Equations différentielles 2eme ordre

Exercice 4

1. Résoudre l'équation différentielle (E) : $y''+y=0$.

2. On désigne par *f* l a solution particulière de (E) dont la courbe représentative dans un repère orthonormal passe par le point de coordonnées (0 ; 1) et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y=x$.

2.a. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.

2.b. En déduire une expression de $f(x)$ en fonction de *x* .

2.c. Vérifier que pour tout réel *x* , $f(x)=\sqrt{2}\cos\left(x-\pi/4\right)$.

3. Calculer la valeur moyenne de *f* sur l'intervalle [0 ; π], c'est-à-dire le réel *m* défini par

$$m=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)dx$$