Corrigé

PROBLEME 13

Partie A : Etude du signe de $x^3 - 1 + 2\ln x$

1. La fonction g est dérivable sur]0 ; + ∞[:

$g'(x) = 3x^2 + \frac{2}{x}$

donc la fonction g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖		+		
$g(x)$	‖	$-\infty$	↗	0	↗ $+\infty$

2. Tableau de variation de la fonction g.

3. $g(1) = 1 - 1 + 2\ln 1 = 0$ **.**

4. Si $x \le 1$, alors $g(x) \le g(1)$ puis que la fonction g est croissante soit $g(x) \le 0$.

Si $x \ge 1$, alors $g(x) \ge g(1)$ puis que la fonction g est croissante soit $g(x) \ge 0$.

conclusion : sur $]0;1]$, $g(x) \le 0$ et sur $[1;+\infty[$, $g(x) \ge 0$.

On peut résumer tout cela par le tableau de signe suivant :

x	1		1		$+\infty$
Signe de $g(x)$	‖	−	0	+	

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.

1.a $\lim\limits_{x\to+\infty} x - 1 = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} \times \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to0} x - 1 = -1$; $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \ln x = -\infty$. et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{1}{x^2} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = (-\infty)\times(+\infty) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = -\infty$

De la dernière limite, on en déduit que la droite d'équation x = 0 est asymptote verticale à la courbe (C).

1.b $f(x) - (x-1) = -\frac{\ln x}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} \times \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$;donc la droite (D) d'équation y = x – 1 est asymptote
oblique à (C) au voisinage de $+\infty$ .Il y a une autre asymptote à la courbe(C) (voir 1.a.) ,c'est la droite d'équation x = 0.

1.c $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$;

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	‖	↘	0	↗	

$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x}\times x^2 - 2x\ln x}{x^4} = 1 - \frac{x - 2x\ln x}{x^4} = 1 - \frac{1 - 2\ln x}{x^3}$;

$f'(x) = \frac{x^3 - 1 + 2\ln x}{x^3}$; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

1.d f '(x) est du signe de g(x) car $x^3 > 0$ sur]0 ; + ∞[et le signe de g(x) a déjà été trouvé à la partie A : f (1) = 0

1.e Soit x l'abscisse du point d'intersection de l'asymptote (D) et de la courbe (C) , on a : f(x) = x – 1 soit ln x = 0,

par conséquent x = 1. l'ordonnée de ce point est f(1) = 0 .

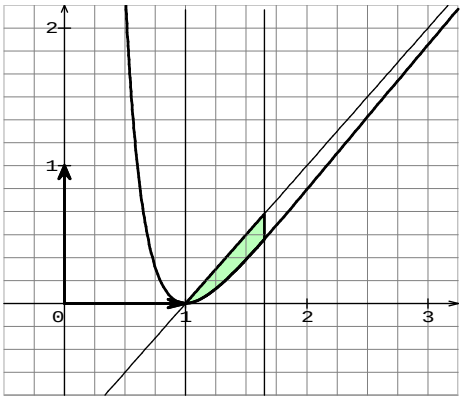
La courbe (C) et la droite (D) se coupent au point de coordonnées (1 ; 0) . $f(x) - (x-1)$ est du signe de

- ln x (voir Partie B 1 .b)

Etudions le signe de – ln x :

– ln x ≥0 si ln x ≤0 soit ln x ≤ ln 1 d'où x ≤1 sur]0 ; 1] , – ln x ≥0 donc la courbe (C) est au dessus de la droite (D)

sur [1 ;+ ∞[, – ln x ≤0 donc la courbe (C) est au dessous de la droite (D)



1.f voir graphique

2.a pour tout réel x on a :

$H'(x)=\frac{1}{x^2}(1+\ln x)-\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1+\ln x-1}{x^2}=\frac{\ln x}{x^2}=h(x)$ donc H est une primitive de la fonction h définie sur]0 ; + ∞[

2.b Soit Δ le domaine plan limité par (D), (C) et les droites d'équation x = 1 et $x=\sqrt{e}$. Sur $\left[1;\sqrt{e}\right]$ la courbe (C) est au dessous de (D) donc l'aire du domaine Δ limité par (D), (C) et les droites d'équation : x = 1 et $x=\sqrt{e}$ est en unité d'aire :

$\int_1^{\sqrt{e}}\left[(x-1)-f(x)\right]dx=\int_1^{\sqrt{e}}h(x)dx=\left[H(x)\right]_1^{\sqrt{e}}=H(\sqrt{e})-H(1)$.

$H(\sqrt{e})=\frac{-1}{\sqrt{e}}\left(1+\ln\sqrt{e}\right)=\frac{-1}{\sqrt{e}}\left(1+\frac{1}{2}\ln e\right)=\frac{-3}{2\sqrt{e}}$ $H(1)=-(1+\ln 1)=-1$,

donc $\int_1^{\sqrt{e}}h(x)dx=\left(\frac{-3}{2\sqrt{e}}+1\right)u.a=\left(\frac{-3}{2\sqrt{e}}+1\right)\times 6=6-\frac{-9}{\sqrt{e}}$ cm². on trouve en arrondissant au mm² : 0,54 cm².

PROBLEME 14

Partie A

soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\ln x-1-\frac{9}{2}x^2$.

Pour tout réel $x\in]0;+\infty[$, $g'(x)=\frac{1}{x}-9x=\frac{1-9x^2}{x}=\frac{(1-3x)(1+3x)}{x}$. Or x >0 donc $g'(x)=0$ Si et seulement si, $1-3x=0$ ou $1+3x=0$ c'est-à-dire $x=\frac{1}{3}$ ou $x=-\frac{1}{3}$, mais $-\frac{1}{3}\notin]0;+\infty[$

Donc $g'(x)>0$ sur $\left]0;\frac{1}{3}\right[$ et $g'(x)<0$ sur $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$.

x	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	–	
$g(x)$		↗	$-\ln 3-\frac{3}{2}$	↘	

3- la fonction g admet un maximum sur $]0;+\infty[$, égal à $-\ln 3-\frac{3}{2}<0$, donc pour tout réel appartenant à $]0;+\infty[$, $g(x)$ est strictement négatif.

Partie B

soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=-9x+5-2\frac{\ln x}{x}$.

$\lim_{x\to 0^+} -9x+5=5$ et $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}\times\lim_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$, $\lim_{x\to 0^+}-2\frac{\ln x}{x}=+\infty$ donc $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$.

La droite D d'équation x = 0 est asymptote verticale à la courbe C au voisinage de 0.

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ et $\lim_{x\to+\infty}-9x+5=-\infty$, donc $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

Pour tout réel $x\in]0;+\infty[$, $f'(x)=-9-2\frac{\frac{1}{x}\times x-\ln x}{x^2}=-9-\frac{2-2\ln x}{x^2}=\frac{-9x^2-2+2\ln x}{x^2}=\frac{2g(x)}{x^2}$.

Or $x^2>0$, donc $f'(x)$est strictement négatif sur $]0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

Tableau de variations

2/a)soit D la droite d'équation $y=-9x+5$. On considère la fonction h définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x)=f(x)-(-9x+5)$.

pour tout $x\in]0;+\infty[$; $h(x)=-9x+5-2\frac{\ln x}{x}-(-9x+5)=-2\frac{\ln x}{x}$. De plus $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$, donc

$\lim_{x\to+\infty} h(x)=0$.la droite D est donc asymptote oblique à la courbe C au voisinage de $+\infty$.

b) pour le point d'intersection de C et D , on a $h(x)=0$, c'est-à-dire $\ln x=0$, soit $x=1$, les coordonnées de ce point sont $(1;-4)$.

c) si $x=1$, on vient de voir que C et D se coupent ;

si $x>1$ on a : $\ln x>0$ et donc $h(x)<0$, d'où la courbe C est en dessous de la droite D

si $0<x<1$, on a : $\ln x<0$ et donc $h(x)>0$, d'où la courbe C est au dessus de la droite D.

3°-Tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 1

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$; $f'(1)=-11$ et $f(1)=-4$, donc $y=-11(x-1)-4$, soit $y=-11x+7$

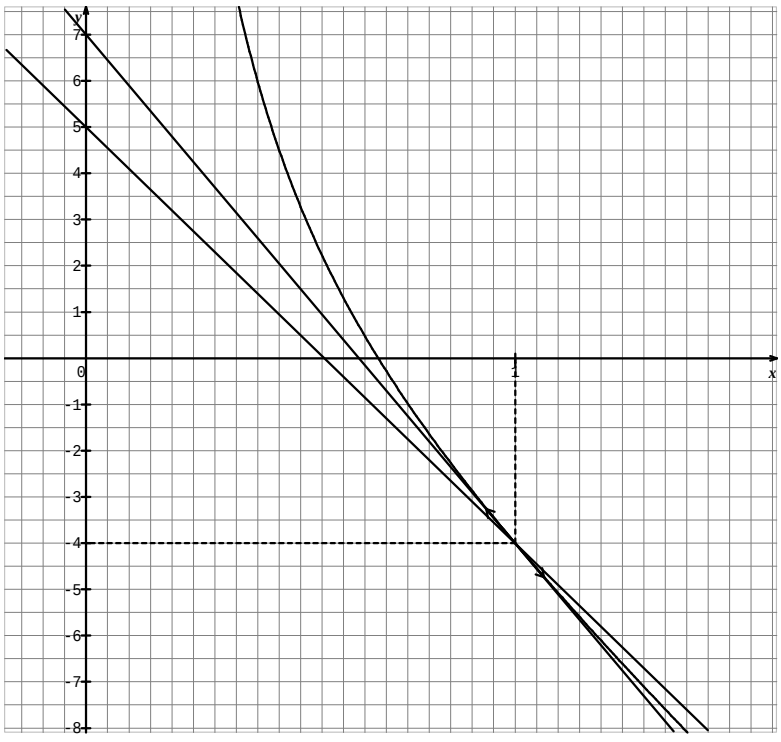
b)courbes

4) la fonction f est dérivable est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$, donc en particulier sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2};1\right]$, de plus $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+4\ln 2>0$ et $f(1)=-4<0$;

d'après le théorème des valeurs intermédiaires , il existe un seul réel α dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2};1\right]$ tel que $f(\alpha)=0$.

Encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.on a $f(0,6)>0$ et $f(0,7)<0$, donc $0,6<\alpha<0,7$

Puis $f(0,68)>0$ et $f(0,69)<0$ donc $0,68<\alpha<0,69$.



PROBLEME 15

A. Etude d'une fonction auxiliaire

1) $g(x) = x^2 + 1 - 2\ln x$, $x \in R^{*+}$;

$g'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x}$

si x∈] 0 ; 1] alors g'(x) < 0, d'où le tableau de variation

x	0		e	$+\infty$
$g'(x)$	‖	–	0	+
$g(x)$	‖	↘	2	↗

2) Pour tout $x \in R^{*+}$, g(x) > 2 d'où g(x) > 0

B. Etude de f et tracé de la courbe C.

1)a) $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2\frac{\ln x}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

b) $\lim\limits_{x\to0^+} x = 0$; $\lim\limits_{x\to0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{\ln x}{x} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x} \times \lim\limits_{x\to0^+} \ln x = (+\infty)(-\infty) = -\infty$, donc $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -\infty$.

donc la droite d'équation x = 0 est asymptote à la courbe C.

c) $f'(x) = \frac{\left(2x - \frac{2}{x}\right)x - \left(x^2 + 1 + 2\ln x\right)}{x^2} = \frac{x^2 + 1 - 2\ln x}{x^2} = \frac{g'(x)}{x^2}$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

2)a) $f(x) - x = \frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x) = 0$. donc la droite d'équation y = x est asymptote à la courbe C lorsque x tend vers $+\infty$

b) f(x) = x si et seulement si $\frac{1 + 2\ln x}{x} = 0$. $x \in R^{*+}$ si et seulement si $\ln x = -1/2$ si et seulement si $x = e^{-1/2}$ c) Si $x > e^{-1/2}$ alors $f(x) - x > 0$ donc si $x \in]0 ; e^{-1/2}[$ alors C est au dessous de Δ.

3) a) $x_B = 1$.

L'équation de la tangente T en B sera y – f(1) = f ' (1) (x – 1). y – 2 = 2(x – 1) . y = 2x

b) Le coefficient directeur de T' doit être égal à 1.

On cherche à résoudre f '(x) = 1 soit $\frac{x^2 + 1 - 2\ln x}{x^2} = 1$ $x \in R^{*+}$ d'où 1 – 2ln x = 0 . $\ln x = \frac{1}{2}$; $x = e^{1/2}$

4) a) $f(e) = \frac{e^2 + 1 + 2}{e} = \frac{e^2 + 3}{e}$

b) $x_A = e^{-1/2}$, $x_A = e^0 = 1$, $x_A = e^{1/2}$, $x_A = e$ Suite géométrique de raison $q = e^{1/2}$

C. 1) H(x) = (ln x)². $H'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x = \frac{2\ln x}{x} = h(x)$

2) Soit

$$I = \int_{\sqrt{e}}^{e} (f(x) - x)dx = \int_{\sqrt{e}}^{e} (\frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x})dx = \left[\ln x + (\ln x)^2\right]_{\sqrt{e}}^{e} = \ln e + (\ln e)^2 - \ln e^{-1/2} - \left(\ln e^{-1/2}\right)^2 = 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

L'unité d'aire = 4 cm² donc l'aire cherchée est 9 cm².

PROBLEME 16

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire g

1. $g'(x)=\frac{1}{x}-4x=\frac{1-4x^2}{x}=\frac{(1-2x)(1+2x)}{x}$. Pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$, $x>0$ et 1 + 2x > 0.

Donc, g '(x) est du signe de $1-2x$ sur]0; + ∞[. Or, $1-2x>0$ si $x<\frac{1}{2}$. D'où : g '(x) est positive si x appartient à l'intervalle $]0;1/2[$ et g '(x) est négative si x appartient à l'intervalle $]1/2;+\infty[$

On en déduit alors que la fonction g est croissante sur $]0;1/2[$ et décroissante sur $]1/2;+\infty[$.

Tableau de variations de la fonction **g :**

x	0		$1/2$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	–	
$g(x)$		↗	$-\ln 2-3/2$	↘	

$g(1/2)=\ln(1/2)-2\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=-\ln 2-3/2$

2. De la question précédente, en on déduit que la fonction

g admet un maximum atteint en $1/2$ et ce maximum est strictement négatif.

On en déduit alors que la fonction g est négative sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

Partie B : Etude d'une fonction f

1. a) Limite de f en + ∞ :

$\lim_{x\to+\infty}(1-2x)=-\infty$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$, donc par soustraction des limites on a :

$\lim_{x\to+\infty}\left(1-2x-\frac{\ln x}{x}\right)=-\infty$.

D'où $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

1. b) Limite de f en 0 :

$\lim_{x\to0^+}(1-2x)=1$ $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{x}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x}\times\lim_{x\to0^+}\ln x=(+\infty)(-\infty)=-\infty$, D'où, par addition des limites, on en conclut

que : $\lim_{x\to0^+}\left(1-2x-\frac{\ln x}{x}\right)=1-(-\infty)=+\infty$. D'où $\lim_{x\to0^+} f(x)=+\infty$

2. a) Montrons que la droite $\mathcal{D}$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$:

On a : $f(x)-(1-2x)=-\frac{\ln x}{x}$. Or, $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$. Donc : $\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\left(f(x)-(1-2x)\right)=0$.

On en déduit

alors que la droite $\mathcal{D}$ est asymptote oblique à la courbe $\mathcal{C}$ au voisinage de + ∞.

2. b) Position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\mathcal{D}$:

Etudions le signe de $f(x)-(1-2x)$, c'est-à-dire le signe de $-\frac{\ln x}{x}$.

Pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$, $x>0$. $-\frac{\ln x}{x}$ est donc du signe de $-\ln x$ sur $]0;+\infty[$.

Or, $\ln x \geq 0$ si $x \geq 1$; et $\ln x \leq 0$ si $0 < x \leq 1$. Donc : $f(x) - (1-2x) \geq 0$ si $0 < x \leq 1$ et $f(x) - (1-2x) \leq 0$ si $x \geq 1$

D'où : $\mathcal{C}$ est au-dessus de la droite $\mathcal{D}$ sur]0; 1] et $\mathcal{C}$ est en-dessous de la droite $\mathcal{D}$ sur [1; +∞[

3. a) Pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = -2 - \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x \times 1}{x^2} = \frac{-2x^2 - 1 + \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$$

3. b) Signe de f '(x) sur l'intervalle]0; +∞[:

Pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$; $x^2 > 0$. f '(x) est donc du signe de g(x) sur $]0;+\infty[$.

Or, d'après la question A.2, on sait que g(x) est négative sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

On en conclut que f '(x) est négative sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	
$f(x)$	‖	$+\infty$ ↘	$-\infty$

La fonction f est donc décroissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

4. cf graphique

Partie C : Calcul d'une aire

1. Pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$: $h'(x) = \frac{1}{2} \times 2\ln x \times \frac{1}{x} = \frac{\ln x}{x}$

2. a) cf graphique

2. b) Sur [1; e], la droite D est au-dessus de la courbe C, on a donc :

$$A = \left(\int_1^e \left(y - f(x) \right) dx \right) \times u.a = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \left[h(x) \right]_1^e \times u.a = \left(h(e) - h(1) \right) \times u.a = \left(\frac{1}{2} (\ln e)^2 - \frac{1}{2} (\ln 1)^2 \right) u.a = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2cm^2$$

PROBLEME 17

A 1. $\lim_{x \to 0} (1 + \ln x) = 1 - \lim_{x \to 0} (\ln x) = 1 - \infty = -\infty$; $\lim_{x \to 0} \frac{(1+\ln x)}{x} = \lim_{x \to 0} (1 + \ln x) \times \lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = (-\infty) \times +\infty = -\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$. on peut en déduire en passant que la droite d'équation x = 0 est asymptote à C.

$\lim_{x \to +\infty} \frac{(1+\ln x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) + \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ .On peut en déduire que la droite d'équation $y = 0$ est asymptote en +∞

2. a. f est dérivable sur]0 ; + ∞ [et pour tout réel $x \in]0;+\infty[$ on a :

$$f'(x) = \frac{(1/x) \times x - 1 \times (1 + \ln x)}{x^2} = \frac{1 - \ln x - 1}{x^2} = \frac{-\ln x}{x^2}$$

2.b. f '(x) est du signe de $-\ln x$ car $x^2 > 0$ sur]0 ; + ∞ [$-\ln x > 0$ si et seulement si ln x < 0

si et seulement si 0 < x <1. on en déduit que sur l'intervalle]0 ; 1] , f '(x) >0 donc f croissante

sur l'intervalle [1 ; + ∞ [, f '(x) < 0 donc f décroissante .

x	0		1		+∞
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	1	↘	0

2. **c .** $f(1) = \frac{1 + \ln 1}{1} = 1$

Partie B :

1. Le point M_1 a pour ordonnées 0 donc son abscisse est solution de l'équation f(x) = 0 :

$f(x)=0 \Leftrightarrow 1+\ln x=0 \Leftrightarrow \ln x=-1 \Leftrightarrow x=e^{-1}=1/e$

2. a**.**Coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x_2 :

$$f'\left(1/\sqrt{e}\right)=\frac{-\ln\left(1/\sqrt{e}\right)}{\left(1/\sqrt{e}\right)^2}=\frac{\ln\left(\sqrt{e}\right)}{1/e}=\frac{e}{2} \quad .$$

ordonnée du point au point d'abscisse x_2 :

$$f\left(1/\sqrt{e}\right)=\frac{1+\ln\left(1/\sqrt{e}\right)}{1/\sqrt{e}}=\frac{1-1/2}{1/\sqrt{e}}=\frac{\sqrt{e}}{2} \Leftrightarrow x_2=\frac{\sqrt{e}}{2} \quad .$$

T :

$$y=f'\left(1/\sqrt{e}\right)\left(x-1/\sqrt{e}\right)+f\left(1/\sqrt{e}\right)=(e/2)\frac{e}{2}\left(x-1/\sqrt{e}\right)+1/\sqrt{e}=(e/2)x-1/\sqrt{e}+1/\sqrt{e}=(e/2)x$$

La tangente T_2 au point M_2 a pour équation : $y=\frac{e}{2}x$.

b. c'est bien l'équation d'une droite passant par l'origine du repère.

3. la tangente au point M_3 d'abscisse x_3 est parallèle à l'axe des abscisses donc son coefficient directeur

est nul donc $f'(x_3)=0$ on en déduit $x_3=1$et M_3 (1 ; 1)

4. $f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$. $f''(x)=\frac{(-1/x)\times x^2+2x\times(1+\ln x)}{x^4}=\frac{x-2\ln x}{x^3}=-\frac{2\ln x-1}{x^3}$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{2\ln x-1}{x^3}=0 \Leftrightarrow 2\ln x-1 \Leftrightarrow \ln x^2=\ln e \Leftrightarrow x_4=\sqrt{e}$

5. $x_1=1/e$; $x_2=\frac{\sqrt{e}}{2}$; $x_3=1$ et $x_4=\sqrt{e}$. $\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_3}{x_2}=\frac{x_4}{x_3}=\sqrt{e}$ .Donc x_1, x_2, x_3 , x_4 sont les quatre termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\sqrt{e}$.

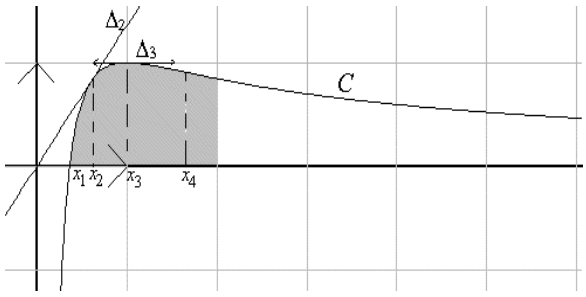
6.

$$A=\int_{1/e}^{2} f(x)dx=\left[F(x)\right]_{1/e}^{2}=F(2)-F(1/e)$$

$$=\ln 2+\frac{1}{2}(\ln 2)^2-\left(\ln(1/e)+\frac{1}{2}(\ln(1/e))^2\right)$$

$$=\ln 2+\frac{1}{2}(\ln 2)^2-\left(-1+\frac{1}{2}\right)$$

$$A=\ln 2+\frac{1}{2}(\ln 2)^2+\frac{1}{2}$$



Partie C :

1. g est dérivable sur]0 ; + ∞ [et pour tout réel x de]0 ; + ∞ [on a :

$g(x)=(\ln x)^2$ $g'(x)=2\frac{\ln x}{x}$.

$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ $F(x)=\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$