EXERCICE 2

1. Les solutions de (H) $y'+140y=5{,}88$ sont les fonctions : $z(t)=ke^{-140t}$; $k\in\mathbb{R}$.

2. a. On a donc $y(t)=k\,e^{-140t}+0{,}042$; $k\in\mathbb{R}$, donc $y'(t)=-140k\,e^{-140t}$.

D'où $-140k\,e^{-140t}+140\left(k\,e^{-140t}+0{,}042\right)=140\times 0{,}042=5{,}88$.

Donc y est une solution de l'équation différentielle (E).

b. On a $v(t)=k\,e^{-140t}+0{,}042$; $k\in\mathbb{R}$;

$\mathrm{v}(0)=\mathrm{k}\,\mathrm{e}^{0}+0{,}042=\mathrm{k}+0{,}042=0 \iff \mathrm{k}=-0{,}042$.

La fonction v est donc définie par $v(t)=-0{,}042\,e^{-140t}+0{,}042=0{,}042\left(1-e^{-140t}\right)$

3. Deux utilisations de l'expression trouvée de v(t).

a. Comme $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{-140t}=0$, $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(1-e^{-140t}\right)=1-\lim\limits_{t\to+\infty} e^{-140t}=1$ .donc

$\lim\limits_{t\to+\infty} v(t)=0{,}042$

b. Il faut résoudre

$v(t_0)=0{,}042\left(1-e^{-140t_0}\right)=0{,}95\times 0{,}042 \iff 1-e^{-140t_0}=0{,}95 \iff e^{-140t_0}=0{,}05$

et par croissance de la fonction ln, $-140t_0=\ln(0{,}05) \iff t_0=-\ln(0{,}05)/140\approx 0{,}021$s.