- **Problème 6**

Partie A

1. a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels l'équation : $2X^2 - 5X + 2 = 0$.

 b. En déduire les solutions, sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, de l'équation $2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 = 0$. On pourra poser $X = \ln x$.

Partie B : Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2$. Soit C la courbe représentative de la fonction *f* dans le plan muni du repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1. a. Etudier la limite de *f* en 0. Quelle conséquence graphique peut-on en tirer ?
 b. Déterminer la limite de *f* en + ∞ (on pourra factoriser par ln *x*).

2. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction *f* sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

 Vérifier que, pour tout nombre réel *x* de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{4\ln x - 5}{x}$.

 b. Etudier les variations de la fonction *f* sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

 c. En déduire le signe de *f*(*x*) sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. On pourra remarquer que la fonction *f* s'annule en $\sqrt{e}$ et en e^2.

3. Donner une équation de la tangente T et la courbe C au point d'abscisse $\sqrt{e}$.

4. Tracer la courbe C et la tangente T dans le repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$

5. a. Hachurer le domaine A du plan situé en dessous de l'axe (O*x*) et compris entre la courbe C et l'axe (O*x*).
 b. Vérifier que la fonction *F* définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $F(x) = x(2(\ln x)^2 - 9\ln x + 11)$ est une primitive de la fonction *f* sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.