Exercice 9

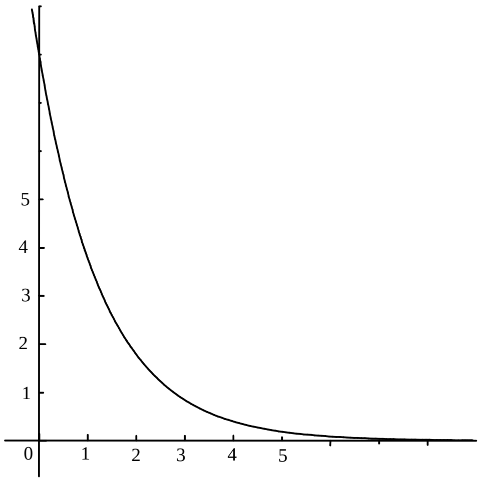
1a. $4y'+3y=0 \Leftrightarrow y'=-\frac{3}{4}y$ l'équation différentielle $y'=-\frac{3}{4}y$ est une équation différentielle du 1[er] ordre de la forme $y'=ay$ .On sait que la solution générale de cette équation est de la forme $y=ke^{at}$ où k est un réel quelconque. Ici $a=-\frac{3}{4}$, d'où la solution générale de l'équation (E) : $y=ke^{-(3/4)t}$.

b. Soit f la fonction , solution de (E) , telle que $f'(0)=-6$ .comme $f(x)=ke^{-(3/4)t}$, et comme la dérivée de

$\left(e^{u}\right)'=u'e^{u}$, on peut dériver f. $f'(x)=k\left(-\frac{3}{4}\right)e^{(-3/4)x}$.

$f'(0)=k\left(-\frac{3}{4}\right)e^{0}=\frac{-3}{4}k$ .comme $f'(0)=-6$. $\frac{-3}{4}k=-6$; $k=8$.

la fonction f cherchée est telle que : $f(x)=8e^{-(3/4)x}$.



2. la dérivée de g est définie sur I par : $g'(x)=8\times\frac{-3}{4}e^{-(3/4)x}$.

$g'(x)=-6\times e^{-(3/4)x}$.Comme $e^{-(3/4)x}>0$,

on en déduit que $g'(x)<0$.Donc la fonction g est strictement décroissante

sur I . le volume V du solide engendré par la rotation du domaine A autour

de l'axe des abscisses *(x' x)* est donné par la formule:

$V=\pi\int_a^b[g(x)]^2dx$.

comme l'unité graphique est le cm , l'unité de volume est cm^3.

d'où $V=\pi\int_0^4\left[8e^{(-3/4)t}\right]^2dt$; $V=64\pi\int_0^4 e^{(-3/2)t}dt=64\pi\times(-\frac{2}{3})\left[e^{(-3/2)x}\right]_0^4=\frac{-128\pi}{3}\left(e^{-6}-e^{0}\right)$

$V=\frac{128\pi}{3}\left(1-e^{-6}\right)$ cm^3. une valeur approchée de V arrondie au mm^{3}est alors $V=133,709$ cm^3