

EXERCICE 3

Dans cet exercice, les trois questions peuvent être traitées de manière indépendante.

On désigne par y une fonction de la variable réelle t , définie et deux fois dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels, et par y'' sa fonction dérivée seconde.

1. Résoudre l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$.
2. On désigne par (E) l'équation différentielle : $y'' + 9y = 8 \sin t$.
- a. On désigne par A un nombre réel quelconque.

Vérifier que la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + A \cos(3t) + \sin t$ est une solution de l'équation différentielle (E).

- b. Déterminer le nombre réel A tel que $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

3. On considère maintenant la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $f(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + \frac{2}{3} \cos(3t) + \sin t$

Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0; \pi/3]$.