TP TERM STI-STL PROBABILITES 2008-2009

Ex 1-5pts

Une roue de loterie est partagée en secteurs identiques verts, blancs ou rouges. Après avoir misé 10 €, un joueur fait tourner la roue devant un repère fixe. Chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant ce repère.
*Si le secteur repéré est vert, le joueur reçoit 40 €, son gain est donc + 30.
*Si le lecteur repéré est blanc, le joueur récupère sa mise, son gain est donc nul.
*Si le secteur repéré est rouge, le joueur perd sa mise, son gain est donc –10
1. Dans cette question, la roue se compose de quinze secteurs : deux verts, cinq blancs, huit rouges.
   Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.
   Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique E(X).
2. La roue se compose maintenant de deux secteurs verts, cinq blancs et n rouge(s) (n entier naturel non nul).
   Soit X n la variable aléatoire égale au gain du joueur.
a) Déterminer la loi de probabilité de X_n
b) On considère que l'organisateur de la loterie rentre dans ses frais si E (X_n) ≤ -2 ,
   déterminer le nombre minimum de cases rouges qu'il doit prévoir pour ne pas être déficitaire.

EXERCICE 2 (5 points)

Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 20 € , à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue. On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître. La roue comporte :
* n secteurs rouges qui font perdre la mise (gain du joueur: – 20 €)
*6 bleus où l'on reçoit 20 € (gain du joueur: nul)
* 3 verts où l'on reçoit 80 €
* 1 jaune où l'on reçoit 120 € .
Soit *X* la variable aléatoire qui représente le gain du joueur .
1) Dans cette question, la roue comporte 14 secteurs rouges *(n* = 14).
a) Déterminer la loi de probabilité de *X* .
b) Calculer l'espérance mathématique de *X* et interpréter ce résultat.
c) Calculer l'écart –type de *X* à un *euro* près.
2) Dans cette question, la roue comporte *n* secteurs rouges et son propriétaire désire gagner en moyenne au moins 15% des sommes misées.
a) Montrer que l'espérance mathématique de X_n doit être inférieure ou égale à –3.
b) Montrer que l'espérance mathématique de X_n est : $\frac{-20n+280}{n+10}$
c) Déterminer le nombre minimum *n* de secteurs rouges que doit comporter la roue.

Exercice 3

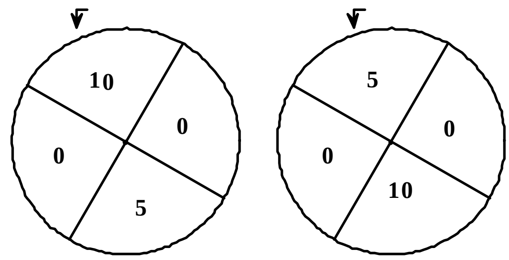
Dans un atelier de réparation un technicien s'occupe des ordinateurs en panne qui lui arrivent.
Les composants à l'origine de la panne peuvent uniquement être:
l'alimentation, la carte graphique ou le processeur.
Une panne simultanée de deux ou trois composants est possible. Le technicien chargé de la détection des pannes établit le diagnostic d'un ordinateur à l'aide d'un triplet utilisant les initiales des composants, surmontées d'une barre en cas de panne. Par exemple: $(A;CG;\overline{P})$ signifie que l'alimentation et la carte graphique fonctionnent et que la panne provient du processeur.
1. Établir la liste des sept diagnostics possibles sur un ordinateur en panne.
2. On suppose que les sept diagnostics ont la même probabilité d'être établis.
   Quelle est la probabilité pour qu'un seul des composants soit en panne ?
3. le tableau suivant donne le coût des composants à remplacer :Le coût d'une réparation est celui du remplacement des pièces auquel il faut ajouter un forfait de main-d'œuvre de 25 € indépendant du nombre de

composant	alimentation	carte graphique	processeur
prix en €	80	160	80

composants à Remplacer.
3.a. Soit X la variable aléatoire qui à chaque ordinateur en panne associe le coût de la réparation.
Donner la liste des valeurs possibles de X.
3.b. Donner dans un tableau la loi de probabilité de *X*.
3.c. Calculer l'espérance mathématique de *X*. Arrondir le résultat à l'unité.
3.d. Quel devrait être le coût du forfait de la main-d'œuvre, arrondi à l'unité, pour que le prix moyen d'une réparation soit de 200 € ?

Exercice 4

.Pour la fête de l'école, une association propose une loterie selon le principe suivant
- Le joueur mise 10 euros.
- Il fait tourner deux roues identiques chacune s'arrêtant devant un repère.
Chaque roue est divisée en quatre quartiers sur lesquels sont indiqués les gains en euros : 10 ; 0 ; 5 ; 0. Tous les quartiers ont la même probabilité de s'arrêter devant le repère.
La gain obtenu par le joueur est égal à la somme des gains indiqués sur les quartiers sur lesquels se sont arrêtées les roues. Dans l'exemple ci-dessus, la partie assure au joueur un gain de 15 €.



Roue1 **Roue 2**

1. Étude du gain d'un joueur pour une mise de 10 euros. On nomme G la variable aléatoire qui à chaque partie associe le gain du joueur en euros.
a) Reproduire et compléter le tableau suivant donnant les valeurs prises par la variable aléatoire G selon les quartiers sur lesquels se sont arrêtées les roues .

Roue n° 1 Roue n°2	10	0	5	0
10				
0		0	5	0
5		5		5
0		0	5	0

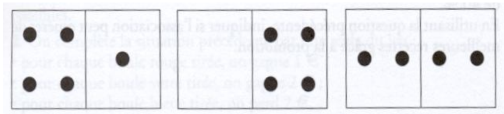
b) Prouver que la probabilité que le joueur obtienne un gain supérieur ou égal à sa mise est 50 %.
c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G.
d) Calculer la probabilité, notée $p(G>10)$, qu'un joueur obtienne un gain strictement supérieur à sa mise.
e) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire G, puis donner son interprétation.
2. Étude du bénéfice de l'association pour une mise de m euros.
On suppose dans cette question que la mise du joueur est m euros.
On note B la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le bénéfice (positif ou négatif) réalisé par l'association, c'est-à-dire la différence entre la mise qu'elle a encaissée et le gain éventuel qu'elle a reversé au joueur.
a) Exprimer en fonction de m l'espérance mathématique de la variable aléatoire B.
b) Déterminer m pour que l'espérance de bénéfice de l'association soit d'au moins 5 €.

Exercice 5

Le Comité des fêtes d'un village organise une loterie à l'aide de deux urnes.
L'urne U_1 contient trois boules rouges notées R_1, R_2, R_3 et deux boules jaunes notées J_1 et J_2.
L'urne U_2 contient quatre boules bleues notées B_1 , B_2 , B_3 , B_4 et une boule verte V. Pour participer à cette loterie, un joueur doit d'abord miser 3 €. Il tire ensuite au hasard une boule dans U_1, puis une boule dans U_2. Les boules sont indiscernables au toucher. On suppose que tous les tirages de couples de boules sont équiprobables.
1.À l'aide d'un tableau ou d'un arbre montrer qu'il y a 25 couples de boules possibles.
2.Une boule rouge fait gagner 2 €. Une boule jaune fait gagner 3 €. Une boule bleue fait gagner 1 €.
La boule verte fait gagner 5 €.
À chaque tirage de 2 boules la variable aléatoire X associe le gain finalement réalisé par le joueur. Ainsi, en tenant compte de la mise de 3 €, le tirage d'une boule rouge et d'une boule verte occasionne finalement un gain de 4 €.
a. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X.
b. Démontrer que $p(X=5)=\frac{2}{25}$
c. Présenter en tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
d. Quelle est la probabilité que le gain du joueur ne dépasse pas finalement 1 € ?
3.a.Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X .
b. Le Comité s'aperçoit que son jeu est déficitaire. Expliquer quelle est, en nombre entier d'euros, la mise minimale qu'il faudrait demander afin de rendre le jeu favorable au Comité.

Exercice 6

Un jeu de dominos est constitué de 28 dominos distincts. On rappelle qu'un domino est partagé en deux parties, chacune portant un nombre de 0 à 6 représenté par des points. Un double est un domino dont les deux parties portent le même nombre. Exemples de dominos :



1°) Ecrire la liste des 28 dominos distincts.

2°) Un joueur tire un domino au hasard.

a. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un double?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir un domino dont la somme des nombres situés sur les deux parties soit divisible par 3 ? (On rappelle que 0 est divisible par tout entier non nul.)

3°) Soit X la variable aléatoire qui `a chaque domino tiré associe la différence entre le plus grand et le plus petit nombre. Par exemple, si le domino tiré porte le nombre 1 et le nombre 4, X prend la valeur 4 – 1= 3.

a. Déterminer les valeurs prises par X, puis la loi de probabilité de X

b. En déduire l'espérance mathématique de X.