

Corrigé exercice 3

1) Soit l'équation différentielle : (H) : $y' + y = 0$ $y' = -y$ d'où $y = k e^{-x}$; $k \in \mathbb{R}$.

2) Si $g(x) = ax + b$ est solution de l'équation (E) alors on a : $a + ax + b = x$ pour tout $k \in \mathbb{R}$

$$\text{d'où } \begin{cases} a=1 \\ a+b=0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} a=1 \\ b=-a=-1 \end{cases} \text{ et } g(x) = x - 1 .$$

3) a) $f(x) = k e^{-x} + x - 1$ on a $f'(x) = -k e^{-x} + 1$, donc

$$f'(x) + f(x) = -k e^{-x} + 1 + k e^{-x} + x - 1 = x .$$

pour $k \in \mathbb{R}$ on a : $f'(x) + f(x) = x$; et f est solution de (E) .

b) $f(x) = k e^{-x} + x - 1$ si $f(0) = 0$ alors $k - 1 = 0$ d'où $k = 1$

4) a) $k = 1$ $f(x) = e^{-x} + x - 1$. $\mu = \frac{1}{2-0} \int_0^2 f(x) dx$; $\mu = \frac{1}{2-0} \int_0^2 (e^{-x} + x - 1) dx$ $\mu = \frac{1}{2} \left[-e^{-x} + \frac{x^2}{2} - x \right]_0^2$;

$$\mu = \frac{1}{2} \left[-e^{-2} + \frac{4}{2} - 2 - (-e^0 + 0 - 0) \right] \quad \mu = \frac{1}{2} \left[-e^{-2} + 2 - 2 + 1 \right] \quad \mu = \frac{1}{2} \left[1 - e^{-2} \right] . \text{ b) } m = 0,43 \text{ à } 10^{-2} \text{ près par}$$

défaut.