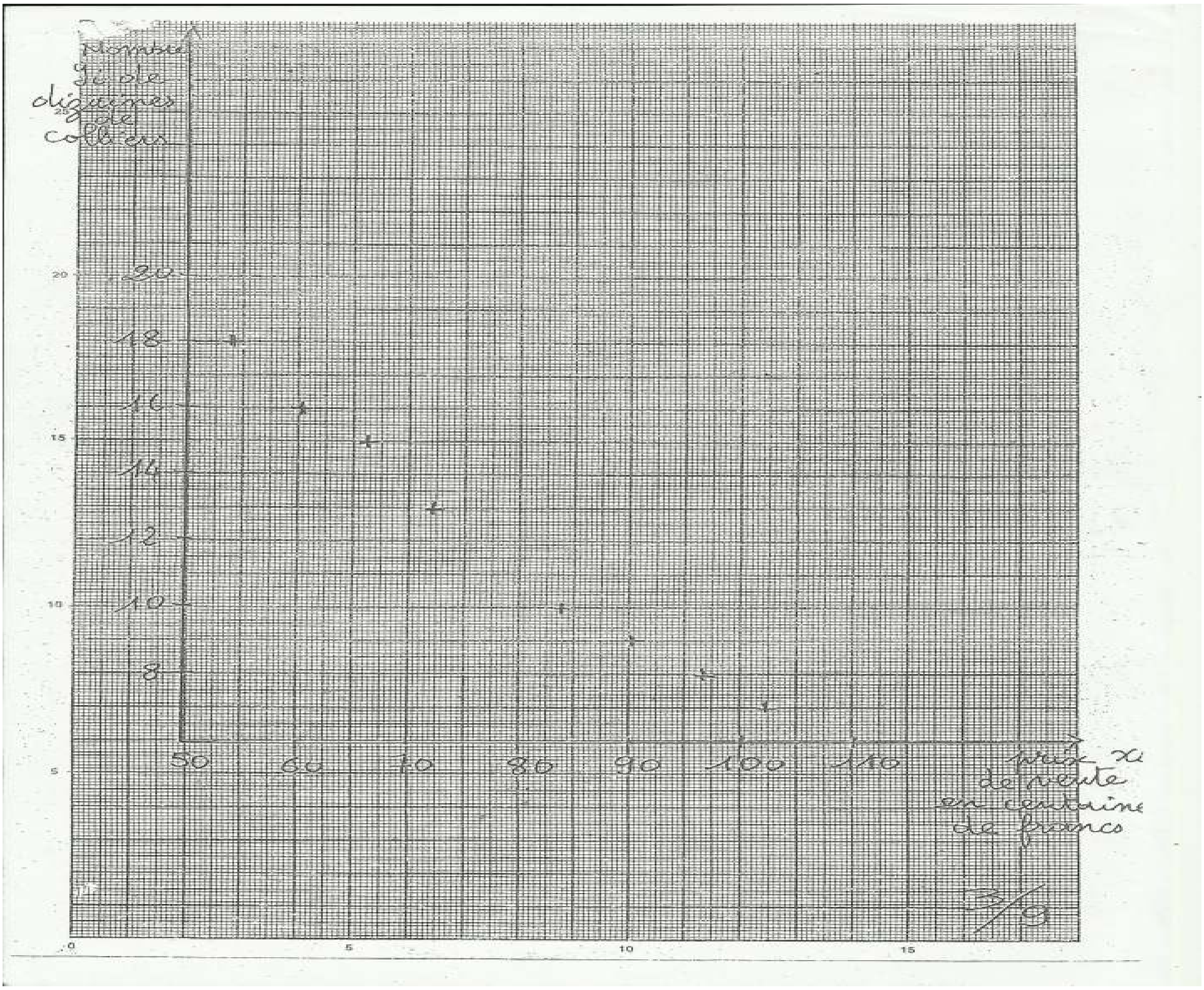
CORRECTION MATHS BAC D 2012

Exercice 1 (5 points)

1°) Voir papier milimétré



2) $\overline{X} = \dfrac{54 + 60 + 66 + 72 + 84 + 90 + 96 + 102}{8} = 78$

$\overline{Y} = \dfrac{18 + 16 + 15 + 13 + 10 + 9 + 8 + 7}{8} = 12$

d'où G (78 ;12)

3) 1) $V(X) = \dfrac{54^2 + 60^2 + 66^2 + 72^2 + 84^2 + 90^2 + 96^2 + 102^2}{8} - 78^2$

$V(X) = 270$

b) $COV(X, Y) = \dfrac{54 \times 18 + 60 \times 16 + 66 \times 15 + 72 \times 13 + 84 \times 10 + 90 \times 9 + 96 \times 8 + 102 \times 7}{8} - 78 \times 12$

$COV(X, Y) = -62{,}25$

c) $r = \dfrac{COV(X, Y)}{\sqrt{V(X)\,V(Y)}} = \dfrac{-62{,}25}{\sqrt{270 \times 14{,}5}}$; $r \approx -0{,}99$

4) a) Coefficient directeur de (D) : $a = \dfrac{COV(X, Y)}{V(X)} = \dfrac{-62{,}25}{270}$; $a \approx -0.23$

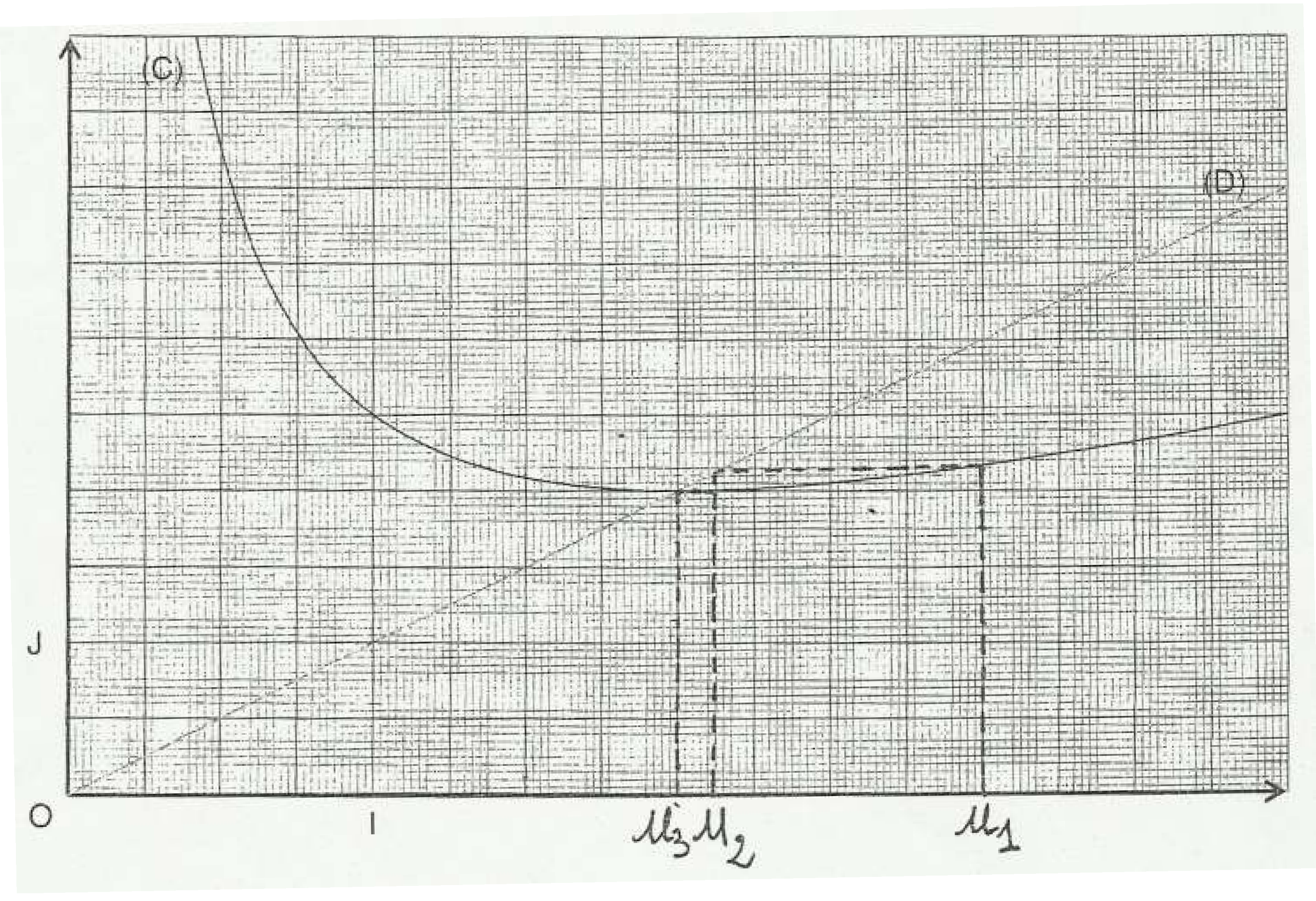
b) (D) : $y = ax + b$ où $b = \overline{Y} - a\overline{X}$; $b = 12 + 0{,}23 \times 78$; $b = 29{,}94$

(D) : $y = -0.23x + 29{,}94$

5) Pour $X = 115$ on a $Y \approx 3{,}49$ dizaines de colliers ; Mme Kouamé pourrait vendre 35 colliers

Exercice 2 (8 points)

1) Feuille à rendre avec la copie



b) Il semble que la suite U converge vers 2.

2) a) $f\left([\,2\,;3]\right) = [\,f(2)\,;f(3)\,]$ Car f est continue et strictement croissante sur $[\,2\,;3]$

$f\left([\,2\,;3]\right) = \left[2\,;\,\frac{13}{6}\right]$ or $\frac{13}{6} < 3$ d'où $f\left([\,2\,;3]\right) \subset [\,2\,;3]$

b) On a $U_1 = 3$ et $2 \leq 3 \leq 3$

Supposons que $2 \leq U_n \leq 3 \Rightarrow f(2) \leq f\left(U_n\right) \leq f(3)$ (Car f est continue et strictement croissante sur $[\,2\,;3]$)

$\Leftrightarrow f\left(U_n\right) \in f\left([\,2\,;3]\right) = \left[2\,;\,\frac{13}{6}\right]$ et d'après a) $f\left(U_n\right) = U_{n+1} \in [\,2\,;3]$

b) La suite U est décroissante et minorée ; donc U est convergente.

c) $V_1 = \frac{1}{5}$; $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ $V_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{2^{n-1}}$

d) $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ $U_n = \dfrac{2V_n + 2}{1 - V_n}$

$$U_n = \frac{2\left(\frac{1}{5}\right)^{2^{n-1}} + 2}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{2^{n-1}}}$$

<u>Problème</u> (10 points)

<u>Partie A</u>

1) a) $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

$\forall x \in \,]0\,;+\infty[$ $g'(x) = e^x + \frac{2}{x}$

c) $\forall x \in \,]0\,;+\infty[$ $g'(x) > 0$ d'où d est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.

Tableau de variation de g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2) a) g est continue et strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$. $g\left(]0\,;+\infty[\right) = \mathbb{R}$ or $0 \in \mathbb{R}$ .Donc l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0\,;+\infty[$.

b) $g(0{,}4) = -0{,}34...$ et $g(0{,}5) = 0{,}26...$ $g(0{,}4) \times g(0{,}5) < 0$ d'où $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$

c) $\forall x \in]0\,;\,\alpha[\quad g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[\quad g(x) > 0$

Partie B

1) a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$

b) ($\mathcal{C}$) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$

2) a) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1 = f(0)$ donc f est continue en 0.

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$

c) f n'est pas dérivable en 0 car $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$

d) ($\mathcal{C}$) admet une tangente verticale au point d'abscisse 0.

3) a) $\forall x \in]\,0\,;\,+\infty[\quad f'(x) = g(x)$

b) D'après A/2/c $\begin{cases} \forall x \in]0\,;\,\alpha[\quad f'(x) < 0 \quad \Rightarrow \quad f \text{ est strictement décroissante sur }]0\,;\,\alpha[\\ \forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[\quad f'(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad f \text{ est strictement croissante sur }]\alpha\,;\,+\infty[\end{cases}$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	‖	0	
$f(x)$	1 ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

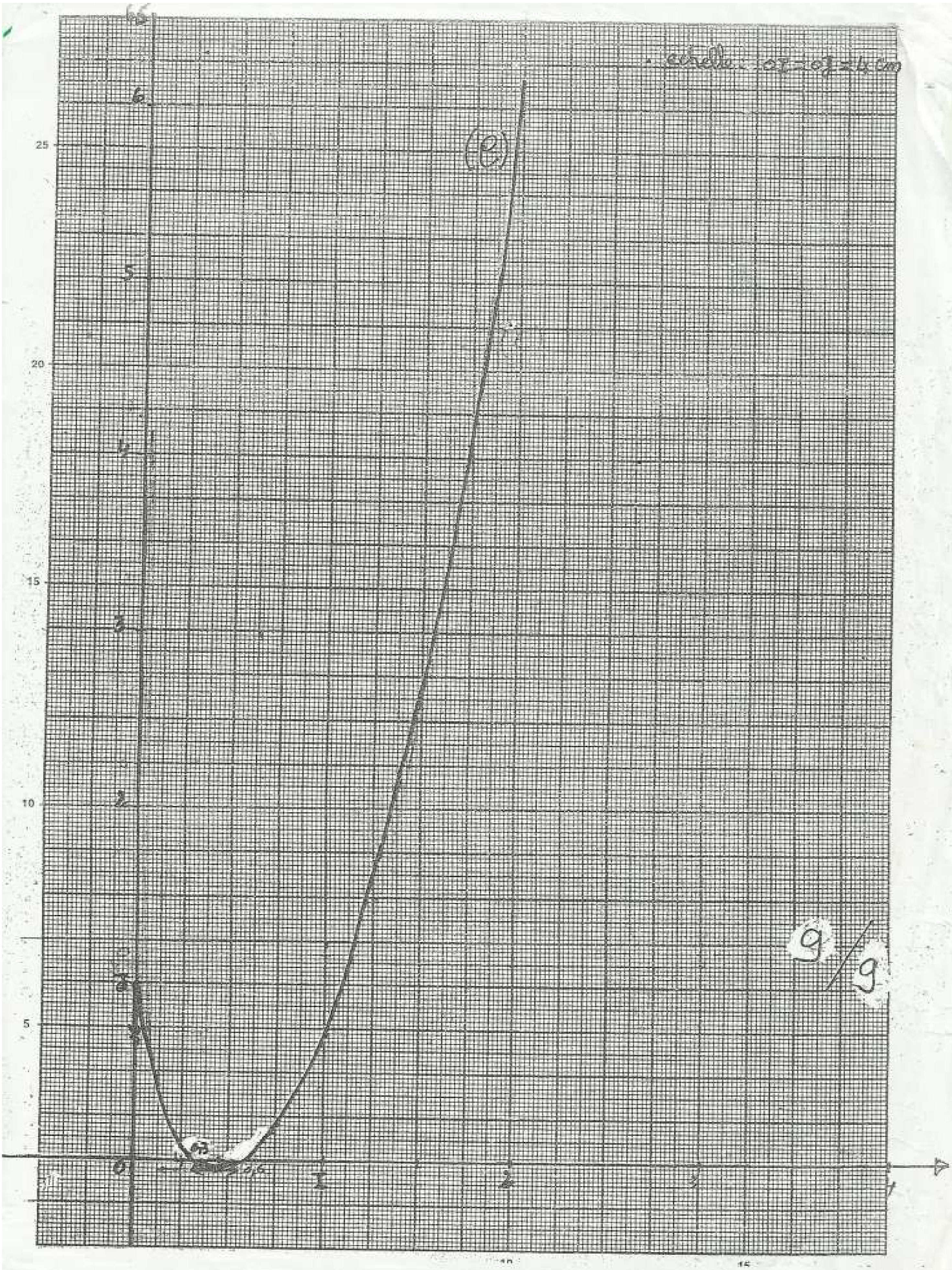
4) Voir papier millimétré page suivante

5) a) $K = 2\ln 2 - \dfrac{3}{4}$

b) $A = \left(\int_1^2 f(x)\,d(x)\right) \text{ x } 16\ \text{cm}^2$

$= 16\left(e^2 - e + 4\ln 2 - \dfrac{9}{2}\right)\ \text{cm}^2$

$A = 47{,}09\ \text{cm}^2$


échelle : OI = OJ = 4 cm
(C)
9/9