

Exercice 8

1°. Résoudre l'équation différentielle (E) : $4y'' + 49y = 0$.

2°. Déterminer la solution particulière f qui vérifie les conditions $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$ et $f(\pi) = 1$.

3°. Trouver deux réels r et w strictement positifs et un réel φ tels que : $f(x) = r \cos(wx + \varphi)$.

4°. Calculer $\int_0^{\pi/7} f(x) dx$. Interpréter graphiquement le résultat

5°.

a. Déterminer la solution g de l'équation (E) qui vérifie $f'(\pi/2) = 0$ et $f(0) = -\sqrt{2}$.

b. Montrer que, pour tout réel x , $f(x) = 2 \cos\left(\frac{7}{2}x - \frac{3\pi}{4}\right)$.

c. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[\pi/14; 5\pi/14]$