# PROGRAMME D'ETUDE DE LA CLASSE DE 2$^{nde}$ A&B

## SA N°1 : ORGANISATION DES DONNEES

1- Proportionnalité
2- Fonction numérique d'une variable réelle
3- Suites numériques
4- Dénombrement

## SA N°2 : LIEUX GEOMETRIQUES

1- Nombres réel
2- Calculs dans $\mathbb{R}$
3- Equation du premier degré dans $\mathbb{R}$
4- Inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$
5- Equation linéaire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
6- Système d'équation linéaire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
7- Etude et représentation graphique de fonctions

*Auteur :*

***Adekoulé Emmanuel* ILEDI**

*Professeur Adjoint*

Professeur permanent au CSP ACADEMIA/Parakou
Tel : (+229) 67 39 92 89/ 65 30 63 76
E-mail : iledi.emmanuel@yahoo.fr

*Version* : **Septembre 2020**

# SA N°1 : ORGANISATION DES DONNEES

Situation de départ : Zoé et les mathématiques.

Au premier trimestre de l'année scolaire, Zoé a eu sept notes en mathématiques dont la moyenne est 13,50/20. Zoé attend un dernier devoir du trimestre et compte obtenir une note qui lui permettra d'avoir en mathématiques une moyenne trimestrielle supérieure ou égale à 14/20.

Le texte ci-après est celui d'une partie de l'un des exercices proposés pour ce devoir :

« Les dimensions d'un champ rectangulaire sont telles que, si on augmente la longueur et la largeur de 2m, la superficie du champ augmente de 84 $\mathrm{m}^2$, tandis que si l'on augmente la largeur de 3m et diminue la longueur de 5m, la superficie diminue de 31$\mathrm{m}^2$. Pour obtenir ce champ rectangulaire, le lotissement a été réalisé avec 40% de la superficie initiale. A côté de ce terrain, il y a un terrain carré ayant la même superficie ».

Zoé veut bien connaître les dimensions du terrain initial et voudrait représenter le terrain rectangulaire et le terrain carré.

Après la correction du devoir, neuf élèves ont reçu les notes suivantes : 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18. Avant l'administration de ce devoir, le professeur a repositionné les 38 élèves de cette classe.

Tâche : Tu vas te construire des connaissances nouvelles en mathématique. Pour cela tu auras à :

**Consigne**

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chaque problème posé ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés ;
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes ;
- Améliorer au besoin ta production.

**Activité 0**

- Lis le texte de la situation de départ ;
- Reformule le problème ou la situation problème en tes propres termes ;
- Formule tes questions et exprime toutes les idées que t'inspire la situation de départ

## Séquence n°1 : Proportionnalité

**Activité 1.1**

Suite à l'analyse des notes obtenues par les élèves dans le trimestre, le professeur réalise le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 6 | 8 |
| 4 | 12 | 16 |

### 1.1 Reconnaissance et définition d'un tableau de proportionnalité

**Consigne 1.1**

Existe-il une relation entre les nombres de la première ligne et ceux de la seconde ligne de ce tableau? Si oui, précise-la.

**Consigne 1.2**

On donne les tableaux $(T_1)$ et $(T_2)$ ci – dessous :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 8 | 13 |
| 12 | 15 | 24 | 52 |

$(T_1)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 11 | 15 |
| 25 | 45 | 55 | 75 |

$(T_2)$

1. Des tableaux $(T_1)$ et $(T_2)$, lequel est un tableau de proportionnalité?
2. Précise les rapports (ou coefficients) de proportionnalité.

**Définition**

$a, b, c$ $et$ $d$ sont des nombres réels non nuls.

•

| | |
|---|---|
| $a$ | $c$ |
| $b$ | $d$ |

Dire que le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité signifie que $ad = bc$.

- Le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première ligne à la seconde ligne est le nombre réel $k$ tel que $= \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.

$\times k$

| | |
|---|---|
| $a$ | $c$ |
| $b$ | $d$ |

$b = a \times k$ $\quad d = c \times k$ $\quad a = \frac{b}{k}$ $\quad c = \frac{d}{k}$

### 1.2 Complément d'un tableau de proportionnalité

**Consigne 1.3**

Complète le tableau suivant pour qu'il soit un tableau de proportionnalité :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | | 10 | | | 8 | | 20 | 16 | 32 | |
| 25 | | | 40 | 2,5 | | 1 | | | | 0,5 |

**Retenons**

| | |
|---|---|
| | $c$ |
| $b$ | $d$ |

Pour déterminer l'élément manquant du tableau de proportionnalité ci-dessus, on peut calculer le produit

$bc$, puis diviser le résultat par $d$.

### 1.3 Partage proportionnel

**Consigne 1.4**

Ali et Fatou âgées respectivement de 9ans et de 5ans ont hérité de leur père une somme de 268 800 F. Sachant que la part de chacun est proportionnelle à son âge, détermine la part de chacun

**Activité 1.2**

Pour une meilleure représentation du terrain, Zoé voudrait déterminer les dimensions du terrain. Pour cette raison il désigne par $L$ la longueur et $l$ la largeur du terrain rectangulaire tels que $\begin{cases} L + l = 40 \\ 3l - 5L = -16 \end{cases}$

### 1.4 Echelles

**Consigne 1.5**

Calcule la longueur et la largeur du terrain rectangulaire. Reproduis et complète le tableau suivant concernant la représentation de la montagne à l'échelle $\frac{1}{500}$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Distances reelles en m | 23 | 17 | 40 | | |
| Distances réelles en cm | | | | 80 | |
| Distances sur la représentation en cm | | | | | 4 |

**Retenons**

Pour établir des cartes géographiques ou réaliser des plans, on utilise une échelle.

La distance sur la carte et la distance réelle sont proportionnelles.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la distance réelle à la distance sur la carte.

On a : $\boldsymbol{Echelle = \frac{distance\ sur\ la\ carte}{distance\ réelle}}$

**Exemple**

Sur un dessin sur lequel 17 $mm$ représentent 0,85$m$, l'échelle est : $e = \frac{17}{850} = \frac{1}{50}$.

**Consigne 1.6**

Sur une carte randonnée, on peut lire « 1 cm pour 500 m »

1. Quelle est l'échelle de cette carte ?
2. Quelle est la distance sur la carte entre deux points distants réellement de 30 km? 7 km?
3. Quelle est la distance réelle entre deux points distants sur la carte de 1 mm? 5 cm?

### 1.5 Pourcentages

**Activité 1.3**

Zoé veut connaître la superficie du terrain avant et après le lotissement.

#### 1.5.1 Pourcentage d'une quantité

**Consigne 1.7**

Calcule :

(a) le pourcentage du terrain qui lui reste.
(b) la superficie du terrain avant le lotissement.

**Retenons**

Pour déterminer $k$% d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{k}{100}$.

**Application 1.1**

Sur un sachet de 200 grammes de café, on peut lire : 30% arabica et 70% robusta.
Quelle est la masse de chacune des deux variétés ?

#### 1.5.2 Augmentation, réduction de $k$%

**Consigne 1.8**

Le prix d'une tonne de ciments a augmenté de 30% en dix ans. La tonne de ciments coutait initialement 70000 F. Quel est son nouveau prix ?

**Retenons**

- Pour déterminer la valeur d'un objet après une remise (ou une réduction) de $k$%, on multiplie sa valeur initiale par $\left(1 - \frac{k}{100}\right)$.
- Pour déterminer la valeur d'un objet après une augmentation de $k$%, on multiplie sa valeur initiale par $\left(1 + \frac{k}{100}\right)$.

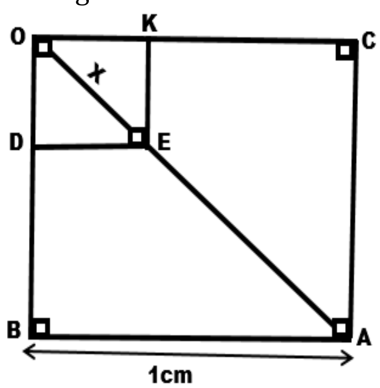
**Application 1.2**

Sur un réfrigérateur valant 32.000F, le commerçant consent de 15%, si l'acheteur paie comptant. Quel est le prix au comptant ?

## Séquence n°2 : Fonction numérique d'une variable réelle

**Activité 1.4**

Pour aider Zoé à trouver une formule mathématique à la base des carrés, l'un des amis de Zoé dessine un carré de côté 1 cm et place les points O et A comme l'indique la figure ci-dessous :




Il choisit ensuite une position située à la longueur $x$ de O et dessine un carré de diagonal $OE = x$. Il définit de ce fait une correspondance qui à une position $x$ de la diagonale [OA], on associe l'aire $A(x)$ du carré correspondant.

### 1.1 Reconnaissance et définition d'une fonction

**Consigne 2.1**

1. Calcule OA.
2. Détermine le côté du carré de diagonale $x$
3. Détermine l'aire $A(x)$ en fonction de $x$.
4. Quel est l'ensemble des valeurs possibles de $x$ ?
5. Quel est l'ensemble des valeurs possibles de $A(x)$?
6. Comment appelle-t-on la correspondance ainsi définie ?

**Définition**

Soit A et B deux ensembles non vides.
On appelle fonction $f$ définie de A vers B, toute correspondance, qui à chaque élément de A on associe un ou zéro élément de B. On note :

$$f: \begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ x \longmapsto f(x) \end{array}$$

**Vocabulaire**

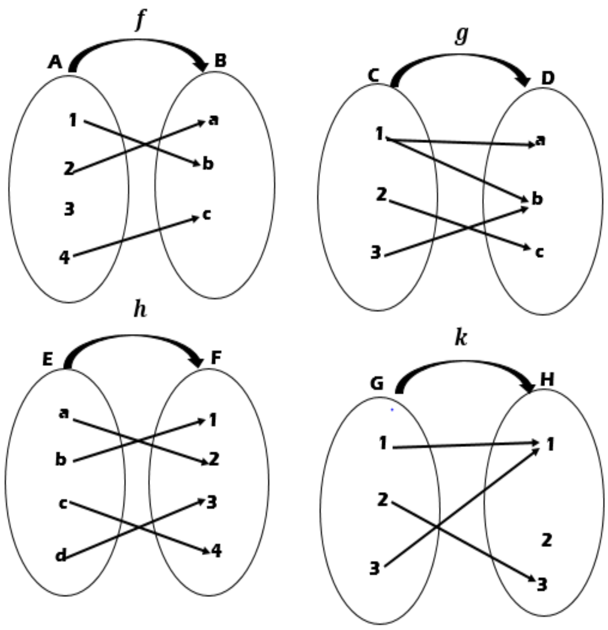
$f$ est la fonction définie de A vers B qui à $x$, on associe $f(x)$.
A : est appelé ensemble de départ de $f$ ;
B : est appelé ensemble d'arrivée de $f$;
$x$ : est appelé la variable ou antécédent selon le cas ;
$f(x)$ : image de $x$ par $f$ ou l'expression de $f$.

Lorsque $v = f(u)$, on dit que $v$ est l'image de $u$ par $f$ et que $u$ est l'antécédent de $v$ par $f$.
Lorsque $B \subset \mathbb{R}$, on dit que $f$ est une fonction numérique.
Lorsque $A \subset \mathbb{R}$, on dit que $f$ est une fonction d'une variable réelle.
Lorsque $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$, on dit que f est une fonction numérique d'une variable réelle.

### 1.2 Reconnaissance d'une fonction à partir d'une correspondance

**Consigne 2.2**

On considère les correspondances $f, g, h$ et $k$ suivantes :




Complète par $f, g, h$ ou $k$ le tableau suivant :

| Correspondances qui sont des fonctions | Correspondances qui ne sont pas des fonctions | Correspondances qui sont des fonctions à variable réelles | Correspondances qui sont des fonctions numériques |
|---|---|---|---|
| | | | |

### 1.3 Domaine de définition d'une fonction numérique à variable réelle.

**Consigne 2.3**

En te référant à la consigne 1.2 de l'activité 1.1, où on suppose que $f$ et $h$ sont des fonctions,

1. Dans le cas de $f$, dresse l'ensemble des éléments de E qui ont une image dans F.
2. Dans le cas de $h$, dresse l'ensemble des éléments de A qui ont une image dans B.

**Définition :** *Ensemble de définition*

$f$ est une fonction définie d'un ensemble A vers un ensemble B.
On appelle ensemble de définition de $f$ l'ensemble des éléments de A ayant une image par $f$.
On note souvent $D_f$ l'ensemble de définition de $f$.

**Retenons**

Soit $P$ *et* $Q$ deux fonctions polynômes et $D_f$ l'ensemble de définition de $f$. $f$ une fonction définie d'une partie A de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ :

$$f: \begin{array}{l} A \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto f(x) \end{array}$$

- Si $f$ est sous la forme $f(x) = P(x)$, alors on a :
$$D_f = \{x \in A \,/ f(x) \text{ existe dans } \mathbb{R}\}$$
- Si $f$ est sous la forme $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, alors on a :
$$D_f = \{x \in A \,/ Q(x) \neq 0\}$$
- Si $f$ est sous la forme $f(x) = \sqrt{P(x)}$, alors on a :
$$D_f = \{x \in A / P(x) \geq 0\}$$

- Si $f$ est sous la forme $f(x) = \frac{\sqrt{P(x)}}{Q(x)}$, alors on a :
$$D_f = \{x \in A \,/ P(x) \geq 0 \;\; et \;\; Q(x) \neq 0\}$$
- Si $f$ est sous la forme $(x) = \frac{P(x)}{\sqrt{Q(x)}}$, alors on a :
$$D_f = \{x \in A / Q(x) > 0\}$$
- Si $f$ est sous la forme $(x) = \sqrt{\frac{P(x)}{Q(x)}}$, alors on a :
$$D_f = \left\{x \in A / \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \;\; et \;\; Q(x) \neq 0\right\}$$

**Consigne 2.4**

Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions définis par :

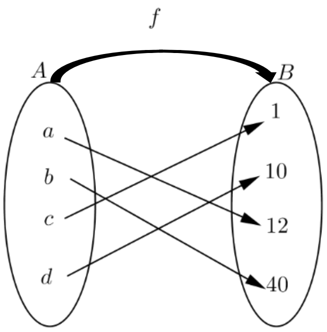
$f: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^2 - x + 3 \end{array}$ ; $g: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{2x}{x-1} \end{array}$ ; $h: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt{2-x} \end{array}$

$u: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{\sqrt{2-x}}{x^2} \end{array}$ ; $v: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{x^2-x+3}{\sqrt{2x+4}} \end{array}$ ;

### 1.4 Image – Antécédent d'un nombre réel par une fonction

**Consigne 2.5**

On la fonction suivante :




1. Quelle est l'image de $b$ par $f$ et l'antécédent de 12 par $f$?
2. On considère les fonctions numériques $u$ et $v$ telles que :
$u: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{x+1}{x-1} \end{array}$ et $v: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{1}{x^2} \end{array}$
(a) Calcule l'image par $u$ de 0 ; 3 et $\sqrt{2}$.
(b) Détermine l'antécédent par $u$ de 2.
(c) Détermine les antécédents par $v$ de $\frac{1}{4}$.

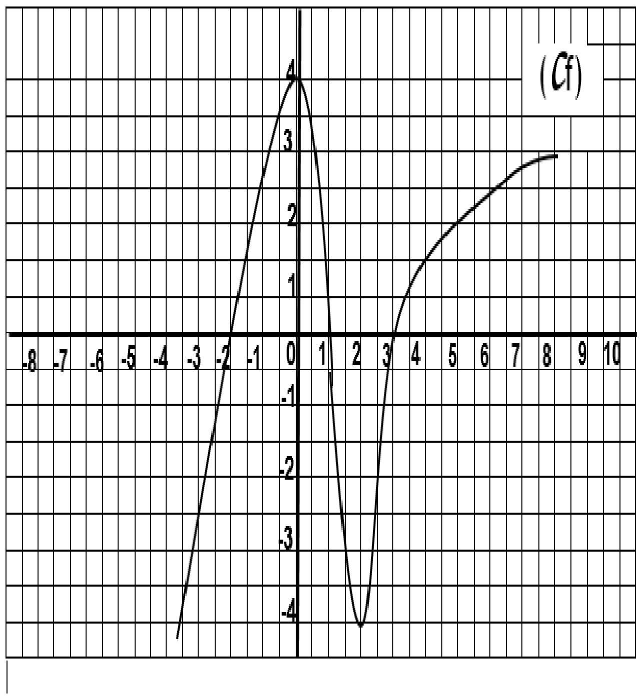
**Retenons**

Soit $f$ une fonction de domaine de définition $D_f$.
Un nombre réel $x$ admet d'image par $f$ si et seulement si $x \in D_f$.

### 1.5 Détermination graphique d'image et d'antécédent d'un nombre réel par une fonction

**Consigne 2.6**

La représentation graphique ci-dessous est celle d'une fonction




Détermine graphiquement :
(a) l'image par $f$ des nombres : -2 ; 0 et 2.
(b) le ou les antécédent(s) par $f$ des nombres : -4 ; 0 et 4.

**Retenons**

- Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre réel $a$ par une fonction $f$, on trace la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $x = a$.
L'image de $a$ est l'ordonnée du point d'intersection de $(\mathscr{D})$ et $(C_f)$.
- Pour déterminer graphiquement le ou les antécédent(s) d'un nombre réel $b$ par une fonction $f$, on trace la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = b$.
Les antécédents de $b$ sont les abscisses des points d'intersection de $(\mathscr{D})$ et $(C_f)$.

### 1.6 Représentation graphique d'une fonction

**Consigne 2.7**

Le plan est muni du repère orthonormé (O ; I ; J). On considère la fonction suivante :

$f: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto -x+1 \end{array}$ et la droite $(\mathscr{D}) : y = -x + 1$

1. Construis $(\mathscr{D})$.
2. Dis ce que représente l'ensemble des points $M(x\,;y)$ pour la fonction $f$ ?
3. On considère la fonction $g(x) = \sqrt{x-1}$ et $(C_g)$ sa courbe représentative sur l'intervalle [1 ; 8]
(a) Justifie que $g$ est définie sur l'intervalle [1 ; 8].
(b) Remplis le tableau ci – dessous :

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | | | | |

4. Trace la courbe représentative $(C_g)$.

5. Les points A(5 ; 2) et B(7 ; $\sqrt{6}$) appartienne à $(C_g)$ car $g(5)$=2 et $g(7)$= $\sqrt{6}$.
   (a) Quelle est l'ordonnée du point de $(C_g)$ qui a pour abscisse 3,8 ?
   (b) Les points C(3 ; $-2$) et D(10 ; $\sqrt{3}$) appartiennent – ils à $(C_g)$ ?

**Définition**

$f$ est une fonction numérique d'une variable réelle, d'ensemble de définition $D_f$.
On appelle représentation graphique de $f$ ( ou courbe représentative de $f$), l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ du plan tels que : $x \in D_f$ et $y = f(x)$.
On note souvent $(C_f)$ la représentation graphique de $f$.

**Consigne 2.8**

Le plan est muni d'un repère (O,I; J) ; $(C_f)$ est la représentation graphique de la fonction $f$ définie par :

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{x-2}{x+1} \end{array}$$

1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction $f$.
2. Vérifie si A(0; $-2$) ; B($-1$; 3) et C(3; 2) appartiennent à $(C_f)$.
3. Détermine les coordonnées des points K et P de la courbe représentative $(C_f)$ d'abscisses respectives $x_K$= 5 et $x_P$ = 2.

### 1.7 Égalité de deux fonctions

**Consigne 2.9**

Soient les fonctions numériques suivantes :

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad$ $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto x + 2$ $\qquad$ $x \mapsto \frac{x^2-4}{x-2}$

1. Détermine $D_f$ et $D_g$.
2. Soit I l'intersection de $D_f$ et $D_g$.
   (a) Détermine I.
   (b) Montre que pour tout $x$ élément de I,
$$f(x) = g(x)$$

**Définition**

Les fonctions $f$ et $g$ définies sur un ensemble E sont dites égales sur E (ou qu'elles coïncident sur E), lorsque pour tout élément $x$ de E, $f(x) = g(x)$.

**Consigne 2.10**

On considère les fonctions $f$ et $g$ suivantes :

$f(x) = \frac{8x^2+4x}{4x}$ et $g(x) = 2x + 1$.

1. Détermine le domaine de définition de $f$ et de $g$.
2. Fais la représentation graphique de $g$ et de $f$ dans un même repère orthonormé (O ; I ; J).
3. Justifie que $f$ et $g$ sont deux fonctions égales sur un intervalle à préciser.

**Application 1.3**

Vérifie si les fonctions suivantes sont égales

1. $f(x) = \sqrt{x^3}$ et $g(x) = x$
2. $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$

# Séquence n°3 : Suites numériques

**Activité 1.5**

Zoé observe les notes obtenues par les neuf élèves après la correction du devoir et constate que les huit (09) notes ci-après suivent une certaine logique qu'il cherche à connaître: 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 et 18.

### 2.1 Reconnaissance d'une suite numérique

**Consigne 3.1**

1. Comment trouver une note à partir de la note précédente?
2. Comment appelle-t-on une telle fonction ?
3. Comment appelle-t-on la quantité qu'il faut ajouter à une note pour trouver la note suivante ?

### 2.2 Définition d'une suite numérique

**Consigne 3.2**

Pour encourager son enfant à plus de travail, un père dit : « A partir d'aujourd'hui tu prendras comme argent de petit déjeuner le double de la somme que tu as pris la veille ».
Sachant que le 1er jour l'enfant a pris 500F, Complète le tableau suivant :

| Jours | 1er jour | 2e jours | 3e jour | 4e jour |
|---|---|---|---|---|
| Somme prise(en FCFA) | 500 | | | |

**Définition**

On appelle suite numérique, toute fonction de ℕ (ou d'une partie de ℕ) vers ℝ

**Notation et vocabulaire**

Soit E l'ensemble de définition d'une suite numérique $U$.

**Notation fonctionnelle**

$$U : \begin{array}{l} E \longrightarrow \mathbb{R} \\ n \longmapsto U(n) \end{array}$$

**Notation indicielle**

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou plus simplement $U(n)$ est appelé terme d'indice $n$ ou terme général.
Le $n^{ième}$ terme est appelé terme de rang $n$

**Exemple** : Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique définit par $\quad U_n = 2n + 5$

#### 2.2.1 Suite définie par une formule explicite

**Définition**

Une suite définie par une formule explicite est une suite dont son terme général est fonction du rang $n$.

**Exemple** : Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$la suite définie par $U_n = \frac{4n-1}{n}$

**Consigne 3.3**

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définit par $U_n = 4 - 2n$

(a) Détermine les cinq termes de la suite $(U_n)$.

(b) Détermine le dixième terme de cette suite.

#### 2.2.2 Suite définie par une formule de récurrence

**Définition**

Une suite est définie par une formule de récurrence lorsque le terme initial est connu et chaque terme est fonction du terme précédent.

**Exemple** : Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définie par son premier terme $U_0 = \frac{1}{2}$ et la formule $U_{n+1} = \frac{1+U_n}{2}$ et on écrit : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{1+U_n}{2} \end{cases}$

**Consigne 3.4**

Soit $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définit par $\begin{cases} V_0 = 6 \\ V_{n+1} = \frac{1}{4}V_n + 2 \end{cases}$

(a) Détermine les cinq termes de la suite $(V_n)$.

(b) Détermine le dixième terme de cette suite.

## Séquence n°4 : Dénombrement

**Activité 1.6**

De la liste de notes reçues par les élèves de la classe de Zoé, ce dernier décide de dresser la liste des éléments de l'ensemble A des multiples de 2 et l'ensemble B des multiples de 4. Par ailleurs dans cette classe, il existe des élèves anglophones et francophones dont 9 sont francophones et 16 anglophones.

### 3.1 Utilisation du comptage pour dénombrer

**Consigne 4.1**

Aide Zoé à établir :

1. Les éléments de l'ensemble A et B.
2. L'ensemble C des éléments communs aux ensembles A et B.

**Propriété**

A et B sont deux parties d'un ensemble fini E.

Si $A \cap B = \emptyset$, alors $Card(A \cup B)=Card(A)+Card(B)$

**Consigne 4.2**

Aide Zoé à déterminer l'effectif réel de la classe dans les cas suivants :

(a) aucun élève n'est bilingue ;

(b) 5 élèves sont bilingues.

### 3.2 Utilisation d'un diagramme pour dénombrer

**Consigne 4.3**

Dans un club de 60 adhérents l'on pratique le tennis et ou le football. 45 personnes pratiquent le football et 25 pratiquent les deux sports.

Détermine le nombre de personnes qui pratiquent :

(a) le tennis.

(b) le football.

**Propriété**

A et B sont deux parties d'un ensemble fini E.

$Card(A \cup B)=Card(A)+Card(B) - Card(A \cap B)$.

**Consigne 4.4**

Dans une classe tous les élèves font au moins l'une des deux matières proposées. 63 élèves font l'anglais, 55 élèves font l'anglais et l'espagnol; et 62 élèves font l'espagnol.

1. Détermine l'effectif de la classe.
2. (a) Détermine l'effectif des élèves qui font uniquement l'anglais.
   (b) Détermine l'effectif des élèves qui font uniquement l'espagnol.
   (c) Détermine le nombre d'élèves faisant une seule matière.

**Activité 1.7**

A la fin du premier trimestre, ZOE a obtenu une moyenne de 14,35 sur 20 en mathématiques. Son père décide d'organiser une petite fête en son honneur. Au moment de s'habiller pour la fête, il y a eu une interruption dans la fourniture de l'énergie électrique. ZOE doit s'habiller dans l'obscurité. Or dans sa garde-robe, il y a 2 pantalons (noir et violet), 3 chemises (jaune, orange et rouge) et 2 souliers (marron et blanc).

### 3.3 Utilisation d'un arbre de choix pour dénombrer

**Consigne 4.5**

1. Quelles sont les combinaisons possibles (tu pourras utiliser un arbre de choix).
2. Donne le nombre total de combinaison.
3. Combien de combinaisons comportant une chemise de couleur orange ?

### 3.4 Utilisation d'un tableau pour dénombrer

**Consigne 4.6**

On lance simultanément deux dés cubiques. On lit à chaque lancé le chiffre de la face supérieure de chaque dé.

1. Combien y a-t-il de résultats possibles?

2. Combien de résultats contiennent-ils au moins un six?
3. On désigne par $S$ l'ensemble des sommes des chiffres apparus et $S_1$ celui des multiples de 3.
   (a) Détermine $S$ et $S_1$.
   (b) Déduis – en $Card(S)$ et $Card(S_1)$.

**Application 1.4**

Zoé fait l'inventaire des volailles dont dispose son père. Il consigne le résultat obtenu dans le tableau ci-dessous :

| Volailles / Couleurs | Coqs | Poules | Total |
|---|---|---|---|
| Noire | 8 | 13 | 21 |
| Blanche | 7 | 12 | 19 |
| Total | 15 | 25 | 40 |

1. Combien y a-t-il de poules ?
2. Combien y a-t-il de volailles de couleur blanches ?
3. Complète la phrase suivante :
   Il y a …… poules blanches sur un total de ……. volailles. Il y a 19 volailles de couleur blanche dont ……..et 7 coqs.

**Application 1.3**

Une marque d'automobiles propose quatre modèles A, B, C et D de voitures. Chaque modèle se fait en deux carrosseries : berline et coupé. Chaque voiture est vendue en trois colories : noir, rouge et gris.
Combien de choix s'offre à un client désirant acheter une voiture de cette marque?

**Retour et projection**

1. Qu'as-tu découvert sur la SA1 ?
2. Qu'as-tu appris de nouveau sur la SA1 ?
3. Qu'as-tu trouvé difficile, voire facile sur la SA1 ?
4. Qu'est-ce que tu as réussi ?
5. Qu'est-ce que tu n'as pas réussi ?
6. Qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ?

# Fin de la SA N°1

## SA N°2 : LIEUX GEOMETRIQUES

**Situation de départ**

Au premier trimestre de l'année scolaire, Zoé a eu sept notes en mathématiques dont la moyenne est 13,50/20. Zoé attend un dernier devoir du trimestre et compte obtenir une note qui lui permettra d'avoir en mathématiques une moyenne trimestrielle supérieure ou égale à 14/20. Le texte ci-après est celui d'une partie de l'un des exercices proposés pour ce devoir : «Les dimensions d'un champ rectangulaire sont telles que, si on augmente la longueur et la largeur de 2m, la superficie du champ augmente de 8 $m^2$, tandis que si l'on augmente la largeur de m et diminue la longueur de 5m, la superficie diminue de $31m^2$. Pour obtenir ce champ rectangulaire, le lotissement a été réalisé avec 40% de la superficie initiale. A côté de ce terrain, il y a un terrain carré ayant la même superficie ». Zoé veut bien connaître les dimensions du terrain initial et voudrait représenter le terrain rectangulaire et le terrain carré. Après la correction du devoir, neuf élèves ont reçu les notes suivantes : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12; 14 ; 16 ; 18.

Avant l'administration de ce devoir, le professeur a repositionné les 38 élèves de cette classe.

**Tâche** : Tu vas te construire des connaissances nouvelles en mathématique. Pour
cela tu auras à :

**Consigne**

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- analyser chaque problème posé ;
- mathématiser chacun des problèmes posés
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes
- améliorer au besoin ta production.

**Activité 0**

Lis le texte de la situation de départ : reformule le problème en tes propres termes. Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ. Evoque des situations similaires.

## Séquence n°1 : Nombres réels

**Activité 2.1**

Zoé voudrait déterminer les dimensions du terrain initial et l'aire avant et après le lotissement. Pour cette raison il désigne par la longueur et la largeur du terrain rectangulaire. Il veut déterminer la dimension de portion augmentée lorsque la longueur et la largeur sont augmentées de 2m en supposant cette portion est un carré. Il décide aussi d'étudier les notes obtenues après la correction du devoir. Zoé considère sa moyenne, qu'il a eu avant le dernier devoir et sa moyenne sur 20 et les notes suivantes : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18 ; celles de ses camarades de classe et décide faire une étude statistique.

**Consigne 1.1**

1. Détermine la dimension du terrain carré augmenté qui a pour superficie $84m^2$ puis celle du terrain obtenu. On rappelle que le terrain obtenu est un carré et a pour superficie 391 $m^2$.
2. On considère la liste de nombres réels suivante : 2 ; 6 ;$-8$ ; 10 ; 13,50 ; $\frac{14}{20}$ ; $-14$ ; 16 ; $2\sqrt{21}$ ; $-12{,}18$ ; $\sqrt{391}$ ; $-\frac{3}{4}$.

Parmi ces nombres :

(a) cite les entiers naturels.
(b) cite les entiers relatifs.
(c) cite les nombres décimaux.
(d) cite les nombres rationnels.
(e) cite les nombres irrationnels.

**Consigne 1.2**

1. Donne l'opposé de chacun des nombres réels suivants : 13,5 ; $-14$ ; $2\sqrt{21}$ et $-\frac{3}{4}$puis donne l'inverse de des nombres 10 et 0.5.
2. (a) Calcule les sommes et produits de nombres réels suivants : $A = -8 + 13{,}5 - 14 + 16 - 3{,}5$ ; $B = (10 \times 13{,}5 - 35)0{,}5$ ; $C = \sqrt{32} - 3\sqrt{2} + \sqrt{27} - 2\sqrt{3}$ ;
(b) Ecris sans radical au dénominateur le nombre réel $D = \frac{1+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ puis donne son inverse.

## Séquence n°2 : Calculs dans $\mathbb{R}$

### 2.1 Opérations sur les nombres réels

**Consigne 2.1**

Effectue les opérations suivantes :

$A = \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{11}{5}\right)$ $B = \left(-\frac{7}{11}\right) - \frac{15}{11}$ $C = -\frac{7}{3} + \frac{4}{7}$;

D= $(-3) - \left(-\frac{3}{4}\right)$ $E = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6}$ $F = \left(-\frac{7}{6}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$;

$G = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{7}{6} \times \left(-\frac{3}{14}\right)$ $H = \frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{4}\right)$

$I = \left(-\frac{5}{3}\right) : (-\frac{4}{3})$ $J = (-3): (-\frac{9}{16})$

**Propriétés**

Pour tous nombres réel $a, b, c\ et\ d$ tels que $b\ et\ d$ ne soient pas nuls, on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Si de plus $c$ n'est pas nul,

$$\frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

### 2.2 Puissance $n^{ième}$ d'un nombre réel

**Consigne 2.2** : *Définition*

1. Décompose le nombre 125 en produit de facteurs premiers.
   On dit que 125 est la puissance $3^{ème}$ de 5 et on note $5^3$.
2. Calcule les nombres suivants : $2^5$ ; $(-1)^4$ ; $(-2)^3$ ; $(1{,}5)^2$ et $4^{-3}$.

**Définition**

$a$ est un nombre réel et $n$ un entier naturel non nul.

On appelle puissance $n^{ième}$ de $a$, le nombre réel, noté $a^n$, tel que : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ facteurs}$

Si de plus $a \neq 0$, on pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

**Exemples** :

$6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$4^{-3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$

**Consigne 2.3** : *Propriétés*

1. Pour tous nombres réels non nuls $a$ et $b$, tous nombres entiers relatifs $n$ et $p$, on a :
   $a^n \times b^n = \cdots$ ; $a^n \times a^p = \cdots$ ; $\frac{a^n}{a^p} = \cdots$ ;
   $(a^n)^p = \cdots$ ; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \cdots$
2. Ecris sous forme d'une puissance de 10 les nombres suivants : 0,001 ; $\frac{0{,}001}{0{,}0001}$ ; $(0{,}0001 \times 0{,}000001)$ ; $10^1 \times 10^2$ ; $10^{-3} \times 10^{-4}$ ; $\frac{10^4}{10^2}$ ; $\frac{10^7}{10^{-4}}$ ; $(10^3)^2$ ; $(10^{-3})^{-4}$
3. Complète les égalités suivantes :
   (a) $2^5 \times 14^2 = 2^{\cdots} \times 7^{\cdots}$ ;
   (b) $6^5 \times 15^2 = 2^{\cdots} \times 3^{\cdots} \times 5^{\cdots}$
   (c) $\frac{35^3}{21^2} = 3^{\cdots} \times 5^{\cdots} \times 7^{\cdots}$
   (d) $\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\cdots} \times 3^{\cdots}$

**Propriétés**

Pour tous nombres réels non nuls $a$ et $b$, tous nombres entiers relatifs n et p, on a :

$a^n \times b^n = (ab)^n$ ; $a^n \times a^p = a^{n+p}$ ; $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ ;

$(a^n)^p = a^{n\times p}$ ; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

**Exemples**

$4^{-3} \times 4^5 = 4^{-3+5} = 4^2$ $\qquad (2 \times 5)^4 = 2^4 \times 5^4$

$(3^2)^4 = 3^{2\times4} = 3^8$ $\qquad \left(-\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{6^2}$

$\frac{4^2}{4^3} = 4^{2-3} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$

**2.3 Racine carré d'un nombre réel positif**

**Consigne 2.4**

1. (a) Détermine la longueur du côté d'un carré dont l'aire est $400m^2$.
   (b) Calcule $\sqrt{1{,}44}$ ; $\sqrt{64}$ ; $\sqrt{4^9}$
2. (a) Calcule $\left(\sqrt{2} \times \sqrt{6}\right)^2$ *et* $\left(\sqrt{2 \times 6}\right)^2$ puis déduis-en la comparaison de $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ et $\sqrt{2 \times 6}$.
3. (b) Calcule $\left(\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{20}}\right)^2$ *et* $\left(\sqrt{\frac{12}{20}}\right)^2$ puis déduis-en la comparaison de $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{20}}$ et $\sqrt{\frac{12}{20}}$.
   (c) Calcule $\left(\sqrt{3}\right)^5$ *et* $\sqrt{3^5}$ puis déduis-en la comparaison de $\left(\sqrt{3}\right)^5$ *et* $\sqrt{3^5}$
4. Complète les pointillés suivant pour en faire une propriété :
   Pour tous nombres réels positifs a et b, et pour tout entier naturel n on a :
   - $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \cdots$
   - $\sqrt{\frac{a}{b}} = \cdots$
   - $\left(\sqrt{a}\right)^n = \cdots$
5. On pose $x = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ et $y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
   Calcule $(x+y)^2$ ; $(x-y)^2$ et $(x+y)(x-y)$.

**Définition**

$a$ est un nombre réel positif.
On appelle racine carrée de $a$ le nombre réel positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est $a$.

**Exemples** :

$\sqrt{0} = 0$ ; $\quad \sqrt{4} = 2$ ; $\quad \sqrt{36} = 6$ ; $\quad \sqrt{100} = 10$

Remarques

- Seuls les nombres réels positifs $a$ et $b$ admettent une racine carrée.
- $a$ étant un nombre réel positif, $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\left(-\sqrt{a}\right)^2 = a$

**Propriété**

Pour tous nombres réels positifs $a$ et $b$, tout nombre entier naturel $n$, on a :

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $\qquad \left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n}$

**Exemples** :

- $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 4$
- $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{12}{20}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$
- $\left(\sqrt{3}\right)^4 = \sqrt{3^4} = 9$

## **Séquence n°3** : Equation du 1er degré dans ℝ

**Activité 2.2**

**Ayomidé** est un acquéreur de parcelle dans la commune de Fifadji. Après le lotissement de la zone il a obtenu deux terrains rectangulaires dont le premier a pour dimensions : la largeur $3x - 3$ et la longueur

$5x - 10$ le second a pour dimensions : la largeur $-3x + 9$ et la longueur $x - 7$ où $x$ est un nombre réel et l'unité de longueur est le mètre $(m)$. Jean se demande si les deux terrains n'ont pas les mêmes dimensions. Pour mieux apprécier les données, il a sollicité l'aide de Zoé

### 3.1 Reconnaissance d'équations de la forme $ax + b = 0$

**Consigne 3.1**

Démontre que si les deux terrains ont la même largeur alors le réel $x$ vérifie une relation de la forme $ax + b = 0$ avec $a$ *et* $b$ deux réels à préciser.

**Information**

La relation trouvée est appelée équation du premier degré dans $\mathbb{R}$ où $x$ est l'inconnue. Elle est sous la forme $ax + b = 0$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.

(b) Donne deux exemples d'équations du premier degré dans $\mathbb{R}$.

**Définition**

Une équation du premier degré dans $\mathbb{R}$ est une équation de la forme $ax + b = 0$ dans laquelle $x$ est une inconnue et $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.

Résoudre l'équation $ax + b = 0$, c'est trouver la valeur de $x$ qui vérifie cette équation.

### 2.1 Résolution d'équation du premier degré dans $\mathbb{R}$

**Consigne 3.2**

On considère $(E_1)$; $(E_2)$; $(E_3)$ trois équations du premier degré définies par :

$(E_1) : 6x - 2 = 10$; $(E_2) : 4(x + 1) = 8x + 14$ ;

$(E_3) : 2x - 5 = 3 - x$ et $(E_4) : \frac{x}{2} - 3 + \frac{1-3x}{2} = \frac{5}{2} - x$.

(a) Résous dans chacune des équations $(E_1)$ ; $(E_2)$ ; $(E_3)$ et $(E_4)$.

(b) Que constates – tu ?

### 3.2 Equation du type $ax = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$

**Consigne 3.3**

1. (a) Détermine la solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $2x = 0$.

   (b) Détermine la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation $ax = 0$ d'inconnue $x$ admet 0 comme l'unique solution.
2. Complète la phrase suivante pour en faire une propriété :

**Propriété**

« Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs.......................... ».

$a$ et $b$ sont des nombres réels.

$ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$.

### 3.3 Résolution d'équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ ; $c \in \mathbb{R}^*$ ; $b \in \mathbb{R}$ *et* $d \in \mathbb{R}$

**Consigne 3.4**

Résous dans $\mathbb{R}$ es équations suivantes :

$(E_1) : (x - 5)(x + 3) = 0$ ; $(E_2) : (-x - 4)(-x + 5) = 0$ ;

$(E_3) : -3x(4x - 5) = 0$.

**Retenons**

**Méthode de résolution d'une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$**

Pour résoudre une équation du type $(ax + b)(cx + d) = 0$, on peut résoudre chacune des équations $ax + b$=0 et $cx + d$=0.

L'ensemble des solutions ainsi obtenues est l'ensemble des solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$.

### 3.4 Résolution d'équation du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$; $b \in \mathbb{R}$ *et* $c \in \mathbb{R}$

**Consigne 3.5** :

On désire résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation du second degré (E) définie par (E) : $2x^2 - 5x + 3 = 0$.

**Information**

Un nombre réel $\alpha$ est une solution d'une équation si et seulement s'il vérifie cette équation.

1. Vérifie que 1 est une solution de l'équation (E).
2. On pose $2x^2 - 5x + 3 = (x - 1)(ax + b)$.
   (a) Développe réduis puis ordonne.
   (b) En procédant par identification déduis les valeurs des réels $a$ *et* $b$.
   (c) Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E).
3. (a) Factorise $f(x) = (2x - 3)(x + 1) - (x^2 - 1)$.
   (b) Déduis-en la résolution de l'équation $f(x) = 0$.

**Retenons**

**Méthode de résolution de l'équation du type $ax^2 + bx + c = 0$**

Pour résoudre une équation du type $ax^2 + bx + c = 0$, on peut procéder comme suit :

- On cherche une solution évidente $\alpha$ de cette équation puis on met $(ax + b)(cx + d)$ sous la forme $(x - \alpha)(cx + d)$ avec $c \in \mathbb{R}^*$ et $d \in \mathbb{R}$.
- On développe l'expression $(x - \alpha)(cx + d)$ puis on déduis la valeur de $c$ et $d$ par la méthode d'identification des coefficients de l'équation $ax^2 + bx + c$.
- Résoudre donc l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ revient à résoudre l'équation $(x - \alpha)(cx + d)$=0.

### 3.5 Equation du type $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ ;$c \in \mathbb{R}^*$ ; $b \in \mathbb{R}$ *et* $d \in \mathbb{R}$

**Consigne 3.6** : Propriété (quotient nul)

On désire résoudre

1. Détermine la condition nécessaire et suffisante pour que la fraction $\frac{a}{b}$ soit nulle.
2. Complète la phrase suivante pour en faire une propriété :

**Propriété**

« Un quotient est nul si et seulement si son numérateur…………………… »

**Retenons**

**Méthode de résolution d'une équation du type $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$**

Pour résoudre une équation du type $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$, on peut procéder comme suit :

- déterminer la contrainte sur l'inconnue ;
- résoudre l'équation $ax + b = 0$ ;
- conclure.

**Consigne 2.7**

On considère les équations suivantes : $(E_1)$ : $\frac{3-2x}{x+1} = 0$ et $(E_2)$ : $\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x+1} = 0$

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations : $(E_1)$ et $(E_2)$.

### 3.6 Résolution de problème conduisant à une équation du premier degré

**Consigne 3.8**

Un père a 27 ans de plus que son fils. Dans 6 ans, l'âge du père sera le double de celui de son fils.

Quel est l'âge du fils et du père ?

**Evaluation formative**

1. Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :
   (a) $-2x(x+3) = (4x-1)(x+3)$.
   (b) $(3x-2)^2 = (x+4)^2$
   (c) $x^2 - 36 = 0$
   (d) $\frac{3x-4}{x-3} = 0$
   (e) $\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x+1} = 0$
2. On considère le polynôme $f(x) = x^2 - x - 2$ et l'équation $(E)$ : $f(x) = 0$.
   (a) Vérifie que $-1$ est une racine de $f(x)$.
   (b) Factorise $f(x)$.
   (c) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E)$.

## Séquence n°4 : Inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$

**Activité 2.3**

Zoé dans ces études se demande les conditions sur $3x - 3$ et $5x - 10$ afin qu'elles soient les dimensions du terrain de **Ayomidé**. Il désire aussi déterminer les conditions sur $x$.

### 4.1 Reconnaissance d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$

**Consigne 4.1**

1. Détermine les conditions que $3x - 3$ et $5x - 10$ doivent remplir pour être les dimensions d'un terrain.

**Information**

La relation trouvée est appelée inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$ où $x$ est l'inconnue. Elle est sous la forme $ax + b > 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$.

2. Donne deux exemples d'inéquations du er degré dans $\mathbb{R}$.

**Définition**

On appelle inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R}$, toute relation ayant l'une des formes $ax + b \geq 0$ ; $ax + b \leq 0$ ; $ax + b > 0$ ;$ax + b < 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ *et* $b \in \mathbb{R}$.

### 4.2 Propriété d'inéquation dans $\mathbb{R}$

**Consigne 4.2**

Complète les informations suivantes :

➢ Lorsqu'on ajoute un même nombre réel à chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle……………………………..qui a les mêmes………….. ………….. que l'inéquation de départ.

➢ Lorsqu'on multiplie par un même nombre réel strictement positif chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle…………………………….. qui est de………………………….. et qui a les mêmes…………………… que l'inéquation de départ.

➢ Lorsqu'on multiplie par un même nombre réel strictement……………………….. chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation qui est de sens contraire et qui a…………………………….. …………………….. que l'inéquation de départ.

**NB** : *Les inéquations ainsi obtenues sont dites inéquations équivalentes à l'inéquation initiale*

### 4.3 Résolution d'inéquation dans $\mathbb{R}$

**Consigne 4.3**

1. Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des inéquations $(I_1)$: $3x - 3 \geq 0$ et $(I_2)$: $10 - 5x < 0$.
2. (a) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $-3x + 9 \leq x - 7$ .
   (b) Déduis – en les valeurs de $x$ pour lesquelles $-3x + 9$ soit la largeur et que $x - 7$ soit la longueur du second terrain rectangulaire de **Ayomidé**.

### 4.4 Etude de signe de $ax + b$

**Consigne 4.4**

1. Soit $a \in \mathbb{R}^*$; $b \in \mathbb{R}$.
   (a) Détermine suivant le signe de $a$, les plus grand intervalles sur lesquels $ax + b < 0$ et $ax + b \geq 0$ . (Tu distingueras le cas où $a < 0$ et le cas où $a > 0$).
   (b) Déduis-en le tableau de signe de $f(x) = ax + b$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2. Etudie le signe de $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = x - 1$ suivant les valeurs de $x$.

**Retenons**

Pour étudier le signe de $ax + b$, on peut utiliser le tableau de signe suivant :

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax + b$ | signe de – $a$ | 0 | signe de $a$ |

**Exemple commenté**

Déterminons le signe de $3x - 4$

L'équation $3x - 4 = 0$ a pour solution $\frac{4}{3}$.

Tableau de signe de $3x - 4$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{4}{3}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $3x - 4$ | $-$ | 0 | $+$ |

Ainsi :

- si $< \frac{4}{3}$, alors $3x - 4 < 0$ ;
- si $> \frac{4}{3}$, alors $3x - 4 > 0$ .

**Application 2.1**

Détermine le signe de :

(a) $4x + 6$

(b) $-5x - 4$

### 4.5 Résolution d'inéquation du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ et $\frac{(ax+b)}{(cx+d)} \leq 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*; c \in \mathbb{R}^*;\ b \in \mathbb{R}\ et\ d \in \mathbb{R}$

**Consigne 4.5**

1. (a) Dresse le tableau de signe de $(-2x + 3)(x - 1)$ pour tout réel $x$. (Tu feras le produit des signes des facteurs dans un même tableau).
   (b) Détermine le plus ensemble sur lequel on a $(-2x + 3)(x - 1) \leq 0$.
   (c) Déduis l'ensemble solution de l'inéquation $(-2x + 3)(x - 1) \leq 0$.
2. Résous dans les inéquations
   $(I_1)$: $(3x + 4)(-5 + 2x) \leq 0$ et $(I_2)$ : $\frac{3x+4}{-5+2x} \leq 0$
   (Pour l'inéquation$(I_2)$, tu feras le produit des signes du numérateur et du dénominateur dans un même tableau).

**Retenons**

1. Pour résoudre une inéquation du type $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ $(a \in \mathbb{R}^*\ ; c \in \mathbb{R}^*\ ; b \in \mathbb{R}\ et\ d \in \mathbb{R})$, on peut procéder comme suit :
   - étudier le signe de $(ax + b)(cx + d)$ en faisant le produit des signes des facteurs dans un même tableau ;
   - lire l'ensemble des solutions de cette inéquation dans ce tableau.
2. Pour résoudre une inéquation du type $\frac{(ax+b)}{(cx+d)} \leq 0$ $(a \in \mathbb{R}^*\ ; c \in \mathbb{R}^*\ ; b \in \mathbb{R}\ et\ d \in \mathbb{R})$, on peut procéder comme suit :
   - étudier le signe de $\frac{(ax+b)}{(cx+d)}$ en faisant le produit des signes du numérateur et du dénominateur dans un même tableau ;
   - lire l'ensemble des solutions de cette inéquation dans ce tableau.

**Application 2.2**

Résous les inéquations suivantes :

$(I_1)$ : $(x - 5)(-x + 3) \leq 0$

$(I_2)$ : $(3x - 5)\left(\frac{1}{2}x - 2\right) > 0$

$(I_3)$ : $\frac{x-4}{x+4} < 0$

$(4)$ : $\frac{-5x-6}{3x+1} \leq 0$

### 4.6 Résolution de problème conduisant à une inéquation du premier degré

**Consigne 4.6**

On augmente de 3cm un côté d'un carré et un autre côté de 5cm. On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 79 $cm^2$ celle du carré.

Trouve le côté du carré

## Séquence n°5 : Equation linéaire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Activité 2.4**

Zoé voudrait déterminer les dimensions du terrain initial et l'aire avant et après le lotissement. Pour cette raison il désigne par $x$ la longueur et par $y$ la largeur du terrain rectangulaire. On rappelle que les dimensions du champ rectangulaire sont telles que, si on augmente la longueur et la largeur de $2m$, la superficie du champ augmente de $84m^2$, tandis que si l'on augmente la largeur de $3m$ et diminue la longueur de $5m$, la superficie diminue de $31m^2$.

### 5.1 Reconnaissance d'une équation linéaire – Solution d'une équation linéaire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Consigne 5.1**

1. Démontre que la longueur $x$ et la largeur $y$ du terrain rectangulaire vérifient les équations $x + y = 40$ et $3x - 5y = -16$.

**Information**
Ces équations ainsi trouvée sont des équations linéaires du $1^{er}$ degré à deux inconnues $x$ et $y$.

2. On désigne par $(E_1) : x + y = 40$ et par $(E_2) : 3x - 5 = -16$
   (a) Justifie que $x = 30$ et $y = 10$ vérifient l'équation $(E_1)$

**Information** : On dit que le couple (30 ; 10) est une solution de l'équation $(E_1)$.

   (b) Détermine deux couples solutions de l'équation $(E_2)$.

**Définition**
On appelle équation linéaire du premier degré à deux inconnues toute équation de la forme $ax + by = c$ ( $a, b, c \in \mathbb{R}$) dans laquelle $x$ et $y$ sont deux inconnues.

Le couple $(x_0 ; y_0)$ est solution de l'équation $ax + by = c$ si et seulement si, il vérifie cette équation.

**Exemples** :
- le couple (1 ; 1) est solution de l'équation $x + y = 2$ car $1 + 1 = 2$ ;
- le couple (2 ; 3) est solution de l'équation $4x - 2y = 2$ car $4(2) - 2(3) = 2$.

**Application 2.3**
Détermine deux couples solutions de l'équation $5x - 2y = 10$

# Séquence n°6 : Système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

## 5.2 Reconnaissance et définition d'un système d'équation linéaire dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Consigne 6.1**
Justifie que les dimensions du terrain rectangulaire vérifient le système : $(S) : \begin{cases} x + y = 40 \\ 3x - 5y = -16 \end{cases}$

**Information** : Ce système est appelé système de deux équations linéaires du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

**Définition**
Un système d'équations linéaires à deux inconnues est un système comprenant deux équations linéaires à deux inconnues.

## 5.3 Résolution d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode d'addition ou de combinaison et par la méthode de substitution

**Consigne 6.2**
(a) En utilisant la méthode de substitution, résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) de la consigne 6.1.
(b) En utilisant la méthode d'addition ou de combinaison résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) de la consigne 6.1.

## 5.4 Résolution d'un système de deux équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la méthode graphique

**Consigne 6.3**
On désire résoudre graphiquement le système d'équations $(S) : \begin{cases} x + 5y - 9 = 0 \\ 7x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
On considère les droites $(D_1) : x + 5y - 9 = 0$ et $(D_2) : 7x + 5y - 3 = 0$.
1. Représente dans ce repère les droites $(D_1)$ et $(D_2)$.
2. (a) Détermine les coordonnées du point d'intersection A des droites $(D_1)$ et $(D_2)$.
   (b) Déduis-en l'ensemble solution du système (S).

## 5.5 Résolution d'un système de trois équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Consigne 6.4**
1. Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S') : $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 3y = -2 \end{cases}$.
2. (a) La solution ainsi trouvée vérifie-t-elle l'équation $7x + y = 16$ ?
   (b) Si oui déduis l'ensemble des solutions du système $(S) : \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 3y = -2. \\ 7x + y = 16 \end{cases}$

**Retenons**
Pour résoudre un système $(S)$ de trois équations linéaires à deux inconnues dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, on peut procéder comme suit :
- forme un autre système $(S')$ comprenant deux équations linéaires de $(S)$ ;
- ensuite, on résout le système $(S')$ puis on vérifie si la solution ainsi trouvée vérifie la troisième équation de $(S)$ ;
- si oui, l'ensemble des solutions du système $(S)$ est la solution du système $(S')$ ;
- si non, le système $(S)$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

## 5.6 Problème conduisant à un système d'équations linéaires du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Consigne 6.5**

Au début d'un spectacle de danses folkloriques, il y a trois fois plus de danseurs que de danseuses. Après le départ de huit (08) couples, il reste sur scène cinq (05) fois plus de garçons que de filles.
On désigne par $x$ le nombre de danseurs et par $y$ le nombre de danseuses.

1. Démontre que $x$ *et* $y$ vérifient le système d'équations (S) : $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 5y = -32 \end{cases}$.
2. Détermine le nombre de danseurs puis celui des danseuses.

## Séquence n°7 : Etude et représentation graphique de fonctions

### 7.1 Fonctions affines

**Activité 2.5**
Zoé très décidé, se rapproche de son professeur de mathématiques pour comprendre certaines définitions lues dans son livre.

#### 7.1.1 Reconnaissance et définition d'une fonction affine

**Consigne 7.1**
$f$ est une fonction affine telle que : $f(-1) = -1$ et $f(3) = 4$.

**Information**
La fonction f est dite affine lorsqu'elle est définie par $f(x) = ax + b$ $(a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R})$.

1. Sans calculer l'expression explicite de $f$, compare $f(0)$ et $f(5)$ ; $f(328)$ et $f(-51)$.
2. Détermine l'expression explicite de $f$.

**Définition** : *Fonction affine*
Soit $I$ un intervalle de $\mathbb{R}$ ; a et bdeux nombres réels donnés.
$f$ la fonction définie de $I$ vers $\mathbb{R}$, qui tout nombre x de lassocie $f(x) = ax + b$ est appelées **fonction affine**.

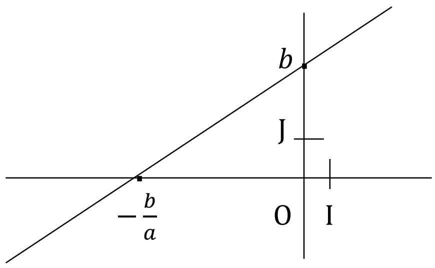
#### 7.1.2 Etude et représentation graphique d'une fonction affine

**Consigne 7.2**
Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = -x + 2$
Construis $f$.

**Retenons**
$f$ est une fonction affine définie par : $f(x) = ax + b$ $(a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R})$
L'étude de la fonction $f$ peut se résumer comme suit :

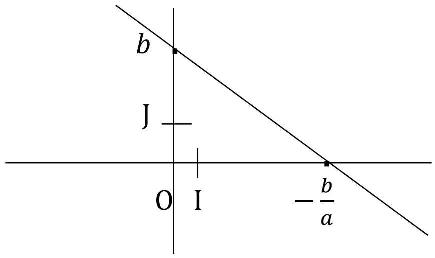
- ✓ si $a > 0$, alors $f$ est croissante sur $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | ↗ |



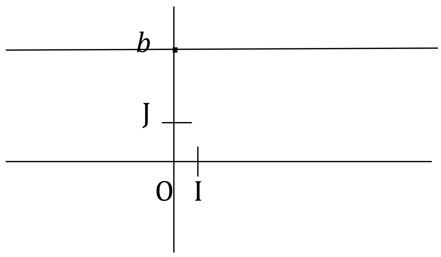

- ✓ si $a < 0$, alors $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | ↘ |




- ✓ si $a = 0$, alors $f$ est constante sur $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | → |




**Application 2.4**
Etudie les fonctions suivantes :
$f(x) = 2x + 4$ ; $g(x) = -3x - 6$ et $h(x) = 3$.

### 7.2 Fonctions affines par intervalles.

**Activité 2.6**
Le professeur ajoute qu'une fonction affine par intervalles est toute fonction numérique $f$ d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine. La représentation graphique d'une fonction affine par intervalles est une réunion de segments ou de demi-droites.

#### 7.2.1 Fonction définie par intervalles

**Consigne 7.3**
Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} pour\ x \in [-3\,;\,-1[\,,\ f(x) = -x-3 \\ pour\ x \in [-1\,;2[\,,\ f(x) = 2x \\ pour\ x \in [2\,;5],\ f(x) = 4 \end{cases}$$

1. Justifie que $f$ est une fonction affine par intervalles.
2. Calcule l'image par $f$ de chacun des nombres suivants : $-3$ ; $-1$ ; $0$ ; $2$ *et* $5$.
3. Enonce le sens de variation de $f$.
4. Construis la représentation graphique de la fonction $f$.

<u>**Définition**</u> : *Fonction affine par intervalle*
On appelle **fonction affine par intervalle** toute fonction numérique $f$ d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels $f$ coïncide avec une fonction affine.

<u>**Remarque**</u>
La représentation graphique d'une fonction affine par intervalles est une réunion de segments ou de demi – droites.

### 7.2.2 Fonction valeur absolue

<u>**Consigne 7.4**</u>
Zoé se propose d'étudier une fonction de la forme
$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \longmapsto |x|$

1. Détermine le domaine de définition de $f$.
2. Ecris sans le symbole de valeur absolue $f(x)$.
3. Construis la courbe représentative de $f$.

### 7.2.3 Fonction en escaliers

<u>**Définition**</u>
On appelle **fonction en escaliers** toute fonction numérique $f$ d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels $f$ coïncide avec une fonction constante

<u>**Consigne 7.5**</u>
Le plan est muni d'un repère $(O\,;I\,;J\,)$.
On considère la fonction $f$ définie par :

$$\begin{cases} pour\ x \in [-5\,;\,-2[\,,\ f(x) = -2 \\ pour\ x \in [-2\,;1[\,,\ f(x) = -1 \\ pour\ x \in [1\,;5],\ f(x) = 4 \\ pour\ x \in \,]5\,;\,+\infty[,\ f(x) = 6 \end{cases}$$

1. Détermine le domaine de définition de $f$.
2. Représente graphiquement la fonction $f$ en traçant dans le repère $(O\,;I\,;J\,)$, les droites $(D_1) : y = -2$ ; $(D_2) : y = -1$ ; $(D_3) : y = 4$ et $(D_4) : y = 6$.

## 7.3 Fonctions élémentaires

<u>**Définitions**</u>
Les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$ sont utilisées dans toutes les applications des mathématiques pour représenter l'évolution d'un phénomène au cours du temps.

<u>**Représentation graphique d'une fonction**</u>
Dans un plan muni d'un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$, la représentation graphique de la fonction $f$ (ou courbe représentation de $f$) d'ensemble de définition $D_f$ (ensemble des éléments de l'ensemble de départ qui ont une image par $f$), est l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du plan tels que : $x \in D_f$ et $y = f(x)$.

### 7.3.1 Image d'un nombre réel par une fonction

<u>**Consigne 7.6**</u>
On considère la fonction $f$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$

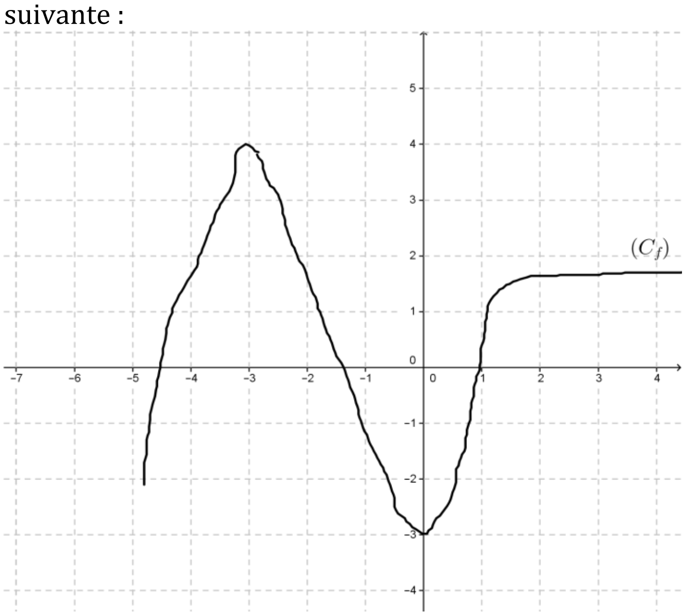
1. Détermine l'image par $f$ de chacun des nombres suivants : $-3$ ; $-1$ ; $0$ ; $\frac{1}{2}$; $1$; $5$.
2. Explique pourquoi – 2 n'a pas d'image par $f$.

### 7.3.2 Maximum et minimum d'une fonction

<u>**Propriétés**</u>
Dans un plan muni d'un repère (O ; I ; J), $f$ est une fonction numérique d'une variable réelle définie sur un ensemble E ; $\boldsymbol{a}$ un élément de E.

- ✓ Lorsque, quelque soit $x$ de E, $\boldsymbol{f(a) \geq f(x)}$, on dit que **f(a) est le maximum** de f sur E ;
- ✓ Lorsque, quelque soit $x$ de E, $\boldsymbol{f(a) \leq f(x)}$, on dit que $\boldsymbol{f(a)}$ **est le minimum** de $f$ sur E ;
- ✓ Le maximum et le minimum d'une fonction $f$ sont appelés **extremums** ou **extrema** de $f$.

<u>**Consigne 7.7**</u>
On considère la représentation d'une fonction $f$ suivante :




1. Précise le domaine de définition $D_f$ de $f$ .

2. Précise $f(-3)$ et compare $f(-3)$ à $f(x)$ pour tout $x$ élément de $D_f$.
3. Précise $f(0)$ et compare $f(0)$ à $f(x)$ pour tout $x$ élément de $D_f$.

#### 7.3.3 Sens de variation d'une fonction

**Consigne 7.8**

Etudie le sens de variation de la fonction $f$ sur l'ensemble $E$ dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = 3 - 2x \qquad E = \mathbb{R}$
2. $f(x) = x^2 + 4 \qquad E = ]-\infty\,; 0]$
3. $f(x) = \sqrt{x-2} \qquad E = [2\,; +\infty[$

### 7.4 Etude d'une fonction carrée

**Consigne 7.9**

On considère la fonction par $f(x) = x^2$

Soit $x_1$ et $x_2$ deux réels tels que $x_1 < x_2$.

1. Démontre que $f$ est strictement décroissante sur $]-\infty\,; 0]$.
2. Démontre que $f$ est strictement croissante sur $[0\,;\, +\infty[$.
3. Dresse le tableau de variation de $f$ puis construis la courbe représentative de $f$.

### 7.5 Fonction de type $ax^2$ , $a \in \mathbb{R}^*$

**Consigne 7.10**

On considère les fonctions numériques à variable réelle $x$ suivantes : $f(x) = 3x^2$ et $g(x) = -5x^2$

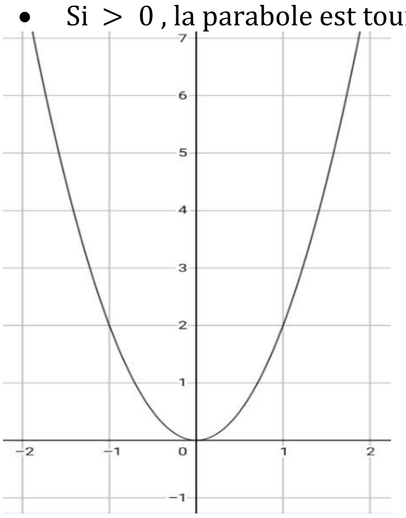
1. Etudie les variations de chacune de ces fonctions sur l'intervalle $[-4\,; 4]$ puis dresse le tableau de variation.
2. Construis la courbe représentative de chacune de ces fonctions.

**Propriété**

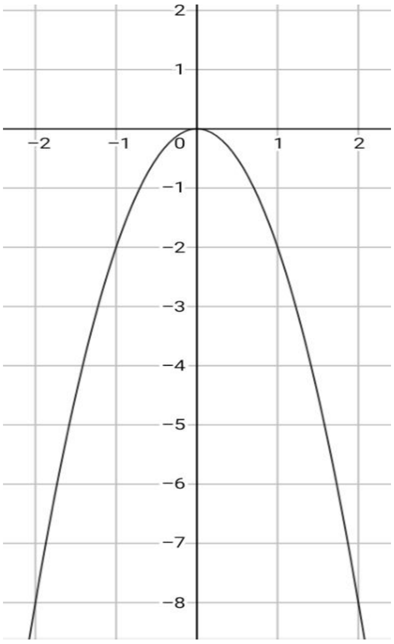
Le plan est muni d'un repère orthogonal (O , I , J).

La représentation graphique d'une fonction du type $x \longmapsto ax^2 (a \neq 0)$ est une parabole de sommet O et d'axe (O J).

- Si $> 0$ , la parabole est tournée vers le haut ;



- Si $a < 0$ , la parabole est tournée vers le bas.



**Consigne 7.11**

Soit $f$ et $g$ deux fonctions définie par $f(x) = 2x^2$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$ et $C_f$ et $C_g$ les courbes représentative des fonction respectives $f$ et $g$ dans un repère orthogonal $(O; I; J)$.

1. Etudie les variations de $f$ et $g$ sur $]-\infty; 0]$ et sur $[0\,;\, +\infty[$.
2. Construis $C_f$ et $C_g$.

### 7.6 Résolution graphique des équations du type $x^2 = k$ et $ax^2 = k, (a \neq 0)$

#### 7.6.1 Résolution graphique des équations du type $x^2 = k$

**Consigne 7.12**

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,; I\,; J)$.

Résous graphiquement l'équation $x^2 = 4$. Pour cela :

1. Construis dans le même graphique la parabole $(\mathscr{P})$ d'équation $y = x^2$ et la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = 4$.
2. Détermine les abscisses des points A et B, points d'intersection de $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{D})$.

**Information**

Les abscisses des points A et B sont les solutions de l'équation $x^2 = 4$.

**Retenons**

Pour résoudre graphiquement l'équation $x^2 = k$, $(k \in \mathbb{R})$, on construis dans le même graphique la parabole $(\mathscr{P})$ d'équation $y = x^2$ et la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = k$. On détermine ensuite les abscisses des points d'intersection de $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{D})$.

Ainsi, la solution de l'équation $x^2 = k$ est l'abscisse des points d'intersection de $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{D})$.

#### 7.6.2 Résolution graphique des équations du type $ax^2 = k, (a \neq 0)$

**Consigne 7.13**

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,; I\,; J)$.

1. Etudie et représente la courbe représentative de la fonction $f$ définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2$
2. Résous graphiquement les équations :
   (a) $f(x) = \frac{1}{2}$
   (b) $f(x) = 2$.

**Retour et projection**

1. Qu'as-tu découvert sur la SA2 ?
2. Qu'as-tu appris de nouveau sur la SA2 ?
3. Qu'as-tu trouvé difficile, voire facile sur la SA2 ?
4. Qu'est-ce que tu as réussi ?
5. Qu'est-ce que tu n'as pas réussi ?
6. Qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ?

## *Fin de la* SA N°2