Problème 11

PARTIE A Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur] 0; $+\infty$ [par: $g(x)=\frac{\ln x}{x}+e$

On note Cg la courbe représentative de g dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

I. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour C_g ?

2. Déterminer, à l'aide de la dérivée *g'*, le sens de variation de g. Dresser le tableau de variation de g.

3. Résoudre dans] 0 ; $+\infty$ [l'équation g(x) = e.

4. Calculer $g(\frac{1}{e})$ .En déduire, pour tout *x* appartenant à]0; + ∞[. le signe de *g(x)*.

5. Tracer C_g en indiquant les asymptotes et tangentes horizontales éventuelles. Faire apparaître sur le graphique le résultat de la question 3.

PARTIE B *Étude d'une fonction et tracé de sa courbe représentative*

Soit *f* la fonction définie sur] 0; + ∞ [par $\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e$

On note C_f la courbe représentative de *f* dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
(Unités graphiques: 4 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée).

1. Soit *x* appartenant à]0 ; + ∞[. Vérifier que *f '(x) =g(x)*.
2. Déterminer les limites de *f* en 0 et en $+\infty$.
3. Dresser le tableau de variations de *f*.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à C_f en son point I d'abscisse1 .Préciser la position de C_f par rapport à (T).
5. Tracer (T) et C_f