- ***Problème 5***

partie I : Etude de la fonction f.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x^2-5x+2)e^x$. On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1. a) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   b) Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$ (on donne $\lim\limits_{x\to 0} x^2e^x=0$).

   En déduire l'existence d'une asymptote dont on précisera l'équation.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a) Montrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x)=(2x^2-x-3)e^x$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

   c) Donner le tableau des variations de la fonction f (préciser la valeur exacte de chaque extremum).

3. a) Montrer que l'équation $f(x)=2$ possède une unique solution α dans l'intervalle [2 ; 3].

   b) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} du nombre α.

4. Tracer la courbe C_f et placer son point A d'abscisse α.

***Partie II*: On désigne par F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=\left(2x^2-9x+11\right)e^x$.

Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer l'intégrale $I=\int_{0,5}^{2} f(x)dx$. Donner une interprétation graphique de cette intégrale.