Fomesoutra.com
ça soutra !

Problème2

On définit la fonction *f* sur]0 ;+ ∞[par la relation: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{x^2}{2}+2$

Partie A: Etude d'une fonction auxiliaire. On pose, pour $x > 0$, $g(x)=x^3+\ln x-1$

1: Etudiez les variations de g sur]0 ;+∞[

2: Calculez les valeurs suivantes : g(0,5) , g(1) , g(2) , g(e)

(on demande les valeurs exactes puis de donner une valeur approchée à 0,01 près par défaut)

3: Formez le tableau de signes de g(*x*) sur]0 ;+ ∞ [en le justifiant.

Partie B: Etude de *f* .

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1: *a* : Calculez la fonction dérivée de *f*, fonction notée *f* '.

b : Donnez une relation entre *f* '(*x*) et *g*(*x*) .

c : Formez alors le tableau de signes de *f* ' (*x*) puis le tableau de variations de *f* sur]0;+ ∞ [.

d : Etudiez la limite de *f* en 0 et en + ∞ .

e Montrez que pour tout $x > 0$, on a : $f(x)\leq\dfrac{3}{2}$

2: A est le point de (C) d'abscisse e.

a : Donnez une équation de la tangente (T_e) à (C) au point A.

b : Tracez la courbe (C) ainsi que (T_e) et la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

Partie C: Etude de l'équation "*f(x) = 0* , $x > 0$"

1: *a* : Montrez que l'équation "*f(x) = 0* , $x > 0$" admet exactement deux solutions que l'on notera *a* et *b* avec *a*<*b* .

b : Justifiez les encadrements suivants: 0,4358 < *a* < 0,4359 et 2,1712 < *b* < 2,1713.

c : Donnez en fonction de *a* et *b* le tableau de signes de *f(x)* sur]0;+∞[

2: On pose alors pour $x > 0$, $F(x)=\dfrac{\ln(x)^2}{2}-\dfrac{x^3}{6}+2x$

a : Calculez la fonction dérivée de *F* sur]0;+ ∞ [.

b : Que pouvez-vous remarquer?

c : Quel est le tableau de variations de F sur]0;+ ∞ [. Justifiez votre réponse!