Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,75 points)

A) 1. (a) Ecris $(3+7i)^2$ sous la forme algébrique. **0,5pt**

(b) Déduis-en les racines carrées du nombre complexe $\Delta = -40+42i$. **0,25pt**

(c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2+(3-7i)z-21i=0$. **0,5pt**

2. On pose $P(z)=z^3+(1-9i)z^2-(20+13i)z+(-42+42i)$.

(a) Trouve les nombres complexes a,b et c tels que : $P(z)=(z-2-2i)(az^2+bz+c)$. **0,75pt**

(b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$. **0,5pt**

B) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$. Les points A,B,C et D ont pour affixes respectives : $z_A=-3$; $z_B=2+2i$; $z_C=7i$ et $z_D=-5+5i$.

1. Place les points A,B,C et D. **0,75pt**

2. (a) Ecris sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$. **0,5pt**

(b) Déduis-en la nature du triangle ABC. **0,25pt**

3. Démontre que les points A,B,C et D appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ dont tu préciseras l'affixe du centre et le rayon. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

A) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-3x^2-1$.

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. **1pt**

2. Démontre que l'équation $f(x)=2$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

3. Détermine un encadrement de α à 10^{-2} près. **0,5pt**

B) Calcule chacune des limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4x}-x$; **b)** $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-4}$; **c)** $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt{3x}-3}{x-3}$; **d)** $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ **2pts**

EXERCICE 3 : (3,25 points)

On considère la fonction définie f sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos 2x-2\cos x$.

1. Etudie la parité de f et montre que f est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

2. Montre que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x)=2\sin x(1-2\cos x)$. **0,5pt**

3. Etudie le signe de f' sur l'intervalle $[0;\pi]$. **0,75pt**

4. Dresse le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0;\pi]$. **0,5pt**

5. Construis la courbe $\mathscr{C}$ de f sur l'intervalle $[-\pi;3\pi]$. **1pt**

EXERCICE 4 : (3 points)

Pour chacun des items ci-dessous, trois réponses a, b et c sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte. Ecris le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Les racines carrées de $-3-4i$ sont :
   a) $-1-2i$ et $1+2i$; b) $-\sqrt{3}-2i$ et $\sqrt{3}+2i$; c) $1-2i$ et $-1+2i$. **1pt**
2. Dans $\mathbb{C}$, l'équation $(2-i)z^2-4iz-2-i=0$ a pour ensemble de solutions :
   a) $\left\{-\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i;2i\right\}$; b) $\left\{-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i;i\right\}$; c) $\left\{-\frac{6}{5}+\frac{8}{5}i;-2i\right\}$ **1pt**
3. Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$. Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f a, au voisinage de $-\infty$ une asymptote d'équation :
   a) $y=-x+1$; b) $y=x-1$; c) $y=-x$ **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

L'unité graphique du plan complexe est le décamètre.

M. BONA possède trois terrains non encore exploités qu'il voudrait absolument sécuriser car il y a des personnes mal intentionnées qui utilisent ces espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer entièrement chacun de ses trois terrains. Le rouleau de $5m$ de ce fil lui est vendu à 3500 **FCFA**. Il devra en plus remettre 15.000 **FCFA** pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des terrains.

Le **terrain 1** est formé de l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|2iz-1-3i|=8$.

Le **terrain 2** est de forme rectangulaire et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution z de l'équation $(1+4i)z+(3-4i)\overline{z}=4-8i$, $\overline{z}$ étant le conjugué de z.

Le **terrain 3** quant à lui est formé de l'ensemble des points $M(x;y)$ d'affixe z du plan tels que le complexe $\frac{z+2i}{z-2i}$ soit imaginaire pur.

Tâches :

1. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 1. **1,5pt**
2. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 2. **1,5pt**
3. Détermine la dépense de **M. BONA** pour le terrain 3. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt