

Corrigé exercice 5

1. l'équation différentielle $y' - ay = 0$ est une équation différentielle linéaire du 1^{er} ordre

on sait que la solution générale de cette équation : les fonctions f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = k e^{ax}$ où $k \in \mathbb{R}$.

Ici $a = -2 \times 10^{-4}$ $f(t) = k e^{-2 \times 10^{-4} t}$. $f(0) = k e^0 = -80$. D'où $k = -80$ et enfin $f(t) = -80 e^{-2 \times 10^{-4} t}$

2- on sait que $f(t) = g(t) - 100$ pour $t \in [0 ; +\infty[$, d'où $g(t) = 100 - 80 e^{-2 \times 10^{-4} t}$

3.a) $g(0) = 100 - 80 e^0 = 100 - 80 = 20$. la température atteint 85°C lorsque : $-80 e^{-2 \times 10^{-4} t} + 100 = 85$

$$\Leftrightarrow -80 e^{-2 \times 10^{-4} t} = -15 \Leftrightarrow e^{-2 \times 10^{-4} t} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow -2 \times 10^{-4} t = \ln\left(\frac{3}{16}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln(3/16)}{-2 \times 10^{-4}} = -5000 \ln\left(\frac{3}{16}\right) \approx 8370 \text{ sec soit } t \approx 2 \text{ h } 19' 30''.$$

c. la réponse est non car on aura $-80 e^{-2 \times 10^{-4} t} + 100 = 100$ c'est - à -dire $-80 e^{-2 \times 10^{-4} t} = 0$

ou encore $e^{-2 \times 10^{-4} t} = 0$ impossible car $e^t > 0$ pour tout réel t