DEVOIR SURVEILLE
NIVEAU: TleD
Année-Scolaire : 2022-2023

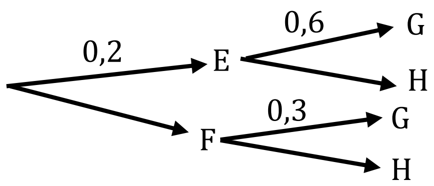
MATHÉMATIQUES

Coefficient : 4
Durée : 4 heures
Eseignant : M. KAY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1; 2 et 3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Écris sur ta copie, le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste. **<u>Exemple : 5-C</u>**

N°	Affirmations	A	B	C
1	On a : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{x}\right)$ est égal à	1	$\frac{1}{2}$	2
2	Si f est une fonction telle que : $\forall x > 2.\ \lvert f(x)-1\rvert \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
3	$si\ f$ est une fonction continue et strictement décroissante sur $]a\,;b]$, alors l'image de $]a\,;b]$ par f est	$\left]\lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x)\,;f(b)\right]$	$\left]f(b);\ \lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x)\right[$	$\left[f(b);\ \lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x)\right[$
4	On considère l'arbre pondéré ci-dessous. 	$P_H(F) = 0,7$	$P_H(F) = 0,56$	$P_H(F) = 0,875$

EXERCICE 2 (2 points)

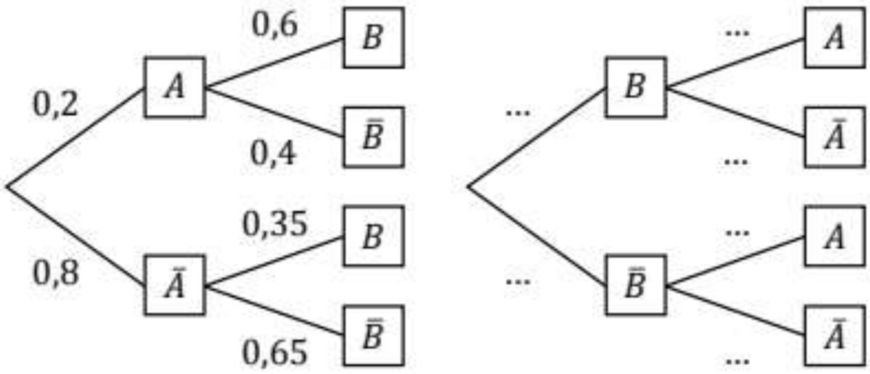
Pour chacune des propositions ci-dessous, dis si elle est vraie **(V)** ou Fausse **(F)** en écrivant sur ta copie par **exemple 5.V** pour dire que la proposition 5 est vraie.

1. Pour tout ombre réel strictement positif a on a : $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a}$
2. La variance V(X) d'une variable aléatoire X peut être négative.
3. Pour tous évènements A et B d'un même univers, si P(A) ≠ P(B) alors A et B sont indépendants.
4. La probabilité d'obtenir k succès est : $P(X = k) = C_n^k P^k(1-p)^{n-k}$.

EXERCICE 3 (3 points)

Une situation est modélisée par l'arbre ci-dessous à gauche. A et B désignant deux évènements.

On se propose de compléter l'arbre à droite, appelé arbre inverse du précédent.



1. a) En utilisant l'arbre initial, calcule $P(A \cap B)$ ainsi que $P(\bar{A} \cap B)$.

b) En déduire $P(B)$.

2. Calcule $P_B(A)$
3. Calcule $P_{\bar{B}}(A)$
4. Complète l'arbre inversé de droite.

EXERCICE 4 (5 points)

f est une fonction de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que : $f(6) = 19{,}72$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) + \frac{3}{4}x - 1\right] = 0$.

Le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	-17	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

1. Donne l'ensemble de définition de f puis les limites ses bornes.
2. En justifiant, précise les équations de toutes les asymptotes à la courbe (C_f).
3. Détermine l'image par f de l'intervalle $]-\infty, 0[$.

4. En te servant de ce tableau, calcule les limites suivantes :

$a)\ \lim_{x\to+\infty} f\left(-2\sqrt{x}\right)$; $b)\ \lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{-2x+5}{x+1}\right)$; $c)\ \lim_{x\to\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$ et $c)\ \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{4f(x)+3}{f(x)-1}$

5. Justifie que sur $]-\infty, 0[$ la courbe (C) de f est au-dessous de la droite (Δ_1) d'équation $y = \frac{11}{2}$

6. a) Justifie que l'équation (E) : $x \in]0\,;\,+\infty[\,, f(x) = 2022$, admet une solution unique β.

b) Justifie que : $\beta \in]0\,;6[$

EXERCICE 5 (3points)

Sur un dé cubique non pipé l'une des faces est numérotée 1, n faces $(0 \leq n \leq 5)$ sont numérotées 2 et les faces restantes sont numérotées 3. Les faces d'un second dé cubique non pipé sont numérotées 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4 et 4. Les dés deux sont lancés simultanément.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des points marqués sur les faces supérieures.

1. Démontre que : $p(X = 6) = \frac{n+5}{36}$

2. on suppose que n = 2.
   a) Détermine la loi de probabilité de X.
   b) Justifie que l'espérance mathématique E(X) de X est égale à 5.
   c) Calcule l'écart-type de X.

EXERCICE 6 (5 points)

Lors d'une recherche pour le cours de géographie, les élèves d'une classe de première scientifique d'un lycée découvrent une ville d'Afrique créée en 1960. La population de cette ville évolue selon une fonction croissante f telle que : $f(x) = \frac{60x+40}{x+10}$ où x est le nombre d'années écoulées depuis la fin de l'année 1960 et $f(x)$ est exprimée en dizaines de milliers d'habitants. Un élève de la classe affirme que la population de cette ville ne pourra jamais dépasser 600000 habitants mais certains élèves de la classe pensent le contraire. Une discussion s'engage entre eux.
En tant que major de ta classe en mathématiques, utilise tes connaissances mathématiques pour les départager.