Corrigé

Exercice 4

1.Rappel : Les solutions de l'équation $y' = ay$ sont données par : $g(x) = ke^{ax}$ où k est un réel quelconque.

$y' - 2y = 0 \Leftrightarrow y' = 2y$. Donc les solutions sont les fonctions de la forme : $g(x) = ke^{2x}$ où k est un réel quelconque.

2.a La fonction $f(x) = e^{2x}$ est bien de la forme ke^{2x} et $f(0) = e^0 = 1$.

Donc $f(x) = e^{2x}$ est la solution de l'équation différentielle (E) vérifiant la condition initiale $f(0) = 1$.

b. La fonction g est de la forme $g(x) = ke^{2x}$, où k est un réel à déterminer en utilisant la condition initiale $g(0) = 2$. $g(0) = 2 \Leftrightarrow ke^0 = 2 \Leftrightarrow k = 2$ .Donc : $g(x) = 2e^{2x}$

3.a **Coordonnées du point A :** $f(x) = 2 \Leftrightarrow e^{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x \ln e = \ln 2 \Leftrightarrow x = (\ln 2)/2$

Donc le point A a pour coordonnées : $A\left((\ln 2)/2 ; 2\right)$

Coordonnées du point B : $g(x) = 2 \Leftrightarrow 2e^{2x} = 2 \Leftrightarrow e^{2x} = 1 \Leftrightarrow x \ln e = \ln 1 \Leftrightarrow x = 0$

Donc le point B a pour coordonnées : $B(0 ; 2)$

3.b Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a est égal à $f'(a)$,on a : $f'(x) = 2e^{2x}$ et $g'(x) = 4e^{2x}$

$f'\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = 2e^{\ln 2} = 2e^{\ln 2} = 2 \times 2 = 4$. Donc le coefficient directeur de la tangente T à C au point A est égal à 4. $g'(0) = 4e^0 = 4$. Donc le coefficient directeur de la tangente T' à C' au point B est égal à 4.

3.c. Les droites tangentes T et T' ont le même coefficient directeur, elles sont donc parallèles.