

<u>MBACKE MATHS</u> 70-713-09 -21	<u>ANNEE SCOLAIRE :</u> 2022/2023		
	<u>SERIE N°2 /FONCTIONS NUMERIQUES</u>		
	<u>COURS D'ETUDE EN LIGNE</u>		
	<u>CLASSE :</u> TS ₂	<u>MATHEMATIQUE</u>	<u>COEFF :</u> 5

❖ **PROBLEME N°1**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x|, & x < 0 \\ x \cdot \sqrt{\frac{x}{|x-1|}}, & x \geq 0 \end{cases}$

1. Montrer que $Df = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
2. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$.
Interpréter les résultats obtenus.
3. Calculer les limites de f aux bornes de Df .
4. Etudier les branches infinies de Cf .
5. Préciser Df' et calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable.
6. Dresser le tableau de variation de f .
7. Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [0 ; 1]$.
 - a. Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser.
 - b. Donner le domaine de définition de h^{-1} .
 - c. h^{-1} est-elle dérivable en 0 ? Justifier.
 - d. Dresser le tableau de variation de h^{-1} puis construire Cf et Ch^{-1} .

❖ **PROBLEME N°2**

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} -x + \sqrt{x^2 + 4}, & x < 0 \\ \sqrt{|4 - x^2|}, & x \geq 0 \end{cases}$

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f puis calculer les limites de f aux bornes de Df .
2. Ecrire $f(x)$ sans la valeur absolue.
3. a. Etudier la continuité de f en 0.
b. Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats.

- c. Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter les résultats.
4. Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .
5. Etudier les branches infinies.
6. Montrer qu'il existe un unique $\alpha \in [0 ; 2]$ solution de l'équation $(x) = x$.
- Vérifier que $\alpha \in \left]1 ; \frac{3}{2}\right]$.

Que représente graphiquement α ?

7. Tracer soigneusement C_f dans un repère orthonormé.
8. Soit g la restriction de f sur $]2 ; +\infty[$.
- a. Montrer que g admet une bijection réciproque dont on précisera son ensemble de définition et ses variations.
- b. Etudier la dérivabilité de g^{-1} . Calculer $(g^{-1})'(\sqrt{5})$.
9. a. Montrer que $\forall x \in \left[1 ; \frac{3}{2}\right], |f'(x)| \leq \frac{3\sqrt{7}}{7}$.
- b. En déduire que $|f(x) - \alpha| \leq \frac{3\sqrt{7}}{7} |x - \alpha|$

❖ PROBLEME 3

PARTIE A

1. Soit g la fonction définie sur $]1 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2\sqrt{x^2 - 1} - 2$
- a. Etudier les variations de g .
- b. Calculer $g(\sqrt{2})$.
- c. déduire de ce qui précède le signe de g sur $]1 ; +\infty[$.

PARTIE B

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2+5x+1}{2(x+1)}, & x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$

a. Déterminer le domaine de définition de f .

b. Calculer les limites aux bornes de Df et en déduire la nature des branches infinies.

c. Montrer que pour tout réel $x \in [1; +\infty[; \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} < 1$.

En déduire la position relative de Cf par rapport à son asymptote oblique.

d. Étudier la continuité de f en 1 et la dérivabilité de f en 1.

Interpréter graphiquement les résultats.

e. Calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable.

f. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3. Soit h la restriction de f sur $] -\infty; -3[$.

a. Montrer que h réalise une bijection de $] -\infty; -3[$ vers J à préciser

b. Montrer que h^{-1} est dérivable en 9,5 et calculer la valeur exacte de $(h^{-1})'(9,5)$

c. Construire (Cf) et Cf^{-1}

❖ PROBLEME 4

PARTIE A

1. Soit g la fonction définie par $g(x) = 2 - \sqrt{-x}$

a. Étudier les variations de g et dresser le tableau de variation de g

b. Calculer $g(-4)$, en déduire le signe de g

PARTIE B

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x - 6 + 4\sqrt{-x} & x \leq -1 \\ \frac{2x^2+7x-7}{2|-x+1|}, & x > -1 \end{cases}$

a. Justifier que $Df = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b. Etudier la continuité de f en -1 .

c. Etudier la dérivabilité de f en -1 . Interpréter les résultats.

d. Calculer les limites aux bornes de Df puis étudier la nature des branches infinies de la courbe de f .

e. Calculer la dérivée de f dans les intervalles où f est dérivable.

f. Déterminer le sens de variation de f .

3. Soit h la restriction de f sur $I = [-4 ; 0]$.

a. Montrer que h est bijective de I vers J à préciser

b. Précisez $(Dh^{-1})'$ puis dresser le tableau de variation de h^{-1} .

c. Calculer $h\left(\frac{1}{2}\right)$ puis $(h^{-1})'\left(-\frac{10}{3}\right)$

d. Montrer que $\forall x \in [-4 ; -1] ; -1 \leq h'(x) \leq 2$

En déduire que $\forall x \in [-4 ; -1] ; -(x+4) \leq h(x) - h(4) \leq 2(x+4)$

En déduire un encadrement de $h(x)$.

e. Construire la courbe de f dans un repère orthogonal. unité 1cm

❖ PROBLEME 5

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$

a. Étudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$.

b. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution notée α puis donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.

c. Déterminer le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3+1}{4x^2-1}$

a. Déterminer $f'(x)$ et l'exprimer en fonction de $g(x)$ en fonction de $g(x)$. c.

Démontrer que $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$