

SERIE B

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotés ½ et 2/2.

*Chaque candidat devra se munir de deux papiers millimétrés. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées*

EXERCICE1

On considère le polynôme P défini sur IR par : $P(x) = 10x^3 + 7x^2 - 14x - 3$

1- Calculer P(1) puis trouver trois réels a, b, c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$

2- Résoudre dans IR , l'équation $10x^3 + 7x^2 - 14x - 3 = 0$

3- Résoudre dans IR :

a) $10(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 - 14(\ln x) - 3 = 0$

b) $(1 - \ln x) \left(\ln x + \frac{3}{2} \right) \left(\ln x + \frac{1}{5} \right) > 0$

EXERCICE2

Une entreprise spécialisée dans la fabrication et la vente de divers articles de luxe envisage de faire une étude de marché afin de mieux orienter ses ventes et sa production. Une enquête auprès des clients potentiels a donné les informations suivantes :

Prix de vente proposé pour un article en franc CFA : x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : y_i	402	340	340	230	240	130	70	60

1- Représenter le nuage de point dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) on prendra 1cm

2- pour 50 francs en abscisses et 1cm pour 50 personnes en ordonnées

Peut-on ajuster ce nuage de point par une droite ?

3-

a. Calculer le prix de vente moyen proposé x et le nombre moyen y de clients potentiels.

b. Calculer les variances $V(x)$ et $V(y)$ puis la covariance $COV(x,y)$. Les résultats seront arrondis à l'ordre 2

c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables x et y et vérifier qu'un ajustement affine est justifié.

4- Par la méthode des moindres carrés, déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de y en x . Construire (D) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

5- On suppose que la tendance se conserve pour les autres propositions de prix et que la relation d'ajustement de y en x est $y = -0.7x + 589$.

Pailleurs l'entreprise dépense pour la fabrication d'un article la somme de 150f CFA et une charge fixe de

a) On désigne par B(x) le bénéfice réalisé sur la vente des y articles au prix potentiel x . Démontrer que $B(x) = -0.7x^2 + 694x - 98350$.

b) Pour $x \in [240 ; 800]$, calculer le prix de vente x pour lequel le bénéfice est maximal. En déduire ce bénéfice.

PROBLEME

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$, $f(x) = \frac{2}{3}x - 1 + \frac{\ln x}{x^2}$. On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) , l'unité graphique est 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + 1 - 2\ln x$

- 1) Calculer $g'(x)$ et démontrer que $\forall x \in]0 ; +\infty[$ $g'(x) = \frac{2(x-1)(1+x+x^2)}{x}$
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction g .
- 3) Montrer que la fonction g admet un maximum absolu M strictement positif puis en déduire le signe g sur $]0 ; +\infty[$

Partie B

1-a) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de la fonction f . Interpréter le résultat si possible.

b) Justifier que la droite (D) d'équation $y = \frac{2}{3}x - 1$ est une asymptote à C_f en $+\infty$

c) Etudier les positions relatives de (C_f) et (D)

2) a- Pour tout x de $]0 ; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

b) Déduire de la question précédente et de la question 3 de la partie A, le signe de $f'(x)$

c) Dresser le tableau de variation de f

3-a) Démontrer que l'équation : $x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$ admet une unique solution α . Et montrer que $\alpha \in]1; 2[$

b) Par la méthode de balayage encadrer α par de décimaux consécutifs d'ordre 2

c) Démontrer que $\ln \alpha = \alpha^2 \left(1 - \frac{2}{3}\alpha\right)$ et que $g(\alpha) = 2\alpha^3 - 2\alpha^2 + 1$

4) Représenter graphiquement (C_f) et (D) dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On prendra $\alpha = 1,3$