Fomesoutra.com
ça soutra !

# Bac D 2009 session normale

## Exercice 1

L'entreprise Ivoirbois, spécialisée dans l'industrie du bois, envisage de faire des prévisions pour l'année 2007 du coût de production de feuilles de contre-plaquées en fonction du chiffre d'affaires. Elle dispose à cet effet des statistiques résumées dans le tableau ci-dessous :

| Années | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chiffre d'affaires X (en millions de francs) | 350 | 380 | 500 | 450 | 580 | 650 | 700 |
| Coût de production Y (en millions de francs) | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (X, Y) dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, I, J).
***On prendra 1 cm pour 50 millions de francs en abscisse et 1 cm pour 5 millions de francs en ordonnées.***

2.a. Calculer le chiffre d'affaires moyen $\overline{X}$.

b. Calculer le coût moyen de production $\overline{Y}$.

3.a. Vérifier qu'un arrondi à l'entier de la covariance cov (X, Y) de la série statistique est égal à **1193**.

b. Justifier l'exisrence d'un ajustement linéaire entre X et Y.

4.a. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés.

b. Construire (D) dans le repère (O, I, J).

5. Utiliser l'ajustement précédent pour prévoir le coût de production de l'entreprise Ivoirbois de l'année 2007 si le chiffre d'affaires de l'année 2007 est de 800 millions de francs.

## Exercice 2

Soit la suite définie $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n + 1 \end{cases}$

1. Dans le plan rapporté à un repère (O, I J) représenter sur l'axe des abscisses les termes $U_0 ; U_1 ; U_2$ et $U_3$ de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (unité graphique 2 cm).

2.a. Démontrer par récurrence que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par $\frac{5}{2}$ .

b. Démontrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

3. Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall\, n \in \mathbb{N}$ , $V_n = U_n - \frac{5}{2}$

a. Démontrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de n.

c. Déterminer la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

## Problème

### PARTIE A

On considère la fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $g(x) = (1-x)e^{1-x} - 1$

1. a. Justifier que la limite de g en $+\infty$ est -1

   b. Déterminer la limite de g en $-\infty$ .

2. a. Démontrer que, pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = (x-2)\,e^{1-x}$

   b. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

3. a. Démontrer que l'équation $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ .

   b. Justifier que $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$

5. En déduire que : $\begin{cases} \forall\, x \in ]-\infty;\alpha[\,,\ g(x) > 0 \\ \forall\, x \in ]\alpha;+\infty[\,,\ g(x) < 0 \end{cases}$

**PARTIE B**

On considère la fonction *f* dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = x\,e^{1-x} - x + 2$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

1. Déterminer les limites de *f* en $+\infty$ et en $-\infty$.

2.a. Démontrer que *f* est une primitive de g.

   b. Etudier les variations de *f* et dresser son tableau de variation.

3. a. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$

   b. Étudier la position relative de (D) et (C).

4. Démontrer que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (OJ).

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

6. Démontrer que $f(\alpha) = 1 - \alpha + \dfrac{1}{1-\alpha}$

7. Justifier que, pour tout nombre réel x, $f(-x + 2) = e^{x-1} f(x)$

8. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.

On appelle $\beta$ l'une de ces solutions. Démontrer que $-\beta + 2$ est l'autre solution.

9. Tracer (D), (T), et (C). (On prendra $\alpha = 0{,}4$ et $\beta = 2{,}5$).

**PARTIE C**

Soit $\lambda$ un nombre réel strictement positif et $A(\lambda)$ l'aire en $cm^2$ de la partie du plan délimitée par (C), la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \lambda$

1. Calculer $A(\lambda)$ à l'aide d'une intégration par parties.
2. Déterminer la limite $A(\lambda)$ lorsque $\lambda$ tend vers $+\infty$