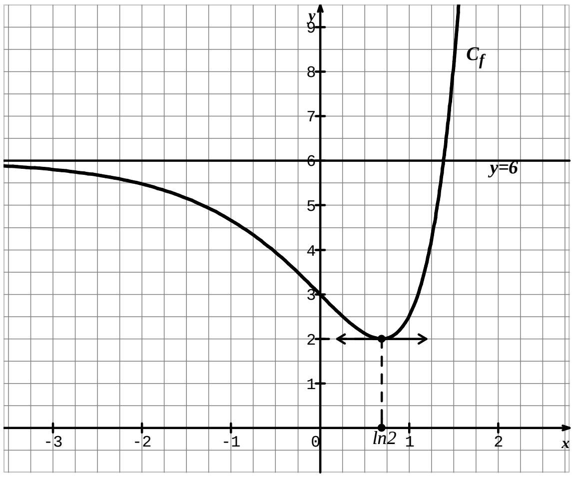
- ***Problème 3***

Partie A - Etude de la représentation graphique d'une fonction f

On donne, ci-dessous, la représentation graphique C d'une fonction f, définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$.
des nombres réels. Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unités graphiques 1,5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.



La courbe C_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse ln 2. La droite d'équation y = 6 est asymptote horizontale à la courbe C_f en $-\infty$.

La courbe C_f admet une tangente de coefficient directeur -2 au point $A(0\,;3)$.Par lecture graphique et en utilisant les informations ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelles sont les valeurs $f(\ln 2)$ et $f(0)$?
2. Déterminer, en le justifiant, $f'(\ln 2)$ et $f'(0)$.
3. Quelle est la limite de f en $-\infty$?

Partie B - On admettra maintenant que f est la fonction définie sur í par : $f(x)=e^{2x}-4e^{x}+6$ et on se propose dans cette partie de retrouver par le calcul les résultats obtenus graphiquement dans la partie A.

1. Vérifier que pour tout nombre réel x : $f(x)=(e^{x}-2)^{2}+2$. Calculer $f(\ln 2)$.

2. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b) Quelle propriété de la courbe C_f présentée dans la **partie A**, est ainsi confirmée ?

3. Déterminer la limite de f en $+\infty$ en utilisant l'expression de $f(x)$ donnée en **B.1.**

4. a) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f et vérifier que pour tout nombre réel x,
$f'(x)=2e^{x}(e^{x}-2)$

   b) Résoudre sur í l'équation $f'(x)=0$.

   c) Résoudre sur í l'équation $f'(x)>0$.

   d) En déduire sur R, le tableau de signe de $f'(x)$, puis les variations de la fonction f. Dresser le tableau de
variations de la fonction f. Indiquer la valeur exacte de $f(\ln 2)$ et les limites trouvées en **B.3.a)** et **B.4.**.

5. Montrer que l'équation $f(x)=7$ admet une unique solution α sur R. Donner, en le justifiant un encadrement de α à 10^{-1} près.

Partie C - Calcul d'une aire

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-4e^{x}+6x$ est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Hachurer sur la figure la partie du plan comprise entre la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=1$.
3. Soit A l'aire en cm² de la partie hachurée précédemment. Calculer la valeur exacte de A, puis en donner une valeur arrondie au centième.