

Corrigé exercice 4

1-L'équation $y' = -\lambda y$ a pour solution générale : $N(t) = Ae^{-\lambda t}$ où A est un réel .comme $N(0) = 10^9$
alors $A = 10^9$ d'où $N(t) = 10^9 e^{-\lambda t}$.

$$N(0) = 10^9 \text{ et } N(18) = \frac{10^9}{2} \text{ donc } 10^9 e^{-\lambda \times 18} = \frac{10^9}{2} \quad e^{-\lambda \times 18} = \frac{1}{2} \text{ d'où } e^{-\lambda \times 18} = \frac{1}{2} \quad ; \quad -18\lambda = \ln\left(\frac{1}{2}\right).$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{18}$$

$$3. \text{ Résolvons : } N(t) \leq 10^2 \Leftrightarrow 10^9 e^{-\frac{\ln 2}{18}t} \leq 10^2 \Leftrightarrow e^{-\frac{\ln 2}{18}t} \leq \frac{10^2}{10^9} = 10^{-7} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{\ln 2}{18}t \leq \ln(10^{-7}) = -7 \ln 10$$

$$\Leftrightarrow t \geq \frac{18 \times 7 \ln 10}{\ln 2} \approx 418,5. \text{ A partir du 419ème jour, le nombre de noyaux sera inférieur à } 10^2.$$