EXERCICE 6

1. Résoudre l'équation différentielle (E) : $4y'+5y=0$

où y désigne une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. On note f_1 la solution de l'équation différentielle (E) vérifiant la condition initiale $f(0)=2$.

a. Montrer alors en utilisant la question1. que f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2e^{(-5/4)x}$

b. Calculer $f'(0)$.

c. Sur l'annexe 1 à rendre avec la copie, on a construit la courbe C représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-0,5;3[$. Construire sur la figure de l'annexe 1 la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 0.

3. On note D le domaine limité par l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équations respectives x = 0 et x = 2.Le solide représenté ci-dessous est obtenu par rotation du domaine D autour de l'axe des abscisses.

On note V le volume, exprimé en unités de volume, de ce solide Calculer V (on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} près).

On rappelle que $V=\left(\pi\int_0^2 (f(x))^2\,dx\right)$u.v.

EXERCICE 7

On considère l'équation différentielle : $2y'+y=0 \quad (E)$

Où l'inconnue y est une fonction définie dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E)

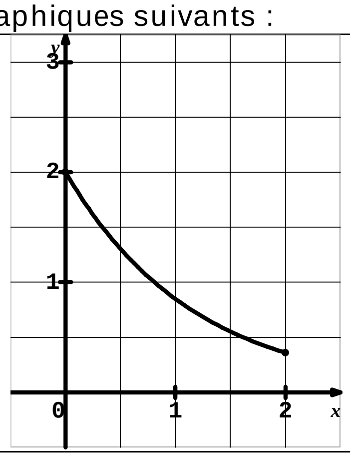
2. On note f la solution de l'équation différentielle (E) vérifiant $f'(0)=2$

Montrer que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2e^{-x/2}$

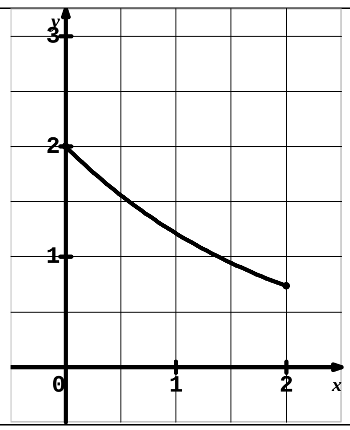
3. On note M la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$.

Calculer M .On donnera la valeur exacte de M et son arrondi à 10^{-1} près .

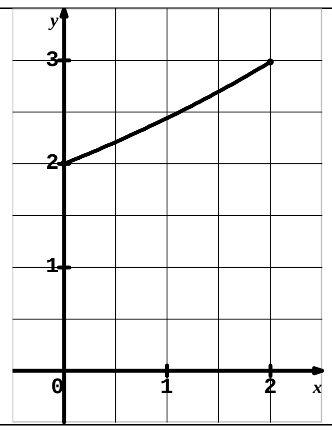
4. La courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$ est donnée par l'un des trois graphiques suivants :



Graphique 1



Graphique 2

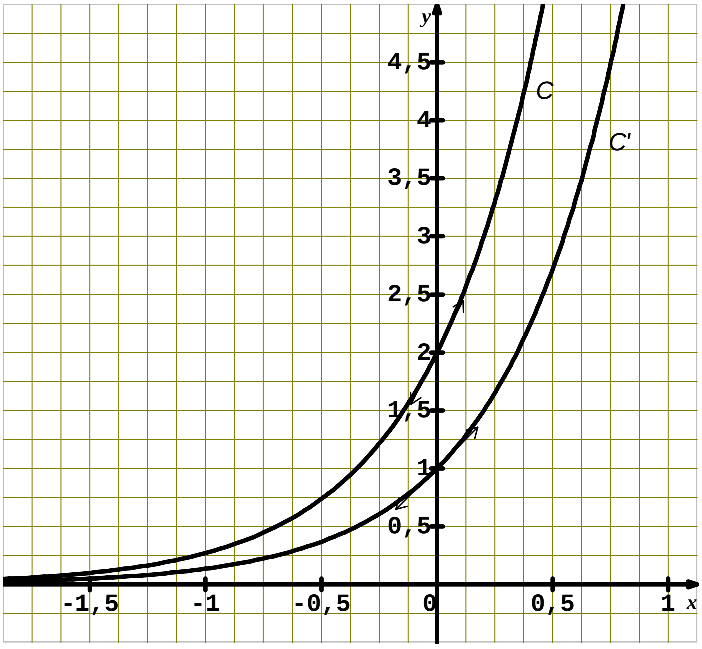


Graphique 3

Quel est le graphique qui donne la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$?

On explicitera le raisonnement qui a conduit au choix de ce graphique

EXERCICE 8



1. Résoudre l'équation différentielle : (E) $y'-2y=0$ .On note f la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E), vérifiant f(0) = 1 et g la solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E), vérifiant g(0)= 2.

a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, on a :

$$f(x)=e^{2x}.$$

b. Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

2. Sur la figure ci-dessus figurent les courbes représentatives C et C' des fonctions f et g dans un repère orthonormal.

Soit Δ la droite d'équation y = 2. Cette droite coupe respectivement les courbes C et C' aux points A et B.

a. Tracer la droite Δ et placer les points A et B.

b.Déterminer le coefficient directeur de la droite T tangente en A à la courbe C et celui de la droite T' tangente en B à la courbe C'.

c. Quelle remarque peut-on faire sur les deux tangentes T et T' ?

EXERCICE 9

Soit l'équation différentielle (E) : $y'+y=2x$, où y désigne une fonction dérivable de la fonction x et y' sa dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $y'+y=0$

2. Déterminer les deux réels a et b tels que la fonction g définie dans $\mathbb{R}$, par : $g(x)=ax+b$, soit solution De l'équation (E) .

3.a. Le nombre k est une constante réelle, on considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\mathrm{f(x)=ke^{-x}+2x-2}$. Vérifier que la fonction f est solution de l'équation (E).

b. Déterminer le réel k pour que $f(0)=0$.

4. Dans cette question , on prend $k=2$.

a. Calculer la valeur moyenne m de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$.

b. Donner une valeur approchée de m à 10^{-2} près.

EXERCICE 10

Pour chacune des quatre questions, une seule des réponses **a, b** ou **c** est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Notation : une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou une absence

de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.

On définit la fonction f sur l'ensemble R des nombres réels par : $f(x) = 2e^{-x/2}$.

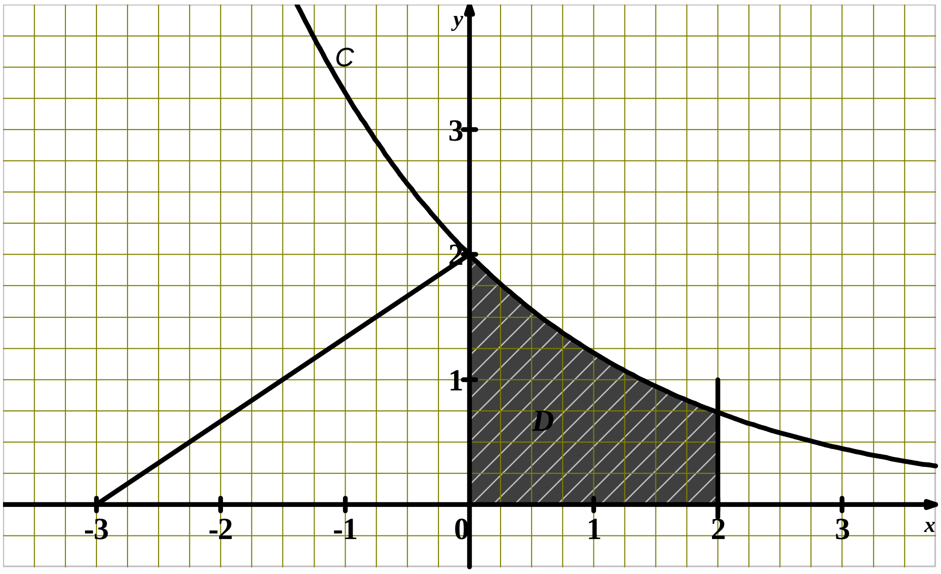
Le plan est rapporté au repère orthononnal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

On a tracé, ci-dessous, la courbe représentative C de la fonction f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On note A et B les points de coordonnées respectives (−3 ; 0) et (0 ; 2).

On note D le domaine (hachuré ci-dessous) délimité par :

• la courbe C ,
• l'axe des abscisses,
• l'axe des ordonnées,
• la droite d'équation : x = 2.



Question 1 : La fonction f est une solution de l'équation différentielle (E) :

Réponse a. : (E) : $2y' + y = 0$; **Réponse b**. : (E) : $2y' - y = 0$; **Réponse c.** : (E) : $y' - y = 0$.

(y désigne une fonction inconnue définie sur l' ensemble des nombres réels de variable x ; y' désigne la fonction dérivée de la fonction y.)

Question 2 : La courbe C a pour asymptote la droite d'équation :

Réponse a. : $y = -2x$; **Réponse b**. : $x = 0$; **Réponse c**. : $y = 0$.

Question 3 : La tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 a pour équation :

Réponse a. : $y = -2x + 2$; **Réponse b.** : $y = -x + 2$; **Réponse c**. : $y = x + 2$.

Question 4 : On note S le solide de révolution engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe des abscisses.La valeur V du volume du solide S est donnée par : V = $\pi\int_0^2 [f(x)]^2\,dx$ (en unités de volume).La valeur V du volume du solide S, en cm2 est égale à :

Réponse a. : $4\pi\left(1 - e^{-2}\right)$; **Réponse b**. : $16\pi\left(1 - e^{-2}\right)$; **Réponse c**. : $32\pi\left(1 - e^{-2}\right)$.

EXERCICE 11

On considère l'équation différentielle : (E) : y'' + 25y = 0

où y désigne une fonction de la variable réelle x définie et deux fois dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$des nombres réels, et y'' sa fonction dérivée seconde.

1. Résoudre l'équation (E).

2. Soit f la fonction définie et dérivable sur R , dont on note $f\,'$la fonction dérivée, vérifiant les trois

conditions suivantes :

- f est solution de l'équation différentielle (E) ;
- la courbe représentative de f dans un repère du plan passe par le point de coordonnées $\left(\pi/6;-2\right)$;
- $f\,'(0)=-5$. Montrer que, pour tout réel x, $f(x)=\sqrt{3}\cos 5x-\sin x$.

3. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x)=2\cos\left(5x+\pi/6\right)$

4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle sur $[0;\pi/6]$.