➢ ***Problème 7 (Les trois parties du problème peuvent être résolues indépendamment.)***

Partie A **:** ln désigne la fonction logarithme népérien. On note E le point de coordonnées (ln 2 ; ln 2).

Soient a et b deux nombres réels, on désigne par g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = ax + b - \dfrac{4e^x}{e^x + 2}$.

1. Calculer la dérivée de g.
2. Déterminer a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie B **:** On se propose d'étudier la fonction numérique f définie sur **R** par : $f(x) = x + 2 - \dfrac{4e^x}{e^x + 2}$

Soit C_f la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Montrer que pour tout nombre réel x on a : $f(x) = x - 2 + \dfrac{8}{e^x + 2}$.
2. En utilisant des formes de $f(x)$, calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. Montrer que les droites D_1 d'équation $y = x - 2$ et D_2 d'équation $y = x + 2$ sont asymptotes à la courbe C_f .
4. Montrer que la dérivée de f est $f'(x) = \left(\dfrac{e^x - 2}{e^x + 2}\right)^2$.
5. Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f .
6. Construire la courbe C_f , sa tangente en E et ses asymptotes.

Partie C

1.Déterminer une primitive de la fonction h définie sur í par $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 2}$. En déduire une primitive de f .

2. Déterminer en cm², en valeur exacte puis au mm² près, l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe C_f , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.