ANNEE SCOLAIRE : ……………………………………………

ETABLISSEMENT : ……………………………………………

CLASSE : ……………………………………………

ELEVE

NOM : ……………………………………………

PRENOMS : ……………………………………………

N° MATRICULE : ……………………………………………

TELEPHONE : ……………………………………………

GROUPE SANGUIN : ……………………………………………

PROFESSEUR

NOM : ……………………………………………

TELEPHONE : ……………………………………………

PERSONNE A CONTACTER EN CAS D'URGENCE

NOM : ……………………………………………

TELEPHONE : ……………………………………………

SOMMAIRE

Equations et inéquations……………………………………………………2

Statistiques…………………………………………………………………7

Généralités sur les fonctions…………………………………………………..15

Dérivabilité et étude de fonctions……………………………………………..22

Suites numériques……………………………………………………………...30

EQUATIONS ET INEQUATIONS

Equations du type : $x + a = b$
Equations du type $ax = b$, $(a \neq 0)$

Propriété

a et b sont des réels donnés.

- $x + a = b \Leftrightarrow x = b - a$
- Si $a \neq 0$, $ax = b \Leftrightarrow x = \dfrac{b}{a}$

Exercice 1

Résoudre dans IR chacune des équations proposées :

a) $x + 3 = -1$

b) $4x - 2 = 0$

c) $\dfrac{1}{2}x + 5 = 0$

d) $-\dfrac{3}{4}x + 1 = 5x - 4$

Equations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$
Résolution d'équation par la mise en facteur d'un facteur commun.

Exercice 2

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes :

a) $(-2x + 1)(x + 3) = 0$

b) $(x - 3)(-4x + 5) = (x - 3)(3 - 2x)$

c) $4x^2 - 25 + (2x - 5)(x + 4) = 0$

d) $(3x - 1)(x + 2) + (4x - 3)(1 - 3x) = 0$

Equations du types : $\boldsymbol{\frac{ax+b}{cx+d}}$ ***= 0***

Propriété :

a *et* b *étant deux nombres réels tels que* $b \neq 0$ *,* $\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0$

Exercice 3

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $\frac{2x-1}{3x+2} = 0$

b) $5 - \frac{2x}{4-x} = 0$

c) $\frac{1}{x} - \frac{x+3}{2x} = 0$

d) $\frac{1}{2(x+1)} - \frac{3x+4}{x+1} = 0$

Equations du second degré

Une équation du second degré est une équation du type : $ax^2 + bx + c = 0$ où a , b , c sont des nombres réels tels que $a \neq 0$.

On appelle discriminant de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ le nombre réel $\Delta = b^2 - 4ac$

Condition	solutions
$\Delta < 0$	Pas de solution dans IR
$\Delta = 0$	Une seule solution : $\frac{-b}{2a}$
$\Delta > 0$	Deux solutions : $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Exercice 4

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $x^2 + 3x - 9 = 0$

b) $4x^2 - 5x + 1 = 0$

c) $2x^2 + x + 3 = 0$

d) $18x^2 - 12x + 2 = 0$

e) $4x^2 - 4\sqrt{7}x + 7 = 0$

f) $(\sqrt{3} + 1)x^2 + 2x\sqrt{3} - 1 = 0$

g) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})x + \sqrt{10} = 0$

h) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

Factorisation d'un polynôme du second degré

Racine réelle d'un polynôme

Définition

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ un polynôme du second degré.

On appelle **racine réelle** (ou **zéro**) du polynôme *P*, tout nombre réel $\boldsymbol{r}$ tel que $P(\boldsymbol{r}) = 0$, c'est-à-dire toute solution réelle de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

Exercice 5

Vérifier dans chaque cas que le nombre réel *r* est une racine réelle du polynôme *P* :

a) $P(x) = x^2 - 5x + 6$; $r = 2$

b) $P(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 9$; $r = -3$

Factorisation d'un polynôme du second degré

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ un polynôme du second degré.

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ est **le discriminant** du polynôme $ax^2 + bx + c \quad , \quad (a \neq 0)$.

Condition	Solutions	Factorisation
$\Delta < 0$	Aucune racine réelle	Le polynôme P n'est pas factorisable su IR
$\Delta = 0$	Une seule racine : $x_0 = \frac{-b}{2a}$	$P(x) = a(x - x_0)^2$
$\Delta > 0$	Deux racines réelles : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Exercice 6

Factoriser les polynômes suivants :

a) $P(x) = 2x^2 - 5x - 3$

b) $Q(x) = -x^2 + 7x - 10$

c) $R(x) = 4x^2 - 4x + 1$

d) $S(x) = 3x^2 - 2x + 1$

e) $T(x) = 2x^2 + 4\sqrt{3}x + 6$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

PROBLEMES SE RAMENANT A UNE EQUATION DU SECOND DEGRE

Exercice 7

Un terrain rectangulaire a un superficie de 492 m^2 et un périmètre de 106 m .
Déterminer les dimensions de ce terrain.

Résolution guidée

On note x la largeur du terrain et y sa longueur.

- Exprimer en fonction de x et y la superficie du terrain :

  …………………………………………………………………………………….

- En déduire une équation (E_1) sachant que la superficie est de 492 m^2
- (E_1) :………………………………………………………………………..

- Exprimer en fonction de x et y le périmètre du terrain :

  ………………………………………………………………………………..

- En déduire une équation (E_2) sachant que le périmètre est 106 m

  (E_2) : ……………………………………………………………………….

- En résolvant le système formé par les équations (E_1) et (E_2) déterminer la largeur x et la longueur y du terrain.
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………………

Exercice 8

Madame Soro a acheté du tissu pour un montant de 7200 F CFA.
Arrivée à la maison, elle oublie le prix $\boldsymbol{x}$ du mètre de tissu. Il n'y a aucun instrument de mesure pour savoir la longueur $\boldsymbol{l}$ du tissu.
« Ah, tiens ! » s'exclame t – elle « si le vendeur avait réduit le prix du mètre de 300 F CFA, j'aurais eu 2 *m* de plus ».

Aidez madame soro à retrouver la longueur du tissu et le prix du mètre de tissu.

Résolution guidée :

1) Exprimer en fonction de x et l le prix du tissu acheté : ……….

En déduire une équation sachant que le tissu à coûté 7200 F :

(E_1) …………………

2) Si le prix du mètre de tissu avait été diminué de 300 F :
a) Quel serait, en fonction de x le prix du mètre de tissu ?……………………….
b) Quelle serait, en fonction de l la longueur du tissu ? ………………………

c) Avec ces nouvelles données écrire une équation sachant que le coût du tissu est toujours de 7200 F :

(E_2)………………………………………………………………………………………….
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

3-a) En utilisant les équations (E_1) et (E_2) démontrer que $l^2 + 2l - 48 = 0$

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

b) En déduire les valeurs numériques de l et de x .

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

INEQUATIONS DU SECOND DEGRE

Signe de polynôme $ax + b$, où $a \neq 0$

$\boldsymbol{x}$	$-\infty$	$-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$	$+\infty$
$\boldsymbol{ax+b}$	signe de $\boldsymbol{a}$		signe de $-\boldsymbol{a}$

Exercice 9

On veut étudier le signe du polynôme $p(x) = (2x - 6)(-x + 1)$:

1 . Il faut d'abord déterminer les racines(ou zéros) des facteurs du polynôme :
Pour cela, il faut résoudre les équations :

$2x - 6 = 0$ …………….. $-x + 1 = 0$ ……………
……………………………... …………………………….
…………………………….. …………………………….

2. Compléter le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	….		….	$+\infty$
$2x-6$	…		…	….	…
$-x+1$	…	….	…		…
$p(x)$	…	….	…	….	…

On fait alors la synthèse :

Pour tout $x \in]-\infty\,; 1[\cup]3\,; +\infty[$, $p(x)$ ⋯⋯

Pour tout $x \in]1\,; 3[$, $p(x)$ ⋯⋯

Pour tout $x \in \{1\,; 3\}$, $p(x)$ ⋯⋯

Exercice 10

Résoudre dans IR les inéquations suivantes

a) $(x-2)(3x+1) \leq 0$

b) $(-2x+6)(x-1) \leq 0$

Exercice 11

1) Dresser un tableau de signe pour le polynôme $P(x) = (2x-1)^2$

2) En déduire l'ensemble des solutions dans IR de chacune des inéquations suivantes

a) $(2x-1)^2 \geq 0$

b) $(2x-1)^2 < 0$

c) $(2x-1)^2 \leq 0$

d) $(2x-1)^2 > 0$

Exercice 12

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $-2x^2 + 11x - 12 > 0$
b) $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

STATISTIQUES

I) RAPPELS DU LANGAGE DES STATISTIQUES.

Population :

Ensemble (d'êtres humains ou d'objets) dont on recueille et on étudie des données.
On appelle **individu** tout élément de la population.

Caractère :

Propriété liée à tous les individus d'une même population (Taille, poids , sexe, couleur, tension artérielle, pointure, etc …)

Modalité

On appelle modalité d'un caractère toute valeur prise par ce caractère.

Exemple1 : On a relevé les tailles en centimètre d'une dizaine d'élèves. Les résultats sont les suivants :

150 170 165 140 165

175 162 145 165 150

Le caractère étudié est « la taille »
Les modalités du caractère sont les nombres 140 ; 145 ; 150 ; 162 ; 165 ; 170 ; 175.

Exemple 2

On a interrogé 12 écoliers sur la couleur préférée. Les résultats sont les suivants :

Orange ; jaune ; vert ; rouge ; blanc ; orange
Vert ; violet ; jaune ; bleu ; bleu ; jaune.

Le caractère étudié est « la couleur préférée »
Les modalités du caractère sont : Orange ; jaune ; vert ; blanc ; violet ; bleu ; rouge.

Caractère quantitatif, caractère qualitatif.

- Lorsque le caractère prend des valeurs réelles (nombres réels) on dit qu'il est **quantitatif.**
- Lorsque le caractère prend des valeurs non réelles, on dit qu'il est **qualitatif**

Ainsi :
- les caractères « taille », « poids », « tension artérielle » , « pointure » sont des caractères quantitatifs.
- Les caractères « sexe », « couleur », « repas préféré » sont des caractères qualitatifs.

Effectifs

Effectif d'une modalité :

L'effectif d'une modalité, c'est le nombre de fois qu'elle a été observée c'est-à-dire le nombre de fois qu'elle à été prise par le caractère.

Effectif total

L'effectif total , c'est l'effectif de la population étudiée. C'est aussi la somme des effectifs des différentes modalités.

Fréquence d'une modalité

On appelle fréquence d'une modalité, **le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total**
La fréquence peut être exprimée en pourcentage, pour cela il suffit de multiplier par 100 le quotient de l'effectif de cette modalité par l'effectif total

Tableau des effectifs

Le tableau des effectifs est un tableau indiquant les modalités et leurs effectifs respectifs.
Ce tableau peut être au besoin complété par les fréquences

Exercice 13

Compléter les tableaux des effectifs correspondants respectivement aux énoncés des exemples 1 et 2

Tableau de l'exemple 1

Taille (modalité)							
Effectif							
Fréquence en %							

Tableau de l'exemple 2

Couleur (modalité)							
Effectif							
Fréquence en %							

II) ETUDE DE CARACTERE QUANTITATIF

1- Caractéristiques de position

Activité 1

Un vendeur de chaussure a relevé , au cours d'une semaine la pointure des paires de chaussures vendues en vue de canaliser les prochaines provisions.
Les résultats sont étalés comme suit :

41	35	44	40	42	33
39	43	43	38	41	39
44	42	41	42	32	34
42	39	42	29	45	41
42	45	44	36	40	41

- Quelle la population étudiée ? ……………………………
- Quel est le caractère étudié ?..
- Quelles sont les modalités du caractère ?.......................................

- Compléter le tableau suivant en écrivant les modalités dans l'ordre croissant :

Pointure (modalité)														
Effectif														
Fréquence en %														

- Quelle est la pointure la plus vendue ?......................

Comment appelle t – on une modalité qui a le plus grand effectif ?
……………………………………………..

- Calcule la moyenne des pointures des chaussures vendues :

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Effectif cumulé croissant

- Combien de paires de chaussures de pointure inférieure ou égale à 35 ont – elles été vendues ?

………………………………………..……………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

On appelle **effectif cumulé croissant** d'une modalité x , le nombre d'individus de la population ayant présenté une modalité inférieure ou égale à x.

L'effectif cumulé, c'est aussi **la somme des effectifs des modalités inférieures ou égales à x**

- Complète le tableau précédent par les effectifs cumulés croissants.

Médiane

- Déterminer la pointure x telle que le nombre de paires de chaussures vendues de pointure strictement inférieure à x soit égale (ou presque égale) au nombre de paires de chaussures de pointure strictement supérieure à x :
………………………………….

- Quelle est la plus petite des modalités dont l'effectif cumulé croissant dépasse la moitié de l'effectif total ?

  ……………………….

- **La médiane** d'une série statistique à caractère quantitatif , c'est la modalité qui partage la série en deux séries statistiques dont les effectifs totaux sont égaux (à défaut les plus proches possible)

- **La médiane** correspond à la plus petite des modalités dont l'effectif cumulé croissant est strictement supérieur à la moitié de l'effectif total.

2- Regroupement des modalités en classes

Lorsqu'il y a un nombre élevé d'individus dans une population, on peut simplifier l'étude des données en regroupant les modalités en des intervalles appelés classes.

Activité 2
Les tailles en cm, des élèves d'une classe de première sont données ci-dessous :
161 , 163 , 169 , 166 , 162 , 152 , 167 , 160 , 160 , 167 , 157 , 162 , 180 , 184 , 171 , 175
176 , 180 , 157 , 175 , 162 , 172 , 163 , 166 , 172 , 168 , 170 , 159 , 168 , 191 , 163 , 173
190 , 179 , 180 , 178.

- Quel est le nombre d'élèves dont la taille est située dans l'intervalle [155 ; 160 [?
………………………………….

L'intervalle [155 ; 160 [est appelé une classe .
Une classe de modalités est un intervalle du type [a ; b [ou [a ; b]

L'effectif d'une classe, c'est le nombre d'individus présentant une modalité appartenant à cette classe. L'effectif d'une classe est donc la somme des effectifs des modalités appartenant à cette classe.

Selon la réponse de la question précédente, l'effectif de la classe [155 ; 160 [est …………..

L'amplitude d'une classe [a ; b [ou [a ; b] est le nombre réel $b - a$

Le centre d'une classe [a ; b [ou [a ; b] est le nombre réel $\frac{a+b}{2}$

➢ Compléter le tableau suivant :

Classe	$[155; 160[$	$[160; 165[$	$[165; 170[$	$[170; 175[$	$[175; 180[$	$[180; 185[$	$[185 ; 190[$
Effectif							

➢ Déterminer la (ou les) classe(s) d'effectif maximal

Classe modale
On appelle classe modale toute classe d'effectif maximal.

Histogramme

Lorsque la série statistique est donnée par un regroupement des modalités en classes de même amplitude, on peut la représenter graphiquement de la manière suivante :

Les valeurs (Classe , effectif) ou (Classe , fréquence) sont représentées par des rectangles juxtaposés de même base et de hauteurs proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences).

L'ensemble est appelé histogramme.

➢ **Construire l'histogramme** correspondant au regroupement en classe de l'activité 2 (Utiliser un papier millimétré)

- Pour cela il faut compléter le tableau précédent par les hauteurs des rectangles correspondants.

- Définir l'échelle : ………………………………………………………………..

Diagramme circulaire, diagramme semi circulaire

On peut représenter une série statistique dont les modalités sont regroupées en classes de même amplitude par un diagramme circulaire ou un diagramme semi circulaire.

Diagramme circulaire :

Sur un disque , les valeurs (Classe , effectif) ou (Classe , fréquence) sont représentées par des secteurs angulaires juxtaposés de sommet le centre du disque et de mesure proportionnelles aux effectifs , l'effectif total correspond aux secteur plein de 360°

- **Compléter le tableau suivant**, puis construire le diagramme circulaire

Classe	$[155;160[$	$[160;165[$	$[165;170[$	$[170;175[$	$[175;180[$	$[180;185[$	$[185\,;190[$
Effectif							
Angle en °							

Diagramme semi circulaire

Sur un demi - disque , les valeurs (Classe , effectif) ou (Classe , fréquence) sont représentées par des secteurs angulaires juxtaposés de sommet le centre du diamètre du demi - disque et de mesure proportionnelles aux effectifs , l'effectif total correspond aux secteur plat de 180°

- Compléter le tableau suivant, puis **construire le diagramme semi circulaire**.

Classe	$[155;160[$	$[160;165[$	$[165;170[$	$[170;175[$	$[175;180[$	$[180;185[$	$[185\,;190[$
Effectif							
Angle en °							

3- Caractéristiques de dispersion

Activité 3

Le tableau suivant donne les notes sur 20 obtenues par deux élèves A et B au cours des cinq premiers devoirs surveillés.

Elève A	03	08	19	05	15
Elève B	09	10	11	12	08

- Calculer les moyennes respectives des élèves A et B
  ……………………………………………………………………………………………
  $m_{\mathrm{A}} =$……………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  $m_{\mathrm{B}} =$
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………

- Quel est le meilleur ? Justifier.
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………

Variance et Ecart – type

Nous allons évaluer la régularité dans les notes de chacun des élèves A et B .

Pour cela il suffit de faire l'étude des différentes distances qui séparent les notes à la moyenne ; Ces distances, on les appelle **les écarts à la moyenne** .

Ainsi, si $\boldsymbol{x}$ est une modalité, et $\boldsymbol{m}$ est la moyenne, **l'écart de x à la moyenne est $|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}|$.**

Toutefois, pour une question de commodité, nous traiterons **les carrés des écarts à la moyenne**.

Si $\boldsymbol{x}$ est une modalité, et $\boldsymbol{m}$ est la moyenne, **le carré de l'écart de x à la moyenne est $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m})^{2}$**

- Compléter les tableaux suivants :

Pour l'élève A :

Note : x	03	08	19	05	15
Carré de l'écart de x à la moyenne : $(x-m)^2$					

Pour l'élève B

Note : x	09	10	11	12	08
Carré de l'écart de x à la moyenne : $(x-m)^2$					

- Calculer la moyenne V_{A} des carrés des écarts, c'est-à-dire la moyenne des nombres « $(x-m)^2$ » pour l'élève A

- V_{A}=……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………..

Le nombre $\boldsymbol{V_{\mathrm{A}}}$ est appelé **la variance** de la série statistique correspondant aux notes de l'élève A

- Calculer de même la variance $\boldsymbol{V_{\mathrm{B}}}$ des notes de l'élève B

$\boldsymbol{V_{\mathrm{B}}}$ =……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Pour revenir à l'ordre de grandeur des modalités, considérons les racines carrées des nombres V_{A} et V_{B}

$\sigma_{\mathrm{A}} = \sqrt{V_{\mathrm{A}}}$ = ……. : **C'est l'écart – type** des notes de l'élève A

$\sigma_{\mathrm{B}} = \sqrt{V_{\mathrm{B}}}$ = …… : **C'est l'écart – type** des notes de l'élève B

- Compare σ_{A} et σ_{B}

……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Interprétation :
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Définition

- On appelle variance d'une série statistique le nombre réel V égal à **la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.**
- On appelle écart – type de la série, le nombre réel $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V}}$.

Comment calculer les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique dont les modalités sont regroupées en classes ?

- On définie une nouvelle séries statistique dont les modalités sont les centres des classes, chaque modalité ayant pour effectif l'effectif de la classe correspondante.

- Calculer la moyenne, la variance et l'écart – type de la série statistique de **l'activité 2** Où les modalités sont regroupées en classes.

GENERALITES SUR LE FONCTIONS

Ensemble de définition d'une fonction

Exercice 14

Dans chacun des cas suivants déterminer l'ensemble de définition de la fonction f de IR vers IR définie par :

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$

b) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

c) $f(x) = (x-2)(2x+3)$

d) $f(x) = \frac{1}{(x-2)(2x+3)}$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$

Fonctions paires, fonctions impaires

Fonctions paires

Activité 4 :

Soit la fonction f de IR vers IR définie par : $f(x) = 2 + 3x^2$

a) quel est l'ensemble de définition de f ?

b) Compléter le tableau suivants par les images par f des nombres indiqués :

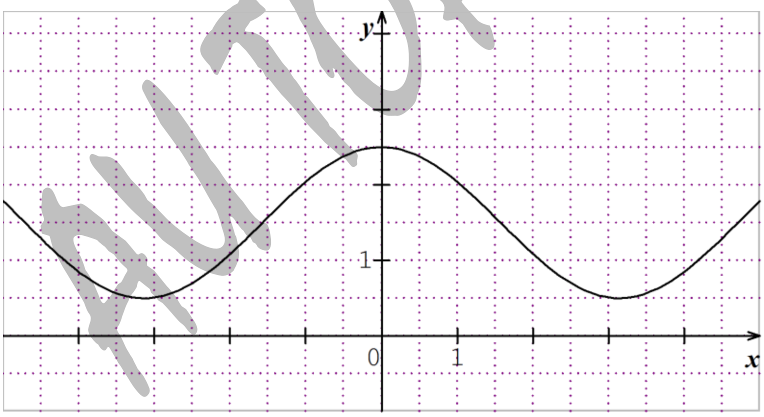
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

c) Si x est un nombre réel, comparer $f(x)$ et $f(-x)$:
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

On dit que f est **une fonction paire**

Activité 5

On considère la fonction f dont la représentation graphique C_f est donnée ci – dessous :



a) Par la lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	$-1,5$	0	1,5	2	3	4
$f(x)$									

b) C_f admet – elle un axe de symétrie ? Si oui préciser cet axe.
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Définition *:*

Soit f une fonction définie sur IR ou sur IR.*
*On dit que **f est paire** si pour tout élément x de l'ensemble de définition, on a $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$*

Propriété :

Une fonction f définie sur IR ou sur IR est paire si et seulement si sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O , I , J) admet l'axe (OJ) des ordonnées pour axe de symétrie.*

Fonctions impaires

Activité 6

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $f(x) = 2x^3 - 4x$
a) Quel est l'ensemble de définition de f ?
b) Compléter le tableau suivant :

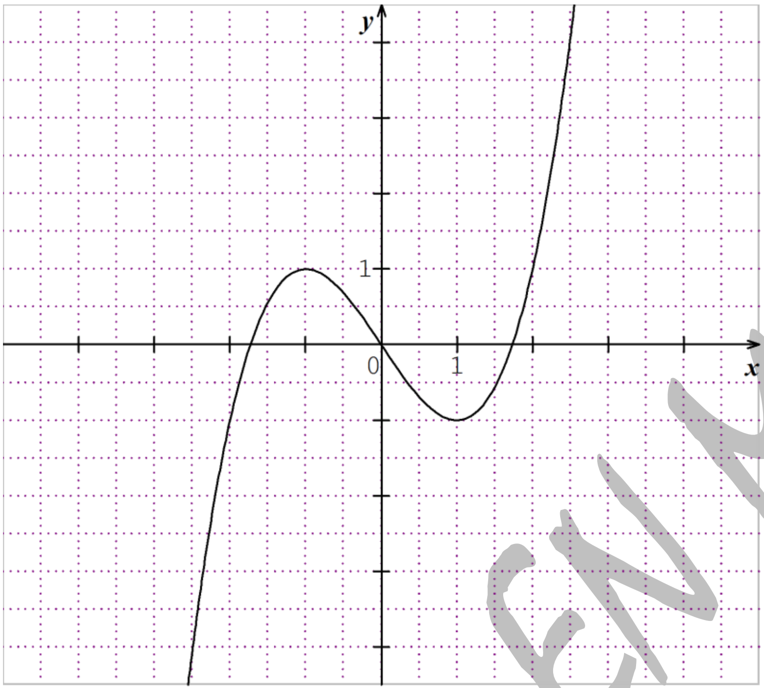
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

c) Si x est un nombre réel quelconque, comparer $f(x)$ et $f(-x)$:
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

On dit que : f est **une fonction impaire**

Activité 7

On considère la fonction f dont la représentation graphique C_f est donnée ci – dessous :



a) Par la lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	0	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$
$f(x)$									

b) C_f admet – elle un centre de symétrie ? Si oui préciser ce centre :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

***Définition** :*

> *Soit f une fonction définie sur IR ou sur IR*.*
> *On dit que $\boldsymbol{f}$ **est impaire** si pour tout élément x de l'ensemble de définition,*
> *on a $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$*

Propriété :

> *Une fonction f définie sur IR ou sur IR* est impaire si et seulement si sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O , I , J) admet le point O pour centre de symétrie.*

Exercice 15 **Reconnaître graphiquement une fonction paire, une fonction impaire.**

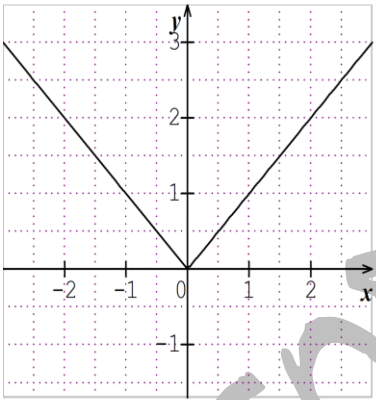
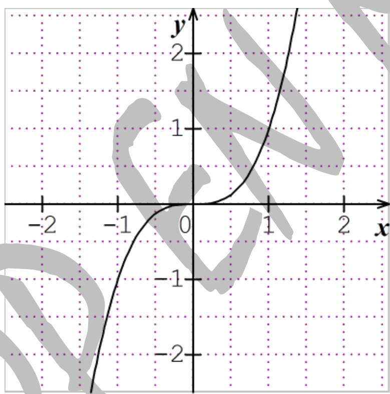
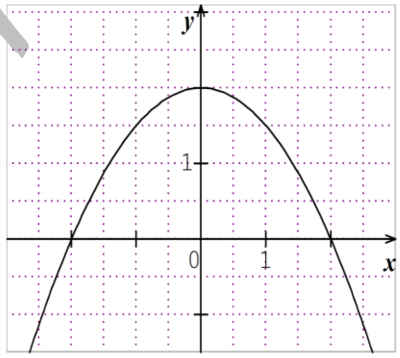




Fig1 : …………………….. Fig2 : ………………….. Fig3 ………………………

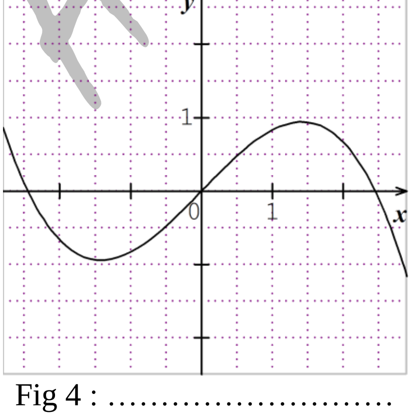
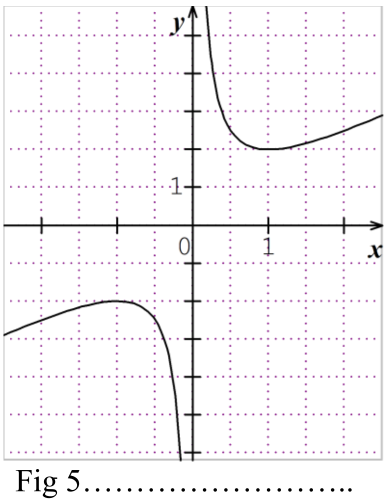



Fig 4 : ……………………… Fig 5……………………..

Exercice 16

Dans chacun des cas suivants , préciser l'ensemble de définition et étudier la parité de la fonction f de IR vers IR définie par :

a) $f(x) = -2x^2$

b) $f(x) = \frac{4}{x}$

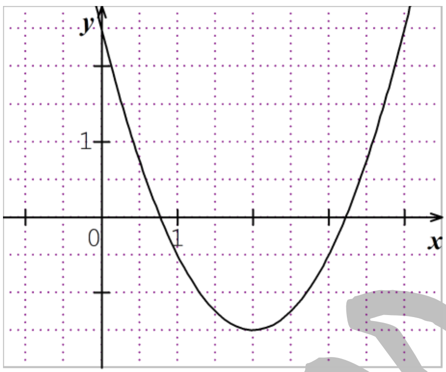
c) $f(x) = x^3 - 2x$

d) $f(x) = 5x^2 + 3$

Axe de symétrie , centre de symétrie

Axe de symétrie

Activité 8



Dans le repère ci – dessus, on a représenté la fonction f définie sur IR par
$f(x) = (x-2)^2 - \frac{3}{2}$

Tracer dans ce même repère la droite (D) d'équation $x = 2$
Que représente cette droite pour (C_f) ?
……………………………………………
……………………………………………

Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = f(x+2)$

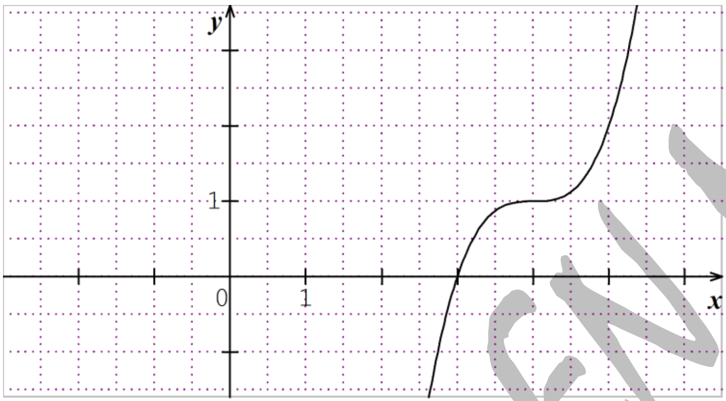
Déterminer l'expression de g puis démontrer que g est une fonction paire
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O , I , J)

On considère la droite (D) d'équation $x = a$ et la fonction f définie sur IR ou sur IR – {a}
***La droite (D) est axe de symétrie** de la représentation graphique de f **si la fonction g définie par $g(x) = f(x + a)$ est paire**.*

Centre de symétrie



Dans le repère ci – dessus, on a représenté la fonction f définie sur IR par
$f(x) = (x - 4)^3 + 1$

Marquer dans ce même repère le point $A\binom{4}{1}$
Que représente ce point pour (C_f) ?
……………………………………………
……………………………………………

Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = f(x + 4) - 1$

Déterminer l'expression de g puis démontrer que g est une fonction impaire
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O , I , J)

On considère le point $A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ *et la fonction* f *définie sur IR ou sur IR – {a}*

Le point $A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ ***est centre de symétrie*** *de la représentation graphique de* f ***si la fonction g définie par*** $\boldsymbol{g(x) = f(x + a) - b}$ ***est impaire****.*

Exercice 17

Dans chacun des cas suivants, démontrer que la droite (D) d'équation $x = a$ est axe de symétrie de la représentation graphique C_f de f .

a) $f: x \mapsto (x-2)^2 + 1$ (D) : $x = 2$

b) $f: x \mapsto x^2 + 2x + 4$ (D) : $x = -1$

c) $f: x \mapsto 1 - (2x+6)^2$ (D) : $x = -3$

d) $f: x \mapsto 3x^2 - 6x + 5$ (D) : $x = 1$

Exercice 18

Dans chacun des cas suivants démontrer que le point $A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est centre de symétrie de la représentation graphique C_f de .

a) $f: x \mapsto 2 + \frac{1}{x-1}$; $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) $f: x \mapsto (x+1)^3 + 4$; $A\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $f: \mapsto \frac{3x-5}{x-2}$; $A\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

d) $f: x \mapsto x^3 - 1$; $A\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………

……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

DERIVABILITE, ETUDE DE FONCTIONS

Nombre dérivé

Rappel : coefficient directeur d'une droite

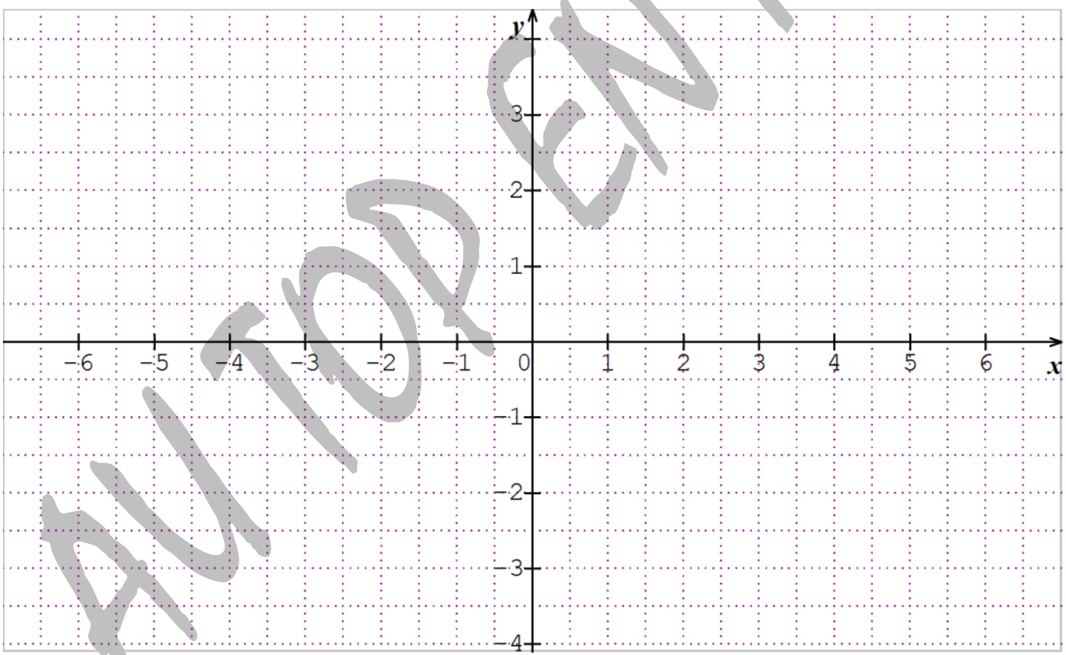
Le plan est muni d'un repère (O , I , J)
Soit $A(x_A\,,y_A)$ *et* $B(x_B\,,y_B)$ *deux points du plan tels que* $x_A \neq x_B$

Le coefficient directeur de la droite (AB) *est le nombre réel* $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Activité 9

(O , I , J) est un repère du plan. On donne les points $A\binom{1}{3}$, $B\binom{-1}{-1}$, $E\binom{1}{1}$, $F\binom{3}{-1}$

a) Placer les points A , B , E , F , puis tracer les droites (AB) , (EF) et (BF)



b) Calculer les coefficients directeurs des droites (AB) , (EF) et (BF)

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

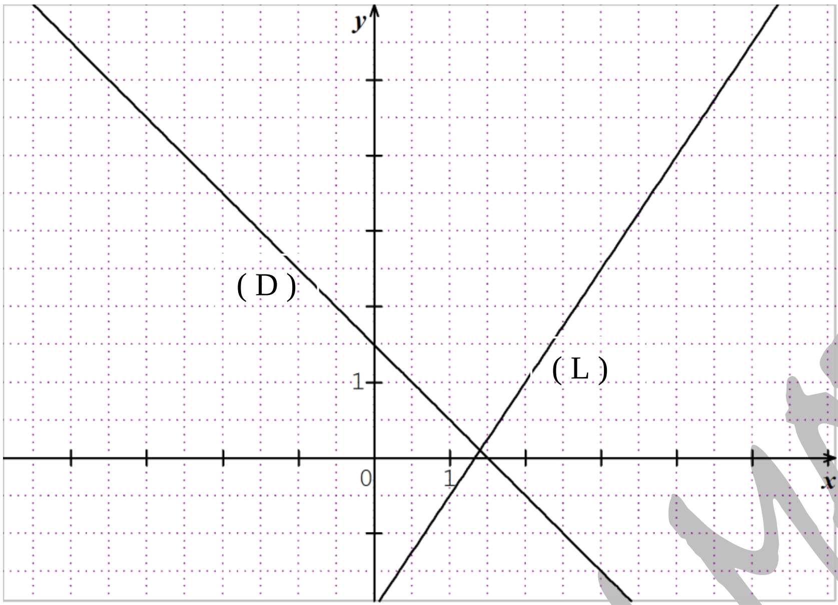
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

On rappelle que, si une droite a pour coefficient directeur $\boldsymbol{a}$ *, alors elle a une équation de la forme* $\boldsymbol{y = ax + b}$

c) Déterminer une équation de cette forme pour chacune des droites (AB) , (EF) et (BF) :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

d) En observant les positions des droites (AB) , (EF) et (BF) dire si chacune d'elles est **croissante**, **décroissante** ou **constante** :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Exercice 19

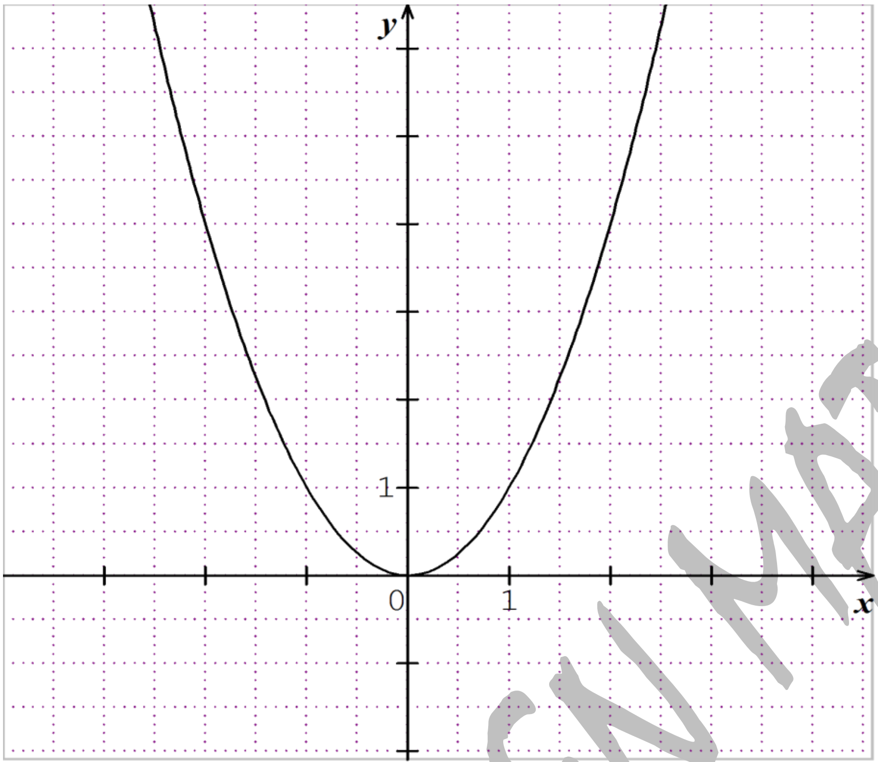


Dans le repère ci-dessus, les droites (D) et (L) sont tracées. Déterminer graphiquement les coefficients directeurs des droites (D) et (L) :

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Activité 10

Soit la fonction f définie sui IR par $f(x) = x^2$ et (C_f) sa représentation graphique



1) Placer dans ce même repère le point $\begin{pmatrix}1\\f(1)\end{pmatrix}$, puis tracer la droite (T) d'équation $y = 2x - 1$.
Quel est le coefficient directeur de la droite (T) ? ……………………………………
Que représente la droite (T) pour la courbe (C_f) ?..

2) Soit la fonction t_1 de IR vers IR définie par $t_1(x) = \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \dfrac{x^2-1}{x-1}$
Cette fonction est appelée **taux d'accroissement de f en 1**.

a) Déterminer l'ensemble de définition de t_1 :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b) Simplifier l'expression de $t_1(x)$:

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

On note $d_1(x)$ l'expression simplifier de $t_1(x)$
Calculer $d_1(1)$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

c) Déterminer une équation de la droite passant par A et de coefficient directeur $d_1(1)$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

3) Soit la fonction t_2 de IR vers IR définie par $t_2(x) = \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

a) Déterminer l'expression simplifiée $d_2(x)$ de $t_2(x)$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b) Calculer $d_2(2)$

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

c) Déterminer une équation de la droite (T_2) de coefficient directeur $d_2(2)$ et passant par le point $B\begin{pmatrix}2\\f(2)\end{pmatrix}$.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

d) Tracer (T_2) dans le même repère. Que représente (T_2) pour la courbe (C_f) ?

Définition

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O , I , J).
a est un nombre réel et f est une fonction définie en a.

- *Si (C_f) admet une tangente au point d'abscisse a, non parallèle à l'axe des ordonnées, alors le coefficient directeur de cette tangente est appelée **le nombre dérivé de f en a.***
  *Le nombre dérivé de f en a est noté $\boldsymbol{f'(a)}$ **.***
- *Lorsque f admet un nombre dérivé en $\boldsymbol{a}$, on dit que **f est dérivable en a***

Comment calculer le nombre dérivé ?

- *Je vérifie que f est définie en a.*
- *Je simplifie l'expression $t(x) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ et j'obtiens une expression $d(x)$*
- *Je calcule $d(a)$. Alors le nombre dérivé de f en a est $f'(a) = d(a)$.*

Exercice 20

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $f(x) = \frac{1}{x}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

b) Calculer le nombre dérivé de f en 3 et en -2.

Equation de la tangente au point d'abscisse a

Lorsque f est dérivable en a alors (C_f) admet au point $A\left(a\,;\ f(a)\right)$ une tangente d'équation $\boldsymbol{y = f'(a)(x - a) + f(a)}$

Exercice 21

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2) Calculer le nombre dérivé de f en -1, noté $f'(-1)$
3) Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse -1.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Fonction dérivée

Activité 11

On peut trouver une formule générale pour calculer le nombre dérivé d'une fonction f en un nombre réel a de l'ensemble de définition :

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $f(x) = x^2$

Soit a un nombre réel. Calculer en fonction de a le nombre dérivé $f'(a)$ de f en a.

Calculer alors $f'(-3)$, $f'(2)$, $f'(4)$, $f'(1{,}5)$

La fonction notée f' de IR vers IR définie par $f'(x) = 2x$ est appelée fonction dérivée de f.

Ainsi, Chacune des fonctions suivantes admet une fonction dérivée qu'il faut connaitre :

Dérivées des fonctions élémentaires :

Fonction	Fonction dérivée
$x \mapsto k$ (fonction constante)	$x \mapsto 0$
$x \mapsto ax + b$	$x \mapsto a$
$x \mapsto x^2$	$x \mapsto 2x$
$x \mapsto x^3$	$x \mapsto 3x^2$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$

Dérivée d'une somme , d'un produit , d'un quotient :

u et v sont des fonctions dérivables, u' et v' sont leurs fonctions dérivées respectives, on a le tableau suivant :

Fonction	Fonction dérivée
$u+v$	$u'+v'$
au (où a est une constante)	au'
uv	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\frac{1}{v}$	$\frac{-v'}{v^2}$

Exercice 22

Pour chacune des fonction suivantes, déterminer l'ensemble de définition, puis déterminer la fonction dérivée :

$f : x \mapsto x^3 + x^2 - 5x + 1$

$g : x \mapsto x^2 + \frac{1}{x}$

$h : x \mapsto (x-2)(2x+1)$

$m : x \mapsto \frac{2x+1}{x-3}$

……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………

Exercice 23

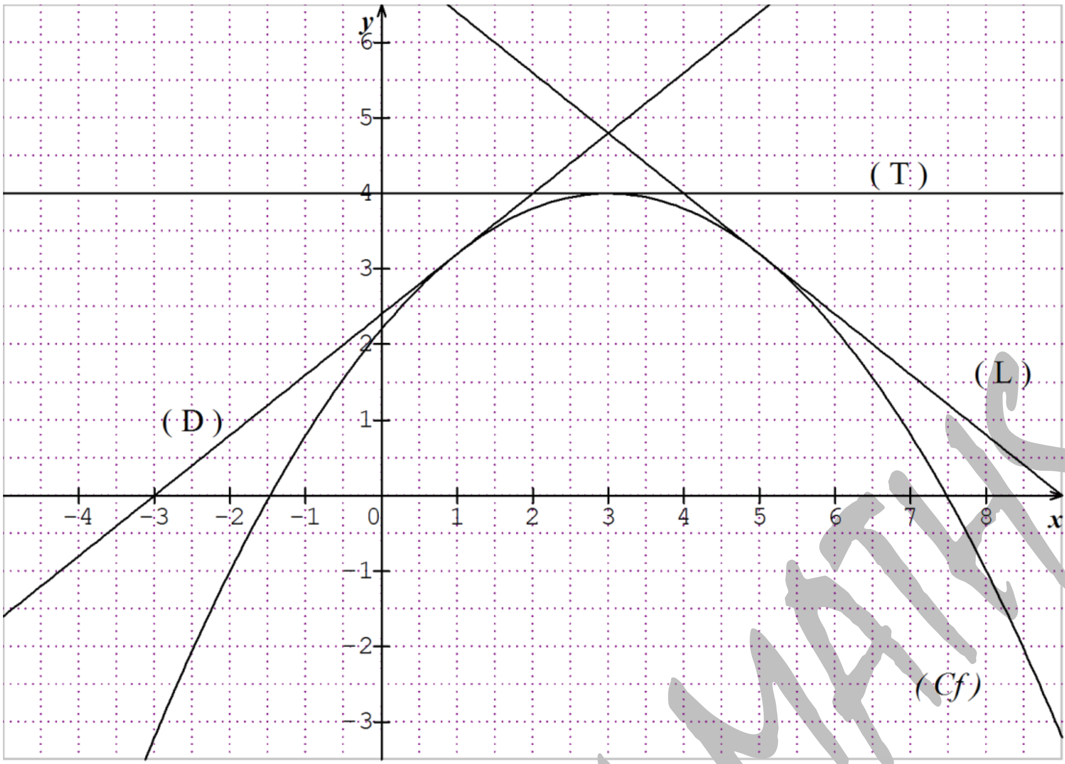
Dans chacun des cas suivants, déterminer la fonction dérivée f' de f , puis déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse a :

a) $f : x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$, $a = 5$

b) $f : x \mapsto \dfrac{3x-2}{2x-1}$, $a = 0$

Dérivée et sens de variation

Activité 12



Sur le graphique ci-dessus, (C_f) est la représentation graphique d'une fonction f.
(T) est la tangente à (C_f) au point d'abscisse 3 ; son coefficient directeur est donc $f'(3)$

(D) est la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1 ; son coefficient directeur est donc $f'(1)$

(L) est la tangente à (C_f) au point d'abscisse 5 ; son coefficient directeur est donc $f'(5)$

Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(3)$, $f'(1)$ et $f'(5)$

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Remarque :

La fonction f est croissante sur $]-\infty\,;3]$ et, pour tout nombre $a \in]-\infty\,;3]$, on a $f'(a) \geq 0$
La fonction f est décroissante sur $[3\,;\,+\infty[$ et , pour tout nombre $a \in [3\,;\,+\infty[$, on a $f'(a) \leq 0$

Compléter le tableau de variation suivant :
Dans la ligne « de $f'(x)$ » on indique le signe de $f'(x)$ selon l'intervalle
Dans la ligne « de $f(x)$ » on dessine les flèches indiquant le sens de variation

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$		4	

Nous admettons la propriété suivante :

Propriété :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

- *Si pour tout $x \in I$, on a $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur I*
- *Si pour tout $x \in I$, on a $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur I*
- *Si pour tout $x \in I$, on a $f'(0) = 0$ alors f est constante sur I*

Exercice 24

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $f(x) = x^3 - 3x + 1$
1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2) Calculer la dérivée f' de f
3) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

4) Compléter le tableau de valeur suivant :

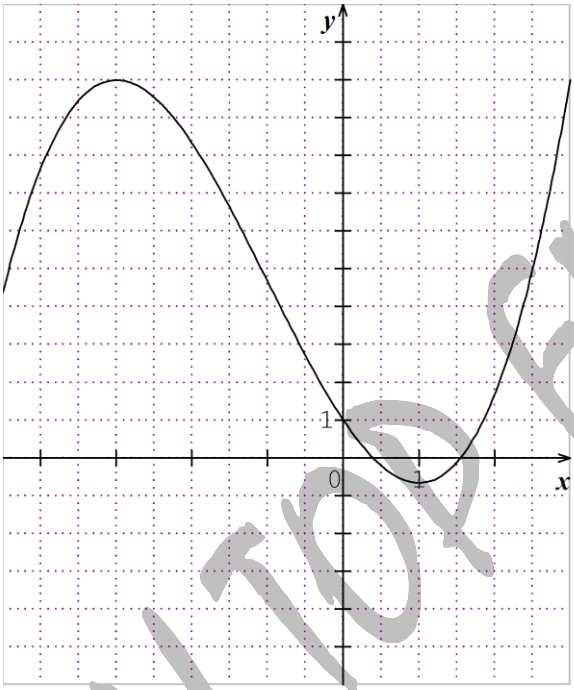
x	$-2{,}5$	-2	-1.5	-1	0	1	2	2,5
$f(x)$								

5) Construire dans un repère orthonormé d'unité 1 cm la représentation graphique de f sur l'intervalle $[-2{,}5\ ;\ 2{,}5]$ (Utiliser du papier millimétré)

………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………
………………………………………………… …………………………………………………

……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………
……………………………………………… ………………………………………………

Exercice 25



On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessus sur l'intervalle $[-4,5 \; ; \; 3]$

1) Déterminer par lecture graphique le signe de la dérivée f' de f sur chacun des intervalles $[-4,5 \; ; \; -3]$, $[-3 \; ; \; 1]$ et $[1 \; ; \; 3]$

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

2) Dresser le tableau de variation de f sur$[-4{,}5\ ;\ 3]$.

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

SUITES NUMERIQUES

Activité 13

Au premier janvier 2009 un commerçant a placé dans une structure financière la somme de 96 000 F CFA.
Au premier janvier de chaque année, son avoir augmente de 5000 F CFA.

1) On note U_0 , U_1 , U_2 et U_3 les montants respectifs de son avoir en 2009 , 2010 , 2011 et 2012.
Calculer U_0 , U_1 , U_2 et U_3 .
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

2-a) On note U_{15} le montant de son avoir, 15 années après le placement.
Donner une méthode de calcul permettant de calculer directement U_{15} .
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
b) Calculer de même U_9 , U_{23} et U_{30}
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

3) Soit U_n le montant de son avoir, *n* années après le placement.
Exprimer U_n en fonction de *n* .
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Ainsi, l'avoir du commerçant est la fonction qui à chaque entier naturel *n* correspondant à l'ordre de l'année, associe le montant U_n de son avoir.

Cette fonction est appelée **une suite numérique**.

U_n est appelé le terme d'indice *n*.

Activité 14

1) Soit la suite (V_n) définie par : Pour tout entier naturel *n* , $V_n = 3 + \frac{1}{2}n$.
Calculer V_0 , V_1 , V_2 , V_3 , V_4.
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

2) Soit la suite des nombres a_n définis par : pour tout entier naturel *n* , $a_n = \frac{2n+1}{n+3}$
Calculer les quatre premiers termes de cette suite.
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

Activité 15
Au premier janvier 2009, La population d'une ville est de 500 000 habitants.
On estime que cette population augmente chaque année de 7%.
1) On note U_0 , U_1 , U_2 , U_3 les populations respectives de cette ville en 2009 , 2010 , 2011 et 2012.
a) Que vaut U_0 ?..
b) Calculer U_1 , U_2 , U_3 . (Attention, le pourcentage s'applique sur la population de l'année précédente) :
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

2) On note U_n la population de cette ville n années après le premier janvier 2009.
Ainsi, U_n et U_{n+1} sont dans cet ordre les populations de cette ville en deux années Consécutives

a) Démontrer que $U_{n+1} = (1{,}07)U_n$.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

b) En utilisant cette formule, calculer U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , U_5 , U_6.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Activité 16

On considère la suite (U_n) définie par :
$U_0 = 3$ et pour tout entier naturel *n*, $U_{n+1} = 5 - 2U_n$

Calculer U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , U_5 , U_6

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Remarque

Cette suite est définie d'une manière toute particulière :
On a donné le premier terme U_0 , puis une relation entre deux termes consécutifs, de sorte que pour calculer un terme de cette suite on a besoin du terme précédent.

On dit que **cette suite est définie par <u>une formule de récurrence</u>**.

Définition , formule explicite, formule de récurrence *(voir cahier de cours)*

Représentation des termes d'une suite définie par une formule de récurrence, sur l'axe des abscisses

Activité 17

Soit (U_n) la suite définie par :
$U_0 = 1$, et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 3 + \frac{1}{2}U_n$
Exprimons chaque terme en fonction du terme précédent, selon la formule de récurrence :
On a : $U_1 = 3 + \frac{1}{2}U_0$

$U_2 = 3 + \frac{1}{2}U_1$

$U_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$U_4 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$U_5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Soit la fonction f de IR vers IR définie par $(x) = 3 + \frac{1}{2}x$.
Traduisons $f(U_0)$, $f(U_1)$, $f(U_2)$, (U_3) , $f(U_4)$ sans les calculer :

On a :

$f(U_0) = 3 + \frac{1}{2}U_0$, alors $U_1 = f(U_0)$

$f(U_1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$, alors $U_2 = \ldots\ldots$

$f(U_2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$, alors $U_3 = \ldots\ldots$

$f(U_3) = \ldots\ldots\ldots\ldots$, alors $U_4 = \ldots\ldots$

$f(U_4) = \ldots\ldots\ldots\ldots$, alors $U_5 = \ldots\ldots$

Ainsi, un terme donné est l'image du terme précédent par la fonction f.

Dans le repère si dessous, deux droites ont été tracées :
La droite (D) d'équation $y = 3 + \frac{1}{2}x$ qui est la représentation graphique de f
La droite (Δ) d'équation $y = x$

U_0 est représenté sur l'axe des abscisses.
Utilisez les droites (D) et (Δ) pour représenter U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , U_5