

SERIE B

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotés 1/2 et 2/2.
Chaque candidat devra se munir de deux papiers millimétrés. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées*

EXERCICE1

On considère le polynôme P défini sur IR par : $P(x) = 10x^3 + 7x^2 - 14x - 3$

1- Calculer P(1) puis trouver trois réels a, b, c tels que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$

2- Résoudre dans IR , l'équation $10x^3 + 7x^2 - 14x - 3 = 0$

3- Résoudre dans IR :

a) $10(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 - 14(\ln x) - 3 = 0$

b) $(1 - \ln x) \left(\ln x + \frac{3}{2} \right) \left(\ln x + \frac{1}{5} \right) > 0$

EXERCICE 2 (4,0 POINTS): (NB : Donner les valeurs à 10^{-2} près par défaut)

Une étude statistique est menée sur le prix d'une machine durant plusieurs années .les résultats sur le prix en dizaines de milliers de francs de cette machine sont consignés dans le tableau suivant :

| Année | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 |
|------------|------|------|------|------|------|------|
| Rang x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Prix y_i | 183 | 189 | 198 | 204 | 210 | 219 |

1. Représenter dans un repère orthonormé, le nuage de points associé à cette série statistique
Echelle : Abscisse 2 cm pour une unité et en Ordonnée 1 cm pour 10 dizaines de milliers de franc en commençant à graduer par 100.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G.
3. Justifier qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en X est donnée par la relation:
 $y - 7,11x - 175,65 = 0$
4. Tracer la droite (D)
 - a. Déterminer algébriquement l'estimation du prix de la machine en 2006
 - b. Déterminer algébriquement l'estimation de l'année au prix de 225 dizaines de milliers de francs

PROBLEME

PARTIE A. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = x - 5 + 5\ln x$.

1. $\forall x \in]0; +\infty[$ Calculer $g'(x)$.
2. Etudier le signe de $g'(x)$ et donner le sens de variation de la fonction $g(x)$
3. Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[1; 2]$. On note α cette solution.
4. Déterminer le signe de $g(x)$, $\forall x \in]0; +\infty[$

PARTIE B. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(x-5)\ln x}{x}$.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. **a.** Soit f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$.
b. Montrer que $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ et en déduire le signe de $f'(x)$
c. Dresser le tableau de variation de f .
3. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2 cm.
a. Soit A le point de la courbe d'abscisse 1. Donner une équation de la droite (D) tangente en A à la courbe (C_f)
b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et de l'axe des ordonnées **c.** Montrer que $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-5)^2}{5\alpha}$
d. Tracer la droite (D) et la courbe (C_f)

PARTIE C

1. Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x - x - \frac{5}{2}(\ln x)^2$. Justifier que la fonction $F'(x) = f(x)$
2. **a.** Hachurer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.
b. Calculer la valeur exacte, en cm^2 de $A = -4[F(e) - F(1)]$.