

SUITES ARITHMÉTIQUES

1. Soit une suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_1 = 1$ et de raison $r = 3$.
 1. Écrivez les quatre premiers termes de la suite.
 2. Calculez le terme de rang 100.
2. Calculez la raison d'une suite arithmétique de premier terme - 2 et dont le 15^e terme est égal à 33.
3. Pierre souhaite acheter un caméscope d'une valeur de 1 200 €.

Fin janvier il ne dispose que de 870 €, mais en faisant des économies cette somme évolue régulièrement à la fin de chaque mois selon le tableau ci-dessous.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	
Somme disponible	...	940	1010	1080	...	...
U_n	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	...
$n(\text{rang})$	1	2	3	4	5	...

On note U_1 la somme disponible fin janvier.

1.
 - a) Reportez la valeur de U_1 dans le tableau ci-dessus.
 - b) Calculez $U_2 - U_1$; $U_3 - U_2$; et $U_4 - U_3$.
 - c) Que remarquez-vous ?
 - d) La remarque précédente étant supposée vraie pour tous les mois de l'année, calculez la valeur de U_5 et reportez-la dans le tableau.
2. Montrez que la suite des sommes disponibles est arithmétique.
Précisez son premier terme et sa raison (notée r).
3.
 - a) Calculez la valeur du terme de rang 6.
 - b) Retrouvez ce résultat en utilisant la relation: $U_n = U_1 + (n - 1) r$.
 - c) Cette somme est-elle suffisante pour acheter le caméscope ?
4. À partir de sa prise de décision (fin janvier), combien de mois Pierre devra-t-il attendre pour pouvoir réaliser son achat ?
4. On considère la suite S des nombres U_n définis par $U_n = 6n - 1$ pour n entier naturel compris entre 1 et 50
 1. Calculer les quatre premiers termes : U_1 , U_2 , U_3 et U_4 de la suite S .
 2.
 - a. Calculer $U_2 - U_1$ et $U_3 - U_2$.
 - b. Pour $1 \leq n \leq 50$ calculer $U_{n+1} - U_n$.
 - c. Quelle est la nature de cette suite ?
 3. Pour $1 \leq n \leq 50$, la somme S_n des n premiers termes de la suite S est donnée par :

$$S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n).$$

1. Vérifier cette relation pour $n = 4$.
2. Montrer que pour $1 \leq n \leq 50$, $S_n = 3n^2 + 2n$.
3. Déterminer le nombre n pour lequel $S_n = 4\,880$

SUITES GÉOMÉTRIQUES

I. Soit une suite géométrique (U_n) de premier terme $U_1 = 16$ et de raison $r = \frac{1}{2}$

1. Écrivez les cinq premiers termes de la suite.
2. Calculez le terme de rang 10.

II. Soit (U_n) une suite géométrique telle que $U_1 = 2$ et $U_5 = 162$.
Calculez sa raison.

III. Séries du Capitaine Renard

Les séries Renard forment des suites géométriques; elles sont à la base des normes employées dans l'industrie (valeur des résistances électriques, dimensions des outils pour les fabricants, ...).

Complétez le tableau ci-dessous des 10 premiers termes de la série **R 20**. (Les résultats sont donnés à 0,01 près.)

U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}
1	1,12	1,25							

IV. La production d'une entreprise était en 2001 de 12 000 appareils. Cette entreprise prévoit une augmentation annuelle de 5 % par rapport à l'année précédente.

1. Calculez
 - a) la production prévue pour l'année 2002;
 - b) la production prévue pour l'année 2003.
2. En prenant $U_1 = 12\,000$, $U_2 = 12\,600$ et $U_3 = 13\,230$
 - a) vérifiez que U_1 , U_2 et U_3 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique;
 - b) déterminez la raison de cette suite;
 - c) calculez la production prévue en 2010.

V. Votre employeur vous donne le choix entre deux propositions de rémunération :

Première proposition : salaire mensuel brut 1 200 € la première année puis augmentation de 40 € du salaire mensuel tous les ans, au 1^{er} janvier.

Deuxième proposition : salaire mensuel brut 1 000 € la première année puis augmentation de 5 % du salaire mensuel tous les ans, au 1^{er} janvier.

On se propose d'étudier quelle est la proposition la plus intéressante pour vous.

On note :

- $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, le salaire mensuel brut, de la première, deuxième, troisième, ... ***n*-ème** année pour la première proposition ;
- $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$, le salaire mensuel brut, de la première, deuxième, troisième, ..., ***n*-ième** année pour la deuxième proposition.
 1. Calculez U_2 , U_3 , U_4 et V_2 , V_3 , V_4 .
 2. Donnez la nature et la raison de chacune des suites (U_n) et (V_n)

3. Exprimez U_n et V_n en fonction de n .
4. Calculez pour les deux propositions le salaire mensuel brut pour la dixième et la onzième année.
5. À partir de quelle année la deuxième proposition est-elle plus intéressante?