

KONAN
GNAMENTHI
DAVID

MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
UNION-DISCIPLINE-TRAVAIL

Etablissement : COURS SECONDAIRE METHODISTE DE COCODY 01 BP 10431 Abidjan 01

E-mail csmcocody2@gmail.com

ANNEE SCOLAIRE : 2023 / 2024

**COMPOSITION DE FIN DE
TRIMESTRE DE MATHÉMATIQUES**



Classe : Terminale D
Date : 21 Février 2024
Durée : 04h00

EXERCICE N°1 (2 Points)

Pour chaque énoncé, écris le numéro suivi de vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux. Aucune justification n'est demandée.

	ASSERTIONS
A1	Les racines carrées du nombre complexe $-8 - 6i$ sont $1 - 3i$ et $-1 + 3i$
A2	L'équation $\ln^2(x) + \ln x - 2 = 0$ a pour solution : $\{-2; 1\}$
A3	Soit f une fonction dérivable strictement monotone sur un intervalle. Si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]a; b[$.
A4	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{5^x}{5^x - 5^{-x}}$, alors $f(-x) = f(x)$

EXERCICE N°2 (2 Points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

ÉNONCÉ	A	B	C	D
Une primitive F sur $]1; +\infty[$ de la fonction f telle que : $f(x) = \ln x$ est définie par : $F(x) =$	$x \ln x - x$	$x \ln x + x$	$\ln x - 1$	$x \ln x - e^x$
Si (U_n) est une suite géométrique de raison k ($k \neq 1$), alors la somme des termes consécutifs $(U_0, U_1, \dots, U_{n-1}, U_n)$ est égale à	$U_0 x^{\frac{1-k^n}{1-k}}$	$U_0 x^{\frac{1-k^{n+1}}{1-k}}$	$U_0 x^{\frac{1-k^{n-1}}{1-k}}$	$U_0 x^{\frac{1+k^{n+1}}{1+k}}$
Si pour tout nombre réel x non nul, $3 - \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 3 + \frac{1}{x}$, alors la limite de f en $+\infty$ est égale à :	-3	$-\infty$	$+\infty$	3
Soit z un nombre complexe tel que $z = x + iy$ (x et y réels). Si z est un imaginaire pur, alors	$ z ^2 = -y^2$	$ z ^2 = y^2$	$ z ^2 = z^2$	$ z ^2 = x^2 + y^2$

EXERCICE N°3 (3 Points)

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme défini par :

$$P(z) = z^3 + (-8 - 4i)z^2 + (16 + 20i)z - 8 - 24i$$

1)

a- Montre que l'équation $P(z)=0$ admet une racine réel unique α .

b- Détermine les nombres complexes a , b et c tel que :

$$P(z)=(z-2)(az^2 + bz + c).$$

c- Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2) Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $2+2i$; 2 et $4+4i$

a- Place les points A, B et C.

b- Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie la réponse.

EXERCICE N°4 (4 Points)

Soit la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = 2x - \frac{e^x+1}{e^x-1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

1- Démontre que f est une fonction impaire, puis interprète graphiquement ce résultat.

2-

a) Détermine la limite de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat.

b) Détermine la limite de f en $+\infty$.

3-

a) Démontre que : Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{e^x-1}$

b) Démontre que la droite (D_1) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) .

c) Etudie la position relative de (C_f) et (D_1) sur $]0; +\infty[$.

4-

a) Démontre que : Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = 2 + \frac{2e^x}{(e^x-1)^2}$

b) Etudie les variations de f sur $]0; +\infty[$.

c) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

5- Construis la courbe (C_f) sur $\mathbb{R}^*$ et ses asymptotes.

EXERCICE N°5 (4 Points)

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A

Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année. Au 1er janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes. A l'aide d'une suite, on modélise la population au 1er janvier de chaque

année. Pour tout entier naturel n , le terme U_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2004+n$.

On a ainsi $U_0 = 25000$.

1- Calcule l'effectif de cette population de singes :

a) Au 1er janvier 2005;

b) Au 1er janvier 2006, en arrondissant à l'entier.

2- Justifie que, pour tout entier naturel n , on a $U_n = 25000 \times 0,85^n$.

PARTIE B

Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances.

À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances. On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite.

Pour tout entier naturel n , le terme V_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2014+n$. On a ainsi $V_0 = 5000$.

1-

a) Calcule V_1 et V_2 .

b) justifie que, pour tout entier naturel n , on a $V_{n+1} = 0,75 \times V_n + 400$.

2- On considère la suite (W_n) définie pour tout entier naturel n par $W_n = V_n - 1600$.

a) Montre que (W_n) est une suite géométrique de raison 0,75 et Précise la

3- valeur de W_0 .

b) Pour tout entier naturel n , exprimer W_n en fonction de n .

c) Déduis-en que pour tout entier naturel n , on a $V_n = 1600 + 3400 \times 0,75^n$.

d) Calcule la limite de la suite (V_n) et interprète ce résultat.

EXERCICE N°6 (5 Points)

Une entreprise produit et commercialise chaque semaine x milliers de DVD, x appartenant à $]0;20]$.

On admet que l'entreprise produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 000 unités et que tout ce qui est produit est vendu.

Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en million de FCFA) dépend du nombre d'unité vendu x (exprimée en millier d'unité) de DVD produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par :

$$B(x) = (3e^2 - x) \ln x + 10.$$

Quelle quantité de DVD l'entreprise doit-elle produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire soit maximal.