiques voyagent en première classe.
On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client à la même probabilité d'être choisi.
On note :
A l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »
T l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »
D l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »
V l'événement « le client interrogé voyage en première classe ».
Si E et F sont deux événements, on note P(E) la probabilité que E soit réalisé, et P_F (E) la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{E}$ l'événement contraire de E .

1.Déterminer: P(A), P(T), P(V), $P_A(V)$ et $P_T(V)$.

2.a. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.

b. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.

c. En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.

3. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.

4. Soit un entier *n* supérieur ou égal à 2. On choisit *n* « clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante.
On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.

a. Prouver que : $p_n = 1 - 0{,}4^n$.

b. Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0{,}9999$.

Exercice 22

Pour les questions I et II, on donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée par défaut à 10^{-3} près.

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boite cylindrique et le reste dans une boite cubique.

I- Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boite cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisit. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

1- Déterminer la loi de probabilité de X.

2- Calculer l'espérance mathématique de X.

II- Un second jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boites, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard dans la boite choisie. On considère les évènements suivants :

C_1 : « l'enfant choisit la boite cubique » ;

C_2 : « l'enfant choisit la boite cylindrique »

R : « l'enfant prend une bille rouge »

V : « l'enfant prend une bille verte »

1- Représenter par un arbre pondéré la situation correspondante à ce second jeu.

2- Calculer la probabilité de l'évènement R.

3- Sachant que l'enfant a choisit une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boite cylindrique ?

III- L'enfant produit n fois de suite son second jeu, en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place.

1- Exprimer en fonction de n, la probabilité P_n que l'enfant ait pris au moins une bille rouge au cours de ses n choix.

2- Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $P_n \geq 0{,}99$.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1

Donner la forme algébrique de chacun des nombres complexes suivants :

a) $z = (2+i)(1-i) - (3-2i)^2 + (5-i)(5+i)$; b) $z = 3i(2+8i) - 7(5-2i) + (1+2i)^2$;

c) $z = \frac{1}{3+2i}$; d) $z = \frac{1}{2-i\sqrt{3}}$; e) $z = \frac{5+7i}{1+i}$; f) $z = \frac{4-3i}{i}$

Exercice 2

Quel est le nombre complexe conjugué de chacun des nombres complexes suivants

a) $z = 2+4i$; *b)* $z = 1-5i$; *c)* $2i(4-i)$; *d)* $z = (3+i)(-5i+3)$; *e)*$z = \frac{1}{2+i}$; *f)* $z = \frac{3-i}{6i-2}$;*g)* $z = 5; z = 6i.$

Exercice 3

Calculer le module de chacun des nombres complexes suivants

a) $z = 2+4i$; *b)* $z = 1-5i$; *c)* $-7+i$; *d)* $z = -1-3i$; *e)*$z = -6i$;

f) $z = -8$; *g)* $z = \left(\sqrt{2}+i\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+i\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+i\sqrt{5}\right)$; *h)* $z = \frac{1+i}{1-i}$; *i)* $z = \frac{(2-3i)(3+4i)}{(6+4i)(15-8i)}$

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

Au point m d'affixe $z = x+iy$, avec $z \neq \frac{1}{2}$, on associe le point M d'affixe $Z = \frac{z-2}{2z-1}$

1) Exprimer les coordonnées X et Y de M à l'aide des coordonnées x et y de m.

2) Déterminer l'ensemble des points m du plan tels que :

a) Z soit un réel.

b) Z soit un imaginaire pur

c) $|Z| = 1$

Exercice 5

Ecris sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes suivants:

$a = 1+i$; $b = 1-i\sqrt{3}$; $c = \sqrt{3}+i$; $d = i$;

Exercice 6

On donne $z = (1+i)\left(1-i\sqrt{3}\right)$. Ecrire z sous forme algébrique

Écris sous forme trigonométrique chacun des nombre complexes suivants :

(1) $z_1 = 1+\sqrt{3}+i\left(1-\sqrt{3}\right)$; (2) $z_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{1-i}$

Exercice 7

1) Déterminer le module et un argument de définie par :$z_1 = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{2}$; $z_2 = 1-i$; $z = \frac{z_1}{z_2}$

2) En déduire les valeurs exacte de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

Exercice 8

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

On donne les deux nombres complexes définis par : $z_1 = -1 - i;\ z_2 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

1) Écris $\frac{z_1}{z_2}$sous forme algébrique

2) En déduire un module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$

3) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$

Exercice 9

On donne $z = \sqrt{3} + i$

a) Écris z sous forme trigonométrique et exponentielle

b) En déduire z^{2013}

Exercice 10

Déterminer les racines carrées des nombres complexes suivants :

a) $Z = 7 + 24i$; b) $z = 6 - 6i\sqrt{3}$; c)Z=1 + $i\sqrt{3}$; d) $z = -4i$

Exercice 11

On donne les nombres complexes z et u définis par : $z = -8\sqrt{3} + 8i$ et $u = \left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) + i\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)$.

1) Écrire le nombre complexe z sous forme trigonométrique.

Déterminer les racines carrées de z sous la forme trigonométrique.

2) Calculer u^2.

Utiliser ce résultat pour exprimer les racines carrées de z sous leur forme algébrique.

En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et de $\sin\frac{5\pi}{12}$

Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(1) $z^2 + 4 = 0$; $(2)z^2 - 5z + 9 = 0$;(3) $z^2 - z - 2 = 0;\ (4)z^2 - 6z + 9 = 0$;(5) $z^2 + iz + 1 + 3i = 0$

Exercice 13

Soit l'équation (E) : $z^3 + (4 - 5i)z^2 + (8 - 20i)z - 40i = 0$

a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure et la déterminer.

b) Montrer que (E) peut se mettre sous la forme : $(z - 5i)(z^2 + az + b); a, c \in \mathbb{C}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

Exercice 14

Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (11 + 2i)z^2 + 2(17 + 7i)z - 42$

1) Démontrer qu'il existe un nombre réel α solution de l'équation : $P(z) = 0$

2) Déterminer le polynôme Q tel que : $P(z) = (z - \alpha)Q(z)$.

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$.

Exercice 15

Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$ un nombre complexe.

1) Mettre z sous forme trigonométrique

2) Déduire les racines cubiques de z et les représenter

Exercice16

Résoudre et représenter les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) : $z^4 = 8\sqrt{2}(-1 + i)$.

Exercice 17

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - \bar{z} + 2 = 0$.

Exercice 18

A, B, C, D étant des points d'affixes respectives : $\sqrt{3} + 2i;\ \sqrt{3} + i;\ -2i; 1 - i$.Calculer $mes\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right)$

Exercice 19

A, B, C étant des points d'affixes respectives $-1 - i; 2 + 3i; -10 - 13i$. Démontrer que A, B et C sont alignés.

ECOLE WILLIAM PONTY
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50

Exercice 20

A,B,C étant des points d'affixes respectives $-1-i$; $4+i$; $-2+\frac{3}{2}i$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 21

A,B,C étant des points d'affixes respectives 3 ; $3-2\sqrt{3}+2i$; $3-2\sqrt{3}+2i$. Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 22

A,B,C, D étant des points d'affixes respectives$\sqrt{3}-i$; $\sqrt{3}+i$; $-\sqrt{3}+i$; $-2i$. Démontrer les points $A;B;C;D$ sont cocycliques.

Exercice 23

A,B,C étant des points d'affixes respectives $3+i$; $2i$; $2-2i$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en A.

Exercice 24

a est un nombre réel quelconque. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :

$$z^3-\left(ia+2\sqrt{3}\right)z^2+\left(2ia\sqrt{3}+4\right)z-4ai=0$$

1) Déterminer le nombre réel a pour que $-2i$ soit solution de l'équation (E).
2) Déterminer le polynôme complet Q de degré 2 tel que :

$\forall\, z\in\mathbb{C}$, $z^3+\left(2i-2\sqrt{3}\right)z^2+\left(4-4i\sqrt{3}\right)z+8i=Q(z)\left(z-\sqrt{3}-i\right)$.

3) Résoudre l'équation (E). pour $a=-2$
4) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O,I,J),, on donne les points d'affixes respectives :$\sqrt{3}+i$; $-2i$ et $\sqrt{3}-i$.

a) Représenter dans le repère (O,I,J), les points N, M et Q (on prendra 2 cm pour l'unité)
b) T représente le symétrique de M par rapport à (OJ)
Démontrer que le triangle TMQ est rectangle en M.
Démontrer que les points M, Q, N et T sont cocycliques.

Exercice 25

On considère les points $A(i)$; $B(3-i)$ et $C(1+2i)$

1) Place ces points dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 1 cm)
2) Déterminer et construire

a) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z-i|=3$
b) L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z-i|=|z-3i|$
c) L'ensemble des points $M(z)$tels que $|z-3+i|=|z-2-2i|$

Exercice 26

Soit $A(3+i),B(2i),C(2-2i)$

1) placer les points A, B et C et démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.
2) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Placer le point D.
3) Déterminer l'affixe du point E, symétrique de A par rapport au milieu de $[AB]$.

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN

Exercice 1

Déterminer la bijection complexe associée à $S_{(OI)}\circ S_{(OJ)}$. Que peut-on conclure ?

Exercice 2

1) Déterminer l'écriture complexe associée à l'homothétie h de centre $A(1+i)$ et de rapport $-\frac{1}{2}$.
2) Soit $z'=3z+3-i$; Caractériser la transformation du plan h' associée à cette écriture.
3) Déterminer l'écriture complexe associée à $h\circ h'$. Déterminer les éléments caractéristiques de cette transformation du plan.

Exercice 3

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base
REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
ECOLE WILLIAM PONTY
UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL
ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE
21 BP 163 ABIDJAN 21
Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André
225 23 51 52 50
Année scolaire : 2019 -2020

Dans le plan complexe soit les points M et M' d'affixes Zet Z'respectivement tels que :$Z + Z' = 2$
Démontrer que le point M' est l'image du point M par la symétrie S de centre le point I d'affixe 1.

Exercice 4

Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation F dont l'écriture complexe est $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z + 1 + i\sqrt{3}$

Exercice 5

Dans le plan complexe à tout point M d'affixe Z, on associe le point M'd'affixeZ'définie par :$Z' = -3iZ + 2 - i$
Déterminer les éléments caractéristiques de la transformation f du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixeZ'.

Exercice 6

Dans chacun des cas suivants, déterminer la transformation du plan F qui a pour écriture complexe :

$a)\ z' = z + 3i\ ;\ b)\ z' = 2z + 3i\ ;\ c)\ z' = z - 3i\ ;\ d)\ z' = 21z - 6i\ ;\ e)\ z' = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}z\ ;\ f)\ z' = iz + 5\ ;$
$g)\ z' = -2iz + 3i\ ;\ h)\ z' = -iz + 1\ ;\ i)\ z' = -z + 5$

Exercice 7

1) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation F dont l'écriture complexe est $z' = \left(1 + i\sqrt{3}\right)z + \frac{3+i\sqrt{3}}{2}$
2) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $\left|\left(1 + i\sqrt{3}\right)z + \frac{3+i\sqrt{3}}{2}\right| = 1$

Exercice 8

Soit $A(3 + i)$; $B(2i)$, $C(2 - 2i)$

1) Placer les points A, B et C et démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.
2) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Placer le point D.
3) Déterminer l'affixe du point E symétrique de A par rapport au milieu de $[BC]$.

Exercice 9

Dans le plan complexe, on considère le point A d'affixe 2 et les transformations suivantes :

- h est l'homothétie de centre A et de rapport 2.
- r est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

1) Quelle est la nature des transformations $r \circ h$ et $h \circ r$? Pour chacune précisons les éléments géométriques.
2) Donner l'écriture analytique de $r \circ h$.

Exercice 10

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).
Soit $\alpha\ et\ \beta$ deux nombres réels ; $g_{\alpha,\beta)}$ l'application de $\wp\ dans\ \wp$ qui à tout M d'affixe $Z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $Z' = x' + iy'$ tel que $\begin{cases} x' = \alpha x - \beta y - \beta \\ y' = \beta x + \alpha y + \alpha + 1 \end{cases}$

1- Ecrire Z' sous la forme $Z' = aZ + b$ où $a\ et\ b$ sont deux nombres complexes à déterminer en fonction de $\alpha\ et\ \beta$.
2- On prend $\alpha = 0\ et\ \beta = 1$. Précise la nature et les éléments caractéristiques de $g_{(0,1)}$.
3- Déterminer $\alpha\ et\ \beta$ pour que $g_{\alpha,\beta)}$ soit une translation dont on déterminera son vecteur $\vec{u}$.
4- Déterminer $\alpha\ et\ \beta$ pour que $g_{\alpha,\beta)}$ soit une similitude directe de rapport$\sqrt{2}$ d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer alors l'affixe de son centre

Exercice 11

Le plan complexe est muni du repère orthonormé$(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$
On considère l'équation : $\forall\ z\ \epsilon\ \mathbb{C}\ ,\ z^3 + (6 - 5i)z^2 + (1 - 20i)z - 14 - 5i = 0$
1-a) Vérifier que i est solution l'équation (E)
b) Résoudre dans C l'équation (E) : $z^2 + (6 - 4i)z + 5 - 14i = 0$
c) résoudre à partir des questions qui précèdent, l'équation (E)

2) On considère les points A, B et D d'affixes respectives $u = i, v = -2 + 3i$ et $t = -4 + i$

a) Place les points A, B et D dans le repère..

b) Écrire le nombre complexe $Z = \frac{u-v}{t-v}$sous forme trigonométrique.

c) En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.

3) Soit S la similitude directe de centre A qui transforme D en B et B' est l'image de B par S.

a) Justifier que le triangle ABB' est rectangle isocèle en B'.

b) Déterminer l'écriture complexe de S.

c) Calculer l'affixe de B'.

Exercice 12

1) Soit (E) l'équation dans $\mathbb{C}$ suivante : $Z^4 + \left(i - \sqrt{3}\right)Z^3 - iZ + 1 + i\sqrt{3} = 0$

a) Développer, réduire et ordonner le polynôme : $P(Z) = \left(Z - \sqrt{3} + i\right)(Z^3 - i)$

b) Résoudre l'équation (E)

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, I, J)(unité: 4cm)$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$, $\frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ et $-i$

a) Placer les points A, B et C

b) Justifier que le triangle ABC est équilatéral.

3) Soit Ω le milieu du segment $[AC]$ et S la similitude directe de centre Ω qui transforme A en B.

a) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

b) Démontrer que l'image du point O par S est le point C.

Exercice 13

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$

2) Soient K, L, M les points d'affixes respectives : $z_k = 1 + i; z_L = 1 - i;\ z_M = -i\sqrt{3}$

Placer ces points dans le plan muni d'un repère orthonormal directe.$(o, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. Unité graphique 2 cm. On completera la figure dans les questions suivantes

3-a) on appelle N le symétrique du point M par rapport au point L.

Vérifier que l'affixe z_N du point N est : $2 + i\left(\sqrt{3} - 2\right)$.

b) La rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$transforme le point M en le point A et le point N en le point C.

Déterminer les affixes respectives z_A et z_C des points A et C.

Déterminer l'affixe de l'image du point L par cette rotation r.

c) la translation t de vecteur $\vec{u}$d'affixe $2i$ transforme le point M en le point D et point le N en le point B.

Déterminer les affixes z_D et z_B respectives des points D et B

Détermine l'affixe de l'image du point L par cette translation t.

4-a) Montrer que : $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = i$

Que peu on déduire pour le triangle ABC?

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

NIVEAU : $2^{nde}A$

CE : Mathématiques

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

Ministère de l'Education Nationale et de la Formation de Base

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION – DISCIPLINE –TRAVAIL

ECOLE WILLIAM PONTY

ENSEIGNEMENT GENERAL TECHNIQUE PROFESSIONNELLE

21 BP 163 ABIDJAN 21

Bd Principal, après la Pharmacie Keneya, non loin de la Cathédrale Sainte André

225 23 51 52 50

Année scolaire : 2019 -2020

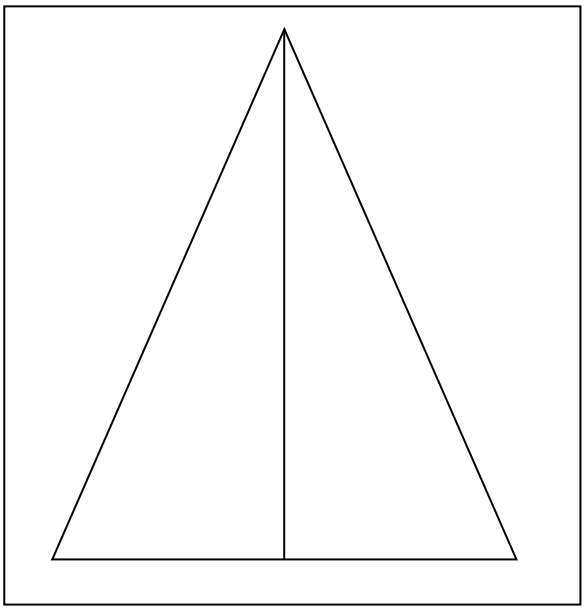
Durée : 02 heures

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont un objectif majeur en mathématiques et entre pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices scientifiques est autorisé.

Exercice2

Comme l'indique la figure ci-contre, ABC est un triangle, le cercle $(\mathcal{C})$de centre O et de rayon 4 est le cercle inscrit tangent en I à (AB). On a IA = 8 et IB = 6.



1) a) Calculer : $sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right)$ et $cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right)$

b) Déduire que $sin(\hat{A}) = \frac{4}{5}$ et $cos(\hat{A}) = \frac{3}{5}$

2) De même, calculer sinbBetcosbB.

3) a) Démontrer que : cos bC= cos(bA+bB) et sin bC= sin(bA+bB)

b) En déduire cos bCet sin bC

c) En déduire les valeurs exactes de CA et CB.

p