Lycée classique Abidjan — Année Scolaire : 2021 - 2022

COURS DE SOUTIEN DE MATHS Tle C : Séance du 29-12-2021

EXERCICE 1

Dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ de l'espace, on considère pour tout réel m, le plan Pm d'équation :

$\frac{1}{4}m^2x+(m-1)y+\frac{1}{2}mz-3=0.$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m le point A(1; 1; 1) appartient-il au plan Pm ?

2. Montre que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 12-2t \\ y = 9-2t \quad \text{avec } t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

3. a. Montre que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.

b. Justifier que pour tout réel m, le point B appartient au plan Pm.

c. Montrer que le point B est l'unique point appartenant à Pm pour tout réel m.

EXERCICE 2

Soit m un paramètre réel strictement positif. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

On note (Γ_m) l'ensemble des points $M(x, y)$ vérifiant : $(\ln(m))x^2 + {}^2 -2(\ln^2 m)x -2(\ln m)y^2 +(\ln n^3 m) = 0.$

1. Reconnais (Γ_1).

On suppose dans la suite que $m \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

2. a) Donne une équation réduite de (Γ_m)

b) Discute suivant m, la nature de (Γ_m).

c) Soit Im le centre de (Γ_m), que décrit Im quand m décrit $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$?

3. (a) Détermine m_0 pour que (Γ_{m0}) soit un cercle, préciser son centre.

b) Détermine m_1 pour que (Γ_{m1}) soit une hyperbole équilatère. Précisera son centre, ses sommets, ses foyers et ses asymptotes.

PROBLEME

Partie 1

On considère la fonction g_k de la variable réelle x définie par : $g_k(x) = -2x + 1 + 2x\ln(kx)$. (k est paramètre réel non nul).

1- Détermine suivant les valeurs prises par k, l'ensemble de définition E_k de g_k

2- Calcule les limites de g_k aux bornes de E_k pour $k < 0$ et pour $k > 0$.

3- Calcule la dérivée g_k' de g_k.

4- Etablis le tableau de variations de g_k pour chaque cas.

5- a) Montre que pour $k > 2$ et pour $x \in]0 ;+\infty[$ $g_k(x) > 0$.

b) Montre que pour $k < 0$, l'équation $g_k(x) = 0$ admet une solution négative unique α_0 élément de l'intervalle $]-\infty ; \frac{1}{k}[$.

c) Montre que si $0 < k < 2$, l'équation $g_k(x) = 0$ admet exactement deux solutions positives α_1 et α_2

d) Etudie le signe de $g_2(x)$.

Partie II

Soit la fonction numérique f_k de la variable réelle x définie par : $f_k(x) = \frac{1}{k} - \frac{\ln(kx)}{2x-1}$.

k étant un paramètre réel supérieur ou égal à 2 ; on désigne par (C_k), la représentation graphique de f_k dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). Unité graphique : 1cm.

1- Détermine l'ensemble de définition D_k de f_k.

2-a) Montre que la fonction f_2 admet un prolongement par continuité en 1/2.

b) Calcule les limites de f_k aux bornes de D_k

3-a) Calcule la fonction dérivée f_k' de f_k et établir une relation entre $f_k'(x)$ et $g_k(x)$ pour tout x de D_k.

b) Etudie le sens de variation de f_k et dresser son tableau de variations pour $k = 2$ et pour $k \neq 2$.

4- Représente (C_2) et (C_4) dans le même repère. Précise les asymptotes à chacune de ces courbes

Lycée classique Abidjan — Année Scolaire : 2021-2022

COURS DE SOUTIEN DE MATHS Tle C : Séance du 28-12-2021

EXERCICE 1

Pour chacun des énoncés suivants, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

	Enoncés		Réponses proposées
1	La fonction f définie par $f(x) = \frac{x\ln(x^2+3)}{x^2+3}$ a pour primitive sur $\mathbb{R}$, la fonction F définie par	A	$F(x) = \frac{1}{4}\ln^2(x^2+3)$
		B	$F(x) = \ln^2(x^2+3)$
		C	$F(x) = \frac{1}{2}\ln^2(x^2+3)$
2	L'inequation $-1 + \ln(1-x) < 0$ a pour ensemble de solutions	A	$]1-e\,;\,+\infty[$
		B	$]1-e\,;\,1[$
		C	$]-\infty\,;\,1[$
3	Soit (P) le plan d'équation $+ 2y - 3z - 1 = 0$ et la droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3-t \end{cases}$	A	(D) est strictement parallèle à (P)
		B	(D) est sécante à (P)
		C	(D) est incluse dans (P)
4	BAC^{16} est égal à	A	2988
		B	2999
		C	2989
5	La fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$ pour dérivée la fonction f ' définie par :	A	$f'(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$
		B	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
		C	$f'(x) = \frac{1+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}(x+\sqrt{x^2+1})}$

EXERCICE 2

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère le point F de coordonnées $(0,0,1/4)$ et P le plan d'équation $z=-1/4$. Pour un point M de l'espace, on note H le projeté orthogonal de M sur P et (E) l'ensemble des points M tels que MH=MF.

1. Démontrer que E a pour équation $x^2+y^2 = z$.

2. Soient x,y des entiers. Démontrer que $7|x^2+y^2$ si et seulement si $7|x$ et $7|y$

3. Existe-t-il des points qui appartiennent à l'intersection de E et du plan $z=98$ dont toutes les coordonnées sont des entiers? Si oui, les déterminer.

EXERCICE 3

1. Citez le théorème sur les propriétés de compatibilité de la congruence avec l'addition, la multiplication et les puissances.

2. Montre que $11^6 \equiv 1[7]$. Déduis le reste de la division euclidienne de 11^{2011} par 7.

3. a)Vérifie que 999 est divisible par 27.

b) Démontre que $10^{3n} \equiv 1\ [27]$

c) Quel est le reste de la division de $10^{100} + 100^{10}$ par 27 ?

4. Soit n un entier naturel, on sépare son nombre de dizaines a et le chiffre des unités b.

On a alors $n = 10a + b$.

Prouve que n est divisible par 17 si et seulement si $a - 5b$ est divisible par 17.

Application : Montre par ce procédé (que l'on peut réitérer) que les nombres 816 et 16983 sont divisibles par 17.

EXERCICE 4

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j} ; \vec{k})$. Unité : 1cm.

Le plan $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ représente le sol.

Les élèves d'une classe de Tle C du lycée classique d'Abidjan se rendent à L'ASECNA qui est une agence qui s'occupe entre autre de la sécurité aéroportuaire. Le responsable de la tour de contrôle affirme, ils ont la charge de surveiller deux routes aériennes représentées par deux droites de l'espace (D_1) et (D_2) dont les représentations paramétriques sont :

$$\begin{cases} x = 3 + k \\ y = 9 + 3k \\ z = 2 \end{cases} (k \in \mathbb{R}) \text{ et } \begin{cases} x = 0,5 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Le responsable affirme que deux avions volant simultanément sur ces deux routes aériennes ne peuvent entrer en collision.

De retour en classe ; les élèves se demandent si l'affirmation du responsable est vraie.

A l'aide d'une démonstration argumentée, répond à leur préoccupation.