Problème 1

A - En utilisant le graphique on a : g(1)= 0 signifie $1+a+b=0$ ou encore $a+b=-1$.

g(3) = 0 signifie $\frac{9+3a+b}{3}=0$ ou encore $3a+b=-9$

pour trouver les valeurs de a et b on doit résoudre un système d'équations : $\begin{cases} a+b=-1 \\ 3a+b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-b=1 \\ 3a+b=-9 \end{cases}$

2a = –8 et a = –4 ; b = –1+a = –1+4 =3 , d'où a = –4 et b = 3 et $g(x)=\frac{x^2-4x+3}{x}=x-4+\frac{3}{x}$.

B- $h(x)=x^2+1-2\ln x$; $h'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2x^2-2}{x}$; $h'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$. **Comme** $x\in\left]0;+\infty\right[$ $\frac{2(x+1)}{x}>0$

Donc le signe de $h'(x)$ dépend du signe de ($x-1$) ,
d'où le tableau de variation
La fonction h admet un minimum égal à h(1) = 2 > 0.
Par conséquent h(x)> 0 sur l'intervalle $\left]0;+\infty\right[$.

x	0	1	$+\infty$
h'(x)		−	
h(x)	↘	2	↗

C- $f(x)=x-4+\frac{1+2\ln x}{x}$

1- $\lim\limits_{x\to0^+}(x-4)=-4$ et $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1+2\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}\times\lim\limits_{x\to0^+}(1+2\ln x)$; $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^+}(1+2\ln x)=1+2\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=1-\infty=-\infty$

Donc $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$. on déduit que la droite d'équation : x = 0 est une asymptote verticale à la courbe C au voisinage de 0.

2- $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-4)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+2\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}+2\times\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\ln x}{x})$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ et $2\times\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\ln x}{x})=0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.

3- $f'(x)=1+\frac{2-(1+2\ln x)}{x^2}$; $f'(x)=\frac{x^2+2-(1+2\ln x)}{x^2}$; $f'(x)=\frac{x^2+1-2\ln x}{x^2}$ et $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$.

Le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left]0;+\infty\right[$ dépend du signe de $h(x)$; or $h(x)>0$ pour tout $x\in\left]0;+\infty\right[$ .Il s'ensuit que $f'(x)>0$ pour tout $x\in\left]0;+\infty\right[$ et par conséquent la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0;+\infty\right[$.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$		$-\infty$ ↗ $+\infty$

4- Soit $k(x)=f(x)-g(x)$; $k(x)=x-4+\frac{1+2\ln x}{x}-(x-4+\frac{3}{x})$.

$k(x)=x-4+\frac{1+2\ln x}{x}-x+4-\frac{3}{x}$, $k(x)=\frac{1+2\ln x}{x}-\frac{3}{x}=\frac{2\ln x-2}{x}$ .calculons : $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x-2}{x}=-2\times\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}+2\times\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\ln x}{x})$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ et $2\times\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{\ln x}{x})=0$. Donc $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=0$.

On déduit que la courbe C est une courbe asymptote à la courbe Γ au voisinage de $+\infty$.

b- Trouver les coordonnées du point d'intersection des courbes Γ et C revient à résoudre l'équation $f(x)=g(x)$

c'est-à-dire $f(x)$ - $g(x)$ = 0 ou encore k(x) = 0. donc $\frac{2\ln x-2}{x}=0$. $x\neq0$ *et* $2\ln x-2=0$.

$2\ln x=2$ équivaut à $\ln x=1=\ln e$ et $x=e$. $y=f(e)=e-4+\frac{3}{e}=g(e)$. $A(e\,;e-4+\frac{3}{e})$.

c- Déterminer les positions relative de la courbe Γ par rapport à la courbe C , revient à étudier le signe de $k(x)=f(x)-g(x)$, c'est-à-dire le signe de $\frac{2\ln x-2}{x}$ sur l'intervalle $\left]0;+\infty\right[$, donc il faut étudier de $2\ln x-2$.

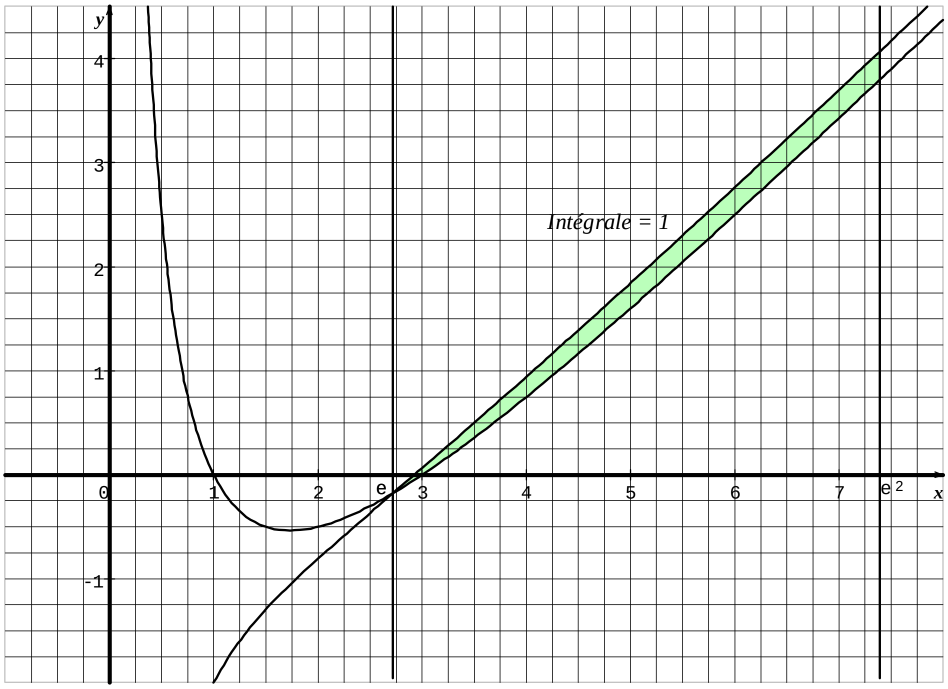
$2\ln x-2>0$; $2\ln x>2$, $\ln x>1=\ln e$, donc $x>e$. On déduit donc que sur l'intervalle $\left]e\,;+\infty\right[$ la courbe Γ est au dessus de courbe C . on démontre de même que sur l'intervalle $\left]0\,;e\right[$ la courbe Γ est en dessous de courbe C .

D- soit $K(x)=(\ln x-1)^2$.On pose $u(x)=\ln x-1$ donc $K(x)=u(x)^2$ et $K'(x)=2u'(x)u(x)$. Donc

$K'(x)=2\times\frac{1}{x}\times(\ln x-1)=\frac{2\ln x-2}{x}=k(x)$ .on déduit que $K(x)$ est une primitive de $k(x)=f(x)-g(x)$ sur $\left]0;+\infty\right[$.

3- $A=4\times\left[K(e^2)-K(e)\right]$. $K(e^2)=(\ln e^2-1)^2=(2\ln e-1)^2=(2-1)^2=1$ et $K(e)=(\ln e-1)=(1-1)^2=0$.

On déduit que $A=4\times(1-0)=4cm^2$.



Problème 2

Partie A: Etude d'une fonction auxiliaire.

La fonction g est somme de fonctions strictement croissantes sur I =]0;+∞[. Elle est donc elle-même strictement croissante sur cet intervalle. On peut aussi calculer sa dérivée et voir que celle-ci est strictement positive sur I. g(0,5) = –0,875 – ln(2) = –1,57 à 0,01 près par défaut

g(1) = 0 , valeur exacte .g(2) = 7 + ln(2) = 7,69 à 0,01 près par défaut g(e) = e^3 = 20,08 à 0,01 près par défaut. .Comme g est strictement croissante sur I et que g(1) = 0, on en déduit que g est <0 sur]0;1[et que g est > 0 sur]1;+ ∞[.

Partie B : Etude de *f*.

Le calcul de la dérivée de *f* est sans problème. $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}x-\ln x}{x^2}-x$; $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}-x$; $f'(x)=\dfrac{1-\ln x-x^3}{x^2}$

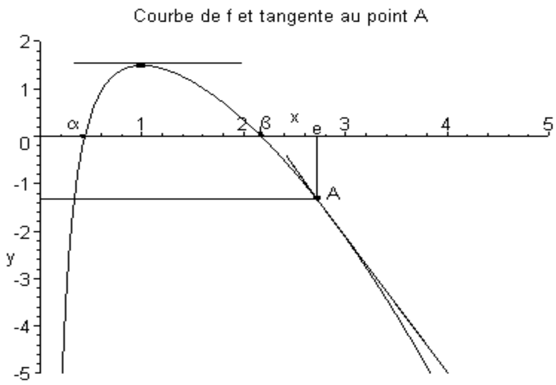
On remarque alors que $f'\,x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$. *f* '(*x*) et g(*x*) sont donc de signe contraires.

On forme alors le tableau de signes de f '(*x*) en utilisant le résultat de la question PartieA:3: puis le tableau de variations de f sur I. f est croissante sur]0;1] et décroissante sur [1;+∞[.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{x}=-\infty$ donc

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$



D'après les variations de f sur I, on sait que f admet un maximum absolu en 1. C'est à dire que pour tout *x* dans I, *f*(*x*) ≤ *f*(1). Or *f*(1) = 1,5 donc pour tout *x* dans I, on a bien *f*(*x*) ≤ 1,5.A point de (C) d'abscisse e.

f(e) = e^{-1} – 0,5e^2 + 2 et *f* '(e) = –e.

Equation de la tangente en A : $y = -ex + 0{,}5e^2 + e^{-1} + 2$.

Partie C: Etude de "*f*(*x*) = 0 , *x* > 0"

On peut remarquer que la courbe de f a deux point d'intersection avec l'axe des abscisses, d'où deux solutions pour l'équation "*f*(*x*) = 0".

On peut aussi s'appuyer sur les variations de f et remarquer que f est dérivable et strictement croissante sur]0;1[. Comme *f*(1) > 0 et que *f* tend vers – ∞ en 0, on en déduit que l'équation admet une unique solution entre 0 et 1. Même chose sur [1 ; +∞ [.

On a donc une solution notée a sur]0;1[et une solution notée b sur]1;+ ∞ [.

Les encadrements demandés se justifient par l'observation des signes de *f*(0,4358) , *f*(0,4359) , *f*(2,1712) et *f*(2,1713). D'après le tableau de variations de f (ou une simple observation de sa courbe), on peut dire que: *f*(*x*) ≤ 0 sur] 0; α] , *f*(*x*) ≥ 0 sur [α ; β] , *f*(*x*) ≤ 0 sur [β ; +∞ [.

Le calcul de la dérivée de F ne pose aucune difficulté .et on remarque que F'(x) = f(x).
Comme on connaît le tableau de signes de f (x) , on connaît celui de la dérivée de F, donc on connait le tableau de variations de F sur $]0;+\infty[$.

Problème 3

PARTIE A : Etude de fonction *f*

1) $\lim\limits_{x\to 0^+}(x+2+\ln x)=-\infty$ Il vient $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+2+\ln x}{x}=-\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ .Comme $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ alors l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe C.

2)a) Pour tout x de $]0;+\infty[$ $f(x)=\dfrac{x}{x}+\dfrac{2}{x}+\dfrac{\ln x}{x}$ soit $f(x)=1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{\ln x}{x}$

b) Comme $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

c) On en déduit que la courbe C admet la droite d'équation x =1 comme asymptote au voisinage de $+\infty$ .voir courbe.

3)a) Pour tout x de $]0;+\infty[$; $f'(x)=\dfrac{(1+\frac{1}{x})x-(x+2+\ln x)}{x^2}$ $f'(x)=\dfrac{x+1-x-2-\ln x}{x^2}$. $f'(x)=\dfrac{-1-\ln x}{x^2}$

b) $f'(x)\geq 0$ $\dfrac{-1-\ln x}{x^2}\geq 0$ *et* $x\in]0;+\infty[$ $\Leftrightarrow$ $f'(x)\geq 0$ $-1-\ln x\geq 0$ $\Leftrightarrow -\ln x\geq 1\Leftrightarrow \ln x\leq -1\Leftrightarrow x\leq e^{-1}$

$f'(x)\leq 0$ $\dfrac{-1-\ln x}{x^2}\leq 0$ *et* $x\in]0;+\infty[$ $\Leftrightarrow$ $x\geq e^{-1}$.

Donc f '(x) s'annule en changeant de signe en $x=e^{-1}$

c) Il en résulte le tableau de variation de f :

x	0	e^{-1}	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$1+e$	↘ 1

PARTIE B :

1) g est la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{x+2}{x}$

a) $g'(x)=\dfrac{x-(x+2)}{x^2}$; $g'(x)=\dfrac{-2}{x^2}$ Comme $g'(x)<0$ sur $]0;+\infty[$ alors la fonction g est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$. Il en résulte le tableau de variation suivant :

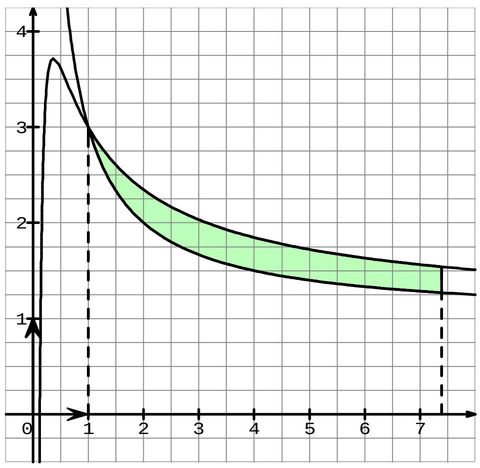
x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
$g(x)$	$+\infty$ ↘	1

b) La courbe H admet comme asymptote l'axe des ordonnées et la droite D.

2)a) $f(x)-g(x)=\dfrac{x+2+\ln x-(x+2)}{x^2}=\dfrac{\ln x}{x}$. Sur $]0;+\infty[$ $f(x)$-$g(x)$ est du signe de ln x. Donc $f(x)-g(x)\leq 0\Leftrightarrow 0<x\leq 1$ et $f(x)-g(x)\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$.

b) Les deux courbes C et H se coupent en un point K d'abscisse 1, car $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

c) On en déduit que : C est au-dessous de H sur]0, 1] et C est au-dessus de H sur $[1;+\infty[$



3) Tableau des valeurs

PARTIE C : Calcul d'une aire

x	0, 5	1	2	2, 5	4	5
g(x)	5	3	2	1, 8	1, 5	1, 4

1) Soit U la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $U=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$;

$U'(x)=\dfrac{2}{2}\ln x\times\dfrac{1}{x}=\dfrac{\ln x}{x}$. Comme $U'(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ alors U est une primitive de $\dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0;+\infty[$.

3) $A(\alpha)=8cm^2$. 2 (ln α)^2 = 8 (ln α)^2 = 4 ; ln α = 2, car ln α > 0 d'où $\alpha=e^2$

Problème 4

PARTIE A

I - 1 - a) $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=+\infty$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$

2 - Le signe de g(x) est donné par le tableau suivant :

x	0		1		3		$+\infty$
Signe de $g(x)$	‖	+	0	–	0	+	

II - 1 - $g(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2}$. On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ or $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax^2}{x^2}$ soit $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=a$ donc a = 1

2 - g(1) = 0 et g(3) = 0. g(1) = 0 équivaut à 1 + b + c = 0 . g(3) = 0 équivaut à $\dfrac{9+3b+c}{9}=0$

D'où le système de deux équations permettant d'obtenir b et c. $\begin{cases} b+c=-1 \\ 3b+c=-9 \end{cases}$

3 - La résolution du système donne b = – 4 et c = 3 d'où $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2}$

PARTIE B : Etude d'une fonction

I - Soit une fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=-\dfrac{3}{x}-4\ln x+x$

1 - a) $f(x)=x(-\dfrac{3}{x^2}-4\dfrac{\ln x}{x}+1)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3}{x^2}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}-4\times\dfrac{\ln x}{x}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(-\dfrac{3}{x^2}-4\dfrac{\ln x}{x}+1)=1$

d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x}(-3-4x\ln x+x^2)$ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to0^+}(-3+4x\ln x+x^2)=-3$ D'où $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$

2 - a) $f'(x)=\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{4}{x}+1$; il vient $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2}$ Soit $f'(x)$ = g(x)

b) On en déduit de la partie A le tableau de variation de f :

x	0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
var def		$-\infty$ ↗	$f(1)$	↘	$f(3)$	↗	$+\infty$

c) $f'(1)=-2$ f(3) = 2– 4ln3

II .1

a) Comme la fonction f admet dans l'intervalle $]\,0\,;3\,]$ un maximum négatif , alors l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution dans cet intervalle.

b) Comme la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]\,3\,;10\,]$ et que f(3) et f(10) sont de signes contraires, alors l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans cet intervalle. $f(3)\approx-2.39$ et $f(10)\approx0,49$

c) L'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution dans l'intervalle $]1\,0\,;+\infty\,]$ car f est strictement croissante sur cet intervalle et $f(10)>0$

2 - Tableau à compléter

x	9,15	9,16	9,17	9,18	9,19	9,20	9,21	9,22	9,23	9,24	9,25
f(x)	–0,032	–0,026	–0,02	–0,014	–0,008	–0,002	0,003	0,009	0,015	0,021	0,027

On en déduit un encadrement d'amplitude de 10^{-2} de x_0 donc $9,2\le x_0\le 9,21$

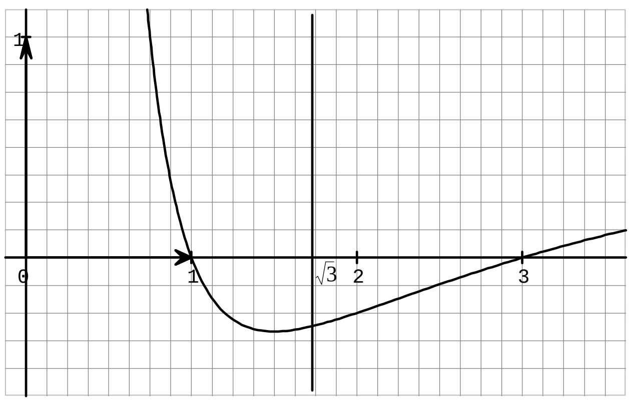
PARTIE C : Calcul d'aire

1 - $f(\sqrt3)=-\dfrac{3}{\sqrt3}-4\ln\sqrt3+\sqrt3$ $f(\sqrt3)=-\sqrt3-4\times\dfrac{1}{2}\times\ln3+\sqrt3$ D'où $f(\sqrt3)=-2\ln3$

a) $A=-\int_1^3 g(x)dx=\int_3^1 g(x)dx$;

$A=\left[f(x)\right]_3^1=f(1)-f(3)$ A = (–3 +1)–(–1–4ln3 +3)

A = –2–2 +4ln3 = – 4 +4 ln3 unités d'aire .



b) L'aire délimitée par les droites d'équations x = 1 et $x=\sqrt3$

$A=-\int_1^{\sqrt3} g(x)dx=\int_{\sqrt3}^1 g(x)dx=\left[f(x)\right]_{\sqrt3}^1=f(1)-f(\sqrt3)$

$A=(-3+1)-(-2\ln3)=-2+2\ln3$ unités d'aire

Donc la droite (L) d'équation $x=\sqrt3$ partage bien le domaine D en deux domaines d'aires égales.

Problème 5

Partie A : Etude du signe de $x^3-1+2\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	
$g(x)$	‖	$-\infty$ ↗ 0	$+\infty$

1. La fonction g est dérivable sur]0 ; + ∞[: $g'(x)=3x^2+\dfrac{2}{x}$

donc la fonction g est strictement croissante sur]0 ; + ∞[.

2. Tableau de variation de la fonction *g*.

3. $g(1)=1-1+2\ln 1=0$.

4. Si $x\le 1$, alors $g(x)\le g(1)$ puis que la fonction g est croissante soit $g(x)\le 0$.

Si $x\ge 1$, alors $g(x)\ge g(1)$ puis que la fonction g est croissante soit $g(x)\ge 0$.

conclusion : sur $]0;1]$, $g(x)\le 0$ et sur $[1;+\infty[$, $g(x)\ge 0$.

On peut résumer tout cela par le tableau de signe suivant :

x	1	1	$+\infty$
Signe de $g(x)$	‖	$-$ 0	+

Partie B :

On considère la fonction *f* définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$.

1.a $\lim\limits_{x\to+\infty} x-1=+\infty$ $\quad\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\times\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to 0} x-1=-1$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}}\ln x=-\infty$ (voir formulaire) et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}}\dfrac{1}{x^2}=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=(-\infty)\times(+\infty)=-\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x)=-\infty$

De la dernière limite, on en déduit que la droite d'équation *x* = 0 est asymptote verticale à la courbe (C).

1.b $f(x)-(x-1)=-\dfrac{\ln x}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}\times\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$;donc la droite (*D*) d'équation *y* = *x* – 1 est asymptote oblique à (*C*) au voisinage de $+\infty$ .Il y a une autre asymptote à la courbe(C) (voir 1.a.) ,c'est la droite d'équation *x* = 0.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$ 0	+
$f(x)$		↘ 0	↗

1.c $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$; $f'(x)=1-\dfrac{\frac{1}{x}\times x^2-2x\ln x}{x^4}=1-\dfrac{x-2x\ln x}{x^4}=1-\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$;

$f'(x)=\dfrac{x^3-1+2\ln x}{x^3}$; $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

1.d *f* '(*x*) est du signe de g(*x*) car $x^3>0$ sur]0 ; + ∞[et le signe de g(*x*) a déjà été trouvé à la partie A : *f* (1) = 0

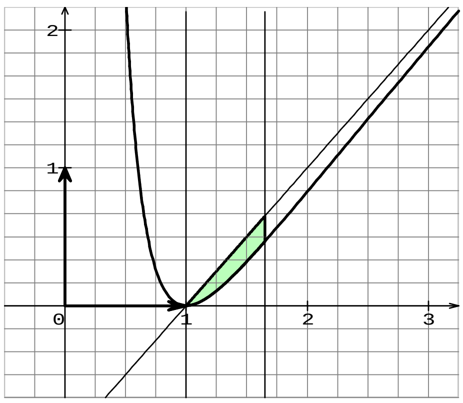
1.e Soit *x* l'abscisse du point d'intersection de l'asymptote (*D*) et de la courbe (*C*) , on a : *f*(*x*) = *x* – 1 soit ln *x* = 0, par conséquent *x* = 1. l'ordonnée de ce point est *f*(1) = 0 .

La courbe (C) et la droite (D) se coupent au point de coordonnées (1 ; 0) . $f(x)-(x-1)$ est du signe de - ln *x* (voir Partie B 1 .b)

Etudions le signe de – ln *x* :

– ln *x* ≥0 si ln *x* ≤0 soit ln *x* ≤ ln 1 d'où *x* ≤1 sur]0 ; 1] , – ln *x* ≥0 donc la courbe (C) est au dessus de la droite (D)

sur [1 ;+ ∞[, – ln *x* ≤0 donc la courbe (C) est au dessous de la droite (D)



1.f voir graphique

2.a pour tout réel x on a :

$H'(x)=\dfrac{1}{x^2}(1+\ln x)-\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{1+\ln x-1}{x^2}=\dfrac{\ln x}{x^2}=h(x)$ donc H est une primitive de la fonction *h* définie sur]0 ; + ∞[

2.b Soit Δ le domaine plan limité par (*D*), (*C*) et les droites d'équation *x* = 1 et $x=\sqrt{e}$. Sur $\left[1;\sqrt{e}\right]$ la courbe (C) est au dessous de (D) donc l'aire du domaine Δ limité par (*D*), (*C*) et les droites d'équation : *x* = 1 et $x=\sqrt{e}$ est en unité d'aire :

$$\int_1^{\sqrt{e}}\left[(x-1)-f(x)\right]dx=\int_1^{\sqrt{e}}h(x)dx=\left[H(x)\right]_1^{\sqrt{e}}=H(\sqrt{e})-H(1).$$

$$H(\sqrt{e})=\frac{-1}{\sqrt{e}}\left(1+\ln\sqrt{e}\right)=\frac{-1}{\sqrt{e}}\left(1+\frac{1}{2}\ln e\right)=\frac{-3}{2\sqrt{e}}\qquad H(1)=-(1+\ln 1)=-1,$$

donc $\int_1^{\sqrt{e}}h(x)dx=\left(\dfrac{-3}{2\sqrt{e}}+1\right)u.a=\left(\dfrac{-3}{2\sqrt{e}}+1\right)\times 6=6-\dfrac{-9}{\sqrt{e}}$ cm². on trouve en arrondissant au mm^2 : 0,54 cm².