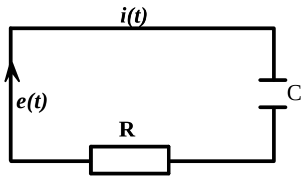
EXERCICE 26

On se propose dans cette partie d'obtenir l'intensité i du courant dans le circuit ci-dessous
lorsqu'il est alimenté par le signal d'entrée $e \mapsto e(t)$ .L'équation permettant de trouver l'intensité du
courant est, pour $t \in [0;+\infty[$, $Ri(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(u)du = e(t)$ (1)



Pour déterminer la fonction i on remplace le signal d'entrée $e(t)$
définie par : $e(t)=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}\sin t-\frac{2}{3\pi}\cos 2t$. L'équation (1) devient alors :
$\mathrm{Ri(t)}+\frac{1}{\mathrm{C}}\int_0^{\mathrm{t}}\mathrm{i(u)du}=\mathrm{e(t)}=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}\sin \mathrm{t}-\frac{2}{3\pi}\cos 2\mathrm{t}$ (2) . On admet que l'intensité i du courant est une fonction dérivable sur $[0;+\infty[$ .On suppose dans toute la suite de l'exercice que R = 5000 Ω et
C = 10^{-4} F.

1. Montrer que l'équation (2) peut alors se transformer et s'écrire :

$$\begin{cases} \mathrm{i'(t)}+2\mathrm{i(t)}=10^{-4}\cos \mathrm{t}+\left(\frac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2\mathrm{t} \quad (3) \\ \mathrm{t}\in[0;+\infty[\end{cases}$$

2. Vérifier que la fonction i_1 ,telle que $i_1(t)=\left(4\times 10^{-5}\right)\cos t+\left(2\times 10^{-5}\right)\sin t$ est une solution particulière
de l'équation différentielle : $\begin{cases} i'(t)+2i(t)=10^{-4}\cos t \\ t\in[0;+\infty[\end{cases}$
3. Déterminer une solution particulière i_2 de l'équation différentielle :

$$\begin{cases} i'(t)+2i(t)=\left(\frac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2t \\ t\in[0;+\infty[\end{cases}$$

4.Résoudre alors l'équation différentielle(3).En déduire la solution particulière vérifiant la condition $i(0)=0$.

EXERCICE 27

Soit l'équation différentielle (E) : $y'(t)-y(t)=2\cos t$ où $t\in\mathbb{R}$.
1. Déterminer la solution homogène de $y'(t)-y(t)=0$.
2. Déterminer a et b pour que la fonction y telle que $y(t)=a\cos t+b\sin t$ soit solution de (E) .
3. En déduire la solution générale de (E) .