DEVOIR REGIONAL N°2
SESSIONNOVEMBRE 2022

Niveau : Tle D
Durée : 3 heures

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3/ et 3/3.

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation, suivi de V si l'affirmation est vraie ou suivi de F si l'affirmation est fausse. Exemple : 1.F

N°	AFFIRMATIONS
1	Deux événements E et F d'un univers Ω sont indépendants si $P(E) \times P(F) = P(E \cup F)$.
2	La probabilité de E sachant F est définie par $P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$.
3	Si deux événements A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
4	La fonction de répartition d'une variable aléatoire X est définie de IR vers [0 ;1].
5	Lorsque la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p, la variance est donnée par la relation $V(X) = npq$ où $q = 1 - p$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Affirmations	Réponses	
1	Si E et F sont deux événements indépendants alors,	A	$p(E \cup F) = p(E) + p(F)$
		B	$p(E \cap F) = p(E) \times p(F)$
		C	$p_E(F) = p(E)$
2	Pour la loi de probabilité donnée ci-dessous, l'espérance de X est x : -1 ; 1 ; 2 ; 3 P(X=x) : 0,4 ; 0,3 ; 0,2 ; 0,1	A	E(X)=0,4
		B	E(X)=0,5
		C	E(X)=0,6
3	$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$	A	0
		B	1
		C	-1
4	Si f est une fonction strictement décroissante sur l'intervalle $[a, b]$tel que $f([a, b]) = [c, d]$ alors $f(a)$ est égale à	A	C
		B	D
		C	Aucun des deux

EXERCICE 3 (3 points)

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées indépendamment.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
A la gare A, 16 voyageurs ont pris chacun un billet dont :
7 pour la gare B (prix du billet 50 francs)
5 pour la gare C (prix du billet 60 francs)
4 pour la gare D (prix du billet 75 francs)

1- On choisit au hasard un de ces voyageurs. Soit X la variable aléatoire associant à chaque voyageur le prix de son billet (en francs)
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Calculer l'espérance mathématique de X
2- On choisit au hasard trois de ces voyageurs.
   a) Calculer la probabilité pour que ces trois voyageurs aient trois destinations différentes.
   b) Calculer la probabilité pour qu'au moins un des voyageurs ait un billet pour la gare B.

EXERCICE 4 (4 points)

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$;
On admet le tableau de variation de la fonction f suivant :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	||	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	3 || 3	↘	-1

1) Détermine l'ensemble de définition de f.
2) Détermine les limites de f en $-\infty$, en 2 et en $+\infty$. Donne si possible une interprétation graphique des résultats.
3) Détermine les images des intervalles$]-\infty ; 0]$ et $[0 ; +\infty[$ par f.
4) Justifie que la fonction f est prolongeable par continuité en 2.
5) Soit la fonction h la restriction de f sur l'intervalle $]2 ; +\infty[$ et h^{-1} sa bijection réciproque définie sur un intervalle $]-1; 3[$.
   a. Détermine le sens de variation de h^{-1} sur $]-1; 3[$.
   b. Dresse son tableau de variation.
6) Détermine $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$

EXERCICE 5 (5 points)

Tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

A) Dans la ville de Bouna, 80% de la population a été vaccinée contre la COVID-19. Une enquête a relevé les résultats suivants :

- 15% de la population vaccinée a la COVID-19
- 40% de la population non vaccinée a la COVID-19.

On choisit au hasard une personne dans la ville et on considère les événements suivants :

V: « *La personne choisie a été vaccinée* » C: « *La personne choisie a la COVID* $-$ 19 »

1) Construis l'arbre pondéré complet traduisant cette situation.
2) Donne $P(V)$, $P_V(C) et P(\bar{V} \cap C)$.
3) Détermine la probabilité que la personne choisie soit vaccinée et ait la COVID-19.
4) Justifie que $P(C) = \frac{1}{5}$.
5) Calcule la probabilité que la personne choisie soit vaccinée sachant qu'elle a la COVID-19.

B) On choisit cinq personnes dans la ville et on suppose que la probabilité qu'une personne soit atteinte de COVID-19 est $p = \frac{1}{5}$.

1) Calcule la probabilité de l'événement E :«aucune personne a la COVID-19».
2) Calcule la probabilité de l'événement F :« au moins une personne a la COVID-19».
3) On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de personnes pouvant avoir la COVID-19.
   a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
   b) Calcule E(X) puis interprète le résultat obténu.

EXERCICE 6 (4 points)

Un cordonnier dans le Bounkani fabrique des sacs à main. Il réussit à vendre tous les sacs chaque mois à des touristes. Sa marge bénéficiaire mensuelle en centaines de francs est modélisée par la fonction :

$B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x$ où $x \in [1; 16]$ représente le nombre de sacs fabriqués et vendus.

Il aimerait connaître, le nombre de sacs qu'il doit fabriquer et vendre pour que son bénéfice soit maximal et à combien peut être estimé ce bénéfice.

En te basant sur tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent, aide ce cordonnier à répondre à sa préoccupation.