

Partie A (15 points): Évaluation des ressources.

Exercice 1: 03,5 points

1. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 1,5 pt
2. Exprimer $\cos^2 t + \tan^2 t + \sin^2 t$ en fonction de $\cos t$. 1 pt
3. Déterminer deux réels A et φ tels que $\sqrt{3}\cos 2t - \sin 2t = A\sin(2t + \varphi)$. 1 pt

Exercice 2 : 03 points

f est le polynôme défini pour tout réel x par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x - \frac{1}{6}$.

1. a. Montrer que la courbe de f passe par le point de coordonnées (-1 ; 0). 0,5 pt
b. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement trois solutions dans \mathbb{R} . 1 pt
2. a. Calculer pour tout réel x, $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f. 0,5 pt
b. Étudier le sens des variations de f sur \mathbb{R} . 1 pt

Exercice 3 : 03,5 points.

A, B et C sont trois points non alignés du plan et D le barycentre du système $\{(A; 1); (B; -1); (C; 1)\}$.

1. Soit h l'application du plan dans lui-même qui à tout point M, associe le point M' tel que $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MM'}$.
 - a. Justifier que h ne peut être une translation. 0,5 pt
 - b. Montrer que $\overrightarrow{DM'} = 2\overrightarrow{DM}$. 1pt
 - c. Donner la nature et les éléments caractéristiques de h. 0,75 pt
2. On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AC}$ et φ l'endomorphisme du plan vectoriel E_2 défini par : $\varphi(\vec{i}) = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\varphi(\vec{j}) = m\vec{i} + 3\vec{j}$ où m est un réel donné.
 - a. Justifier que (\vec{i}, \vec{j}) est une base du plan. 0,5 pt
 - b. Écrire la matrice E de φ dans la base (\vec{i}, \vec{j}) . 0,25 pt
 - c. Déterminer la valeur de m pour que φ ne soit pas un automorphisme de E_2 . 0,5 pt

Exercice 4 : 05 points

1. Dire pour chacune des affirmations suivantes, si elle est vraie ou fausse :
 - a. Deux droites de l'espace, perpendiculaires chacune à une troisième droite, sont parallèles. 1 pt
 - b. Pour montrer que deux droites de l'espace sont orthogonales, il suffit de trouver un plan contenant l'une des deux droites, auquel l'autre est orthogonale. 1 pt
2. L'espace est rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, (P) : $2x - y + z - 1 = 0$ et (Q) : $x + y - z + 2 = 0$.
 - a. Montrer que les plans (P) et (Q) ne sont pas parallèles. 1 pt
 - b. Donner par ses coordonnées un point, et par ses composantes un vecteur non nul de la droite commune à (P) et (Q). 2 pts

Partie B (05 points) : Évaluation des compétences

Des jeunes veulent mettre sur pied une petite et moyenne entreprise (PME), de production et de vente d'un article donné. L'étude de faisabilité réalisée pour ce projet montre que le coût de production en FCFA d'un nombre x de cet article est $C(x) = x^2 + 202500$. Le prix de vente d'une unité de cet article est fixé à 1500 FCFA. La capacité de production de cet article par cette PME est limitée à 1300 unités.

Pour un début, il y a six postes de responsabilités dans cette PME. Dix demandes ont été sélectionnées, présentant les mêmes atouts et donnant ainsi lieu à des sérieuses difficultés de choix. La direction décide donc de mettre dans des enveloppes coûtant 100 FCFA l'unité, et à raison d'un groupe dans une enveloppe, les différents groupes des noms des six potentiels responsables, pour un tirage au sort. Une somme de 12.500 FCFA a été prévue pour l'achat de ces enveloppes.

Ces jeunes décident de contracter un prêt de dix millions de FCFA sur une période de cinq ans, auprès d'une coopérative de la place pour un taux de 12,5% d'intérêt annuel et composé. Pour maximiser son décollage, cette PME ne fera aucun remboursement entre temps. En revanche, ce groupe de jeunes a un parrain qui a accepté d'hypothéquer ce prêt par le titre foncier de son terrain dont les experts en affaires foncières ont estimé la valeur à environs dix-huit millions de FCFA, cinq années après la période de demande du prêt.

Tâches :



1. Quel est le nombre minimum de cet article que cette PME doit produire pour espérer réaliser un bénéfice? **1,5 pt**
2. Le budget prévu pour l'achat des enveloppes sera-t-il suffisant? **1,5 pt**
3. La coopérative doit-elle offrir ce prêt sans courir de risque aussi petit soit-il, en cas de non remboursement au bout des cinq années? **1,5 pt**

Présentation générale de la copie

0,5 pt

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

Soit P le polynôme défini par : $P(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

- 1.a) Déterminer la forme canonique de $P(x)$. **0,5 pt**
 b) En déduire que 2 et $-\frac{1}{2}$ sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $P(x) = 0$. **0,75 pt**
2. On considère l'équation (E): $\cos 2x + 3\sin x + 1 = 0$ et l'inéquation (I): $\cos 2x + 3\sin x + 1 < 0$
- a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos 2x + 3\sin x + 1 = -2\sin^2 x + 3\sin x + 2$. **0,5 pt**
 b) Résoudre alors dans \mathbb{R} , l'équation (E). **0,75 pt**
3. Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'inéquation (I). **1 pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

On a consigné dans le tableau ci – après, la dépense quotidienne de chacun des 60 élèves d'une classe de 1^{ère} D dont la dépense moyenne est 450 F CFA.

Dépense quotidienne	$[0 ; 300[$	$[300 ; 500[$	$[500 ; 600[$	$[600 ; 800[$	$[800 ; 1000[$	Total
Effectifs	13	x	15	10	y	60

- 1.a) Montrer que le couple $(x ; y)$ de \mathbb{R}^2 vérifie le système : $\begin{cases} x + y = 22 \\ 4x + 9y = 98 \end{cases}$ **0,75 pt**
 b) En déduire x et y . **0,75 pt**
2. On suppose que $x = 20$ et $y = 2$.
- a) Déterminer la variance de cette série statistique. **1 pt**
 b) Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique. **1 pt**
3. On choisit au hasard et simultanément deux élèves de cette classe, parmi ceux dont la dépense quotidienne est inférieure à 300 F CFA, pour participer à une formation sur l'environnement. Déterminer le nombre de choix possibles que l'on peut faire. **0,5 pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

Soient ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm, D et E les points du plan tels que :

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad -\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}.$$

1. Montrer que :
- a) E est barycentre des points A et D affectés des coefficients que l'on précisera. **1 pt**
 b) Pour tout point M du plan, $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{ME}$ et $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD}$. **1 pt**
2. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
 $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}\|$. **0,5 pt**
3. A, B, C, D et E désignent des villes qu'une compagnie aérienne se propose de relier l'une à toutes les autres.
- a) Construire un graphe traduisant cette situation. **0,75 pt**
 b) Justifier que ce graphe est simple. **0,25 pt**
 c) Ce graphe est-il complet ? **0,25 pt**
4. Combien de vols « aller simple » doit prévoir cette compagnie ? **0,25 pt**

EXERCICE 4 : (3,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3x}{3+4x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité sur les axes 2 cm.

1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$. 0,25 pt
 b) Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f . 0,5 pt
2. a) Dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$. 0,5 pt
 b) Construire (C_f) . 0,5 pt
3. Soient (U_n) et (V_n) les suites numériques définies respectivement par : $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{3U_n}{3+4U_n}$ et $V_n = 1 + \frac{3}{U_n}$. 0,25 pt
 Montrer que pour tout entier naturel n , $V_n + 4 = \frac{5U_n+3}{U_n}$. 0,25 pt
- 4.a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $V_0 = 4$. 0,75 pt
 b) Exprimer V_n en fonction de n pour tout entier naturel n . 0,25 pt
 c) En déduire U_n en fonction de n . 0,5 pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation :

Un fermier voudrait lancer un élevage estimé à 3 000 000 F CFA. Dans la recherche des financements, un ami lui propose de placer les 1 000 000 F CFA représentant la totalité de ses économies dans une microfinance à un taux d'intérêt composé annuel de 15%, pour financer entièrement son projet au bout de 8 ans. Il décide plutôt de placer ces économies dans une banque ALPHA à un taux d'intérêt annuel inscrit sur les documents de la banque. N'étant pas satisfait, il décide un an après de retirer la totalité de son argent qu'il place dans une banque BETA, à un taux annuel supérieur de 2% au précédent. Ayant besoin de tout son argent pour commencer son projet, la banque BETA lui reverse alors après un an, la somme de 1123500 F CFA. Ne disposant pas de bêtes au départ, un partenaire lui donne à crédit, trois fois de suite et aux mêmes prix, des bêtes dont 60 poussins, 25 pourceaux et 10 chevreaux à 195000 F CFA au premier tour ; 50 poussins, 20 pourceaux et 30 chevreaux à 245000 F CFA au deuxième tour et enfin 60 poussins, 20 pourceaux et 20 chevreaux à 210000 F CFA au troisième tour. Au moment de vérifier ses comptes, il ne retrouve pas tous ses documents financiers.

Tâches :

1. A quel taux le fermier a-t-il placé ses économies dans la banque ALPHA ? 1,5 pt
2. Déterminer le prix unitaire de chaque espèce de bête que lui a donné le partenaire. 1,5 pt
3. La proposition de son ami pourra-t-elle permettre au fermier de financer entièrement son projet au bout de 8 ans ? 1,5 pt

Présentation :

0,5 pt

SESSION 2022

 **Fomesoutra.com**
ça soutra !