FICHE MATHS TERMINALE C ET D

Exercice 1

La fonction f est continue sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ et a pour tableau de variation le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-2	↗	5	↘ 1	‖	$+\infty$ ↘	1

En utilisant ce tableau, donner les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} f\left(-2+\frac{1}{x}\right) \ ; \ \lim_{x\to-\infty} f(x^2) \ ; \ \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f\left(\frac{-1}{x}\right) \ ; \ \lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{2x-1}{x^2+x}\right).$$

Exercice 5

Partie A . g est la fonction définie sur IR par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

1. Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
3. Démontre que l'équation $x \in$ IR, $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1{,}6 < \alpha < 1{,}7$. 4. Démontre que : $\forall x \in]-\infty;\alpha[, g(x) < 0 \ et \ \forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) > 0$

Partie B. f est la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ;I ;J). L'unité graphique est 2 cm.

1. Calcule les limites de f en -1 et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement les résultats.

2.a) Démontre que : $\forall x \in]-1;+\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$.

b) Etudie les variations de f et dresser son tableau de variation.

c) Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

d) Etudie la position de (C) par rapport à (T).

3. Trace (T) et (C).

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + x \ si \ x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x} - x \ si \ x \geq 0 \end{cases}$

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Etudie la continuité de f en 0.
2. Etudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
3. a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Justifie que la courbe (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

4. On admet que f est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.
   Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
5. Trace (C) et les demi-tangentes obtenues dans la question b).

Situation 1

Des élèves de terminale étudient le refroidissement d'un objet porté à 210°C. L'étude du phénomène thermique conduit à $f(t) = \frac{200}{t} + 10$ où $f(t)$ désigne la température de l'objet en degrés Celsius (°C) à l'instant t (t est exprimé en minutes).

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute (le premier contrôle ayant lieu à l'instant $t = 1$). Ils n'arrivent pas à déterminer la température de l'objet après une très longue période de refroidissement.

En utilisant tes connaissances, détermine cette température.

Leçon 1 LIMITES ET CONTINUITÉ

Situation complexe

La maman d'un élève en terminale D au lycée moderne de Bouaflé désire une relance publicitaire auprès de ses meilleurs clients. Elle fait donc imprimer des dépliants qui lui coûtent 4 000 FCFA en frais fixes plus 100 FCFA par dépliant à l'exception de 20 copies qui ne seront pas distribuées. Elle est sure que chaque dépliant sera lu par 20 personnes.

La commerçante voudrait déterminer le coût d'un dépliant par client pour une production de dépliants à long terme.

Détermine ce coût pour la maman.

PROBABILTES

Exercice 2.3

Une boite contient douze gâteaux emballés séparément dans douze paquets identiques. Cinq de ces paquets sont parfumés à la vanille, quatre autres au chocolat et les trois autres à la banane.

1. Un enfant choisit simultanément trois gâteaux.
   a) Combien a-t-il de choix ?
   b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants
      A : « l'enfant mange un gâteau de chaque sorte »
      B : « l'enfant mange 3 gâteaux identiques »
      C : « l'enfant mange exactement deux variétés de gâteaux ».
2. L'enfant mange un gâteaux le matin, un à midi et un le soir.
   a) Combien a-t-il de choix possibles ?
   b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
      D : « l'enfant mange un gâteau à la vanille le matin, un à la banane le midi et un au chocolat le soir »
      E : « l'enfant mange un gâteau de chaque sorte »
      F : « l'enfant mange deux gâteaux à la banane et un au chocolat »

Exercice 2.5 resolu

A la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :
65% de la population concernée est contre la construction du barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes.
Parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes.
On interroge une personne au hasard.
1. Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée à la construction du barrage et soit écologiste.
2. Calculer la probabilité qu'une personne interrogée ne soit pas opposée à la construction du barrage et soit écologiste.
3. En déduire la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste.
4. Sachant qu'une personne interrogée n'est pas écologiste, quelle est la probabilité qu'elle soit contre la construction du barrage ?
NB : Pour faciliter les réponses aux différentes questions, on pourra noter les évènements :
C : « La personne interrogée est contre la construction du barrage » et $\overline{C}$ son évènement contraire.
E : « La personne interrogée est écologiste » et $\overline{E}$ son évènement contraire.

Exercice

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné :
- La probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6.
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et par B l'évènement « Mariam réalise un bénéfice ».
1) On choisit un jour au hasard.
a) Calcule la probabilité de l'évènement E « il y a affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice »
b) Démontre que la probabilité P(B) de l'évènement B est égale à 0,58.

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là.
(On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible)

2) Mariam veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.
a) Détermine les valeurs prises par X.
b) Détermine la loi de probabilité de X. *(On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats)*
c) Calcule l'espérance mathématique E(X) de X.

3) Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.
a) Justifie que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $Pn = 1- (0,42)^n$
b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

Exercice 2.9 résolu

A l'issue d'une expérience aléatoire, on définit une variable aléatoire X par le tableau ci-dessous :

X	-5	-3	2	4	7	8
p(X)	0,05	0,1	0,2	0,4	0,15	0,1

1. Calculer l'espérance mathématique de X.
2. Calculer la variance et l'écart-type de X.
3. Déterminer et représenter la fonction de répartition de X.

Exercice 5.33 résolu

Ecrire plus simplement les nombres réels suivants :

1. $\sqrt[3]{5832\times125}$ 2. $\sqrt{\sqrt[6]{64}}$ 3. $\sqrt[4]{0,0081}$ 4. $\dfrac{\sqrt[3]{32}\times7^2}{2^{-\frac{1}{3}}\times7^3}$

Situation complexe 2

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision a retransmis un match de la coupe d'Afrique des Nations. Cette chaîne a ensuite proposé une émission d'analyse de ce match. L'objet de l'étude est de déterminer l'importance de l'émission d'analyse après le match.

On dispose des informations suivantes :

- 56 % des téléspectateurs ont regardé le match;
- un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission;
- 16,2 % des téléspectateurs ont regardé l'émission.

La chaîne veut savoir le pourcentage de téléspectateurs qui n'ont pas regardé l'émission mais qui ont regardé le match.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme détermine la probabilité qu'un téléspectateur qui n'a pas regardé l'émission ait regardé le match.

Exercice 1

f est une fonction dérivable sur l'intervalle I. Dans chacun des cas suivants, calcule $f'(x)$ pour tout x de I.

a) $f(x) = -3x^3 + 4x^2 - 7x + 2$, I=IR; b) $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + 1$, I = IR;

c) $(x) = 3x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{7}{x^3}, I =]0;+\infty[$; d) $f(x) = 2x^2\sqrt{x}, I =]0;+\infty[$;

e) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}, I =]-\infty;-1[$; f) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^5$, I= IR ;

g) $f(x) = \sqrt{4x-1}, I = \left]\frac{1}{4};+\infty\right[$; h) $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}, I =]1;+\infty[$;

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$, I=IR; j) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+1}}, I = \left]\frac{-1}{3};+\infty\right[$;

k) $f(x) = x\cos 2x$, I= IR; l) $f(x) = \frac{2}{(1-2x)^2}, I = \left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$;

m) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, I=IR; n) $f(x) = x^3(1-x)^2$, I=IR;

o) $f(x) = \sin x\cos^3 x$, I=IR; p) $f(x) = \frac{x}{2} + 1 - \frac{2}{(x-1)^2}, I =]-\infty;1[$.